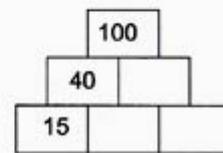
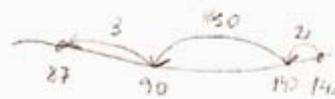
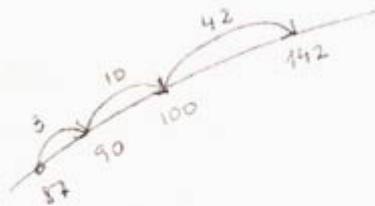
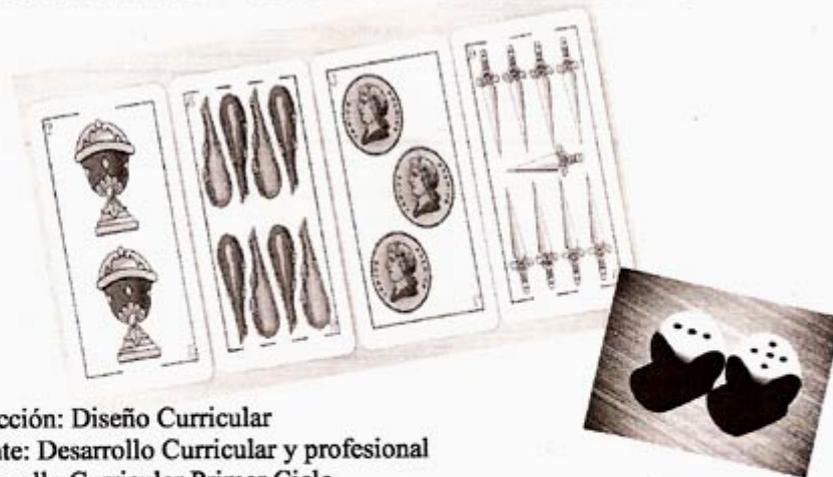


Provincia del Neuquén
Consejo Provincial de Educación
Dirección Provincial de Enseñanza Inicial, Primaria y Especial



MATEMÁTICA

UNA BUENA PAREJA: JUEGO Y CÁLCULO MENTAL



Línea de acción: Diseño Curricular
Componente: Desarrollo Curricular y profesional
Serie Desarrollo Curricular Primer Ciclo
Documento N° 6/05

Documento elaborado por:

Ana María Bressan

María Rosa Marino

María Magdalena Calamandrei

Colaboración de: Viviana Castellano

DESARROLLO CURRICULAR DE PRIMER CICLO UNA BUENA PAREJA: JUEGO Y CÁLCULO MENTAL

Ana Bressan, Ma. Rosa Marino y Ma. Magdalena Calamandrei

A. La clase de matemática en la escuela actual: el rol de los problemas

El proceso de transformación de las concepciones de cada persona respecto de lo que entiende por Matemática y del uso que puede hacer a partir de la misma depende de la escuela, ya que es allí donde se la enseña y se la aprende de un modo sistemático.

Cuando la matemática se presenta como el dominio de una técnica, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, la actividad matemática se limita a reconocer que regla aplicar, que tipo de operación “usar” en cada tipo de problema. Se aprende **qué hacer**, pero no para **qué hacerlo**.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, pero se pasa de uno a otro y a otro, sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado y establezca conexiones sobre lo aprendido. Los alumnos/as al querer utilizar sus conocimientos no pueden hacerlo, salvo que los mismos se presenten como los problemas tipo que sirvieron de ejemplo.

Lo que se intenta hoy, es la resolución de problemas aritméticos con el objetivo de volver sobre lo realizado para reconocer, explicitar y sistematizar el conocimiento implicado en dicha resolución, así como las formas de obtenerlo y validarlo.

“**Cómo**” se hace matemática en el aula define al mismo tiempo “**qué**” matemática se hace, “**para qué**” y “**para quiénes**”.

Resulta imprescindible que la escuela priorice, desde el momento en que los alumnos/as se inician en el estudio de la Matemática, la construcción del sentido de los conocimientos a través de la resolución de problemas y de la reflexión sobre los mismos, para así promover un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos/as. Que suponga para cada uno de ellos involucrarse en el problema, plantearse preguntas, elaborar estrategias propias de resolución, compararlas con las de sus compañeros/as, discutir sobre la validez de los procedimientos realizados, reflexionar sobre aquellos resultados que son útiles, establecer relaciones, elaborar formas de representación, realizar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante ejemplos, demostrarlas, reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos y sobre esta base, ser capaces de encarar situaciones nuevas por sí mismos.

B. El uso del juego en el aula

Los juegos son un contexto relevante para el planteo de problemas. Ellos son un soporte de las situaciones de enseñanza planificadas en tanto estén a disposición del aprendizaje y no de la mera acción lúdica. Para que un juego se torne proceso de aprendizaje para todos el clima en el aula debe ser de respeto de las ideas ajenas, de estímulo para la participación activa y donde se considere a los errores como parte del aprendizaje.

Los alumnos/as se interesan naturalmente por los juegos, ya que a la hora de jugar se independizan relativamente de la intencionalidad del docente y pueden desarrollar la actividad cada uno de acuerdo a sus posibilidades cognitivas.

Según su propósito curricular, el docente elegirá el juego a utilizar adecuándolo al contenido a enseñar. En el momento de jugar el propósito del alumno/a es siempre ganar, tanto dentro como fuera de la escuela. El objetivo del docente, en cambio, es que el alumno/a aprenda el contenido que está involucrado en el juego, instándolos a participar activamente desde el punto de vista cognitivo.

El docente organizará la clase en grupos (según la naturaleza del juego) proporcionándoles junto al material las reglas del juego (asegurándose la comprensión de las mismas) y determinará los roles que cada uno de los alumnos/as del grupo asumirá durante su desarrollo (en ocasiones esto lo harán los propios alumnos/as). Es necesario que cada grupo juegue el juego hasta terminar y lo repita varias veces. El docente recorrerá la clase aclarando dudas, pero no intervendrá en las estrategias, sino que tomará registro de ellas.

Si el docente percibiera que el juego es dificultoso o muy sencillo para sus alumnos/as, puede convenir con ellos/as nuevas instancias haciendo uso de las variables didácticas posibles de alterar (número de cartas, intervalos numéricos usados, número y forma de piezas de los puzzles, naturaleza de las figuras a clasificar, etc.).

Luego se planteará un momento de reflexión sobre el desarrollo del juego, por grupo o en forma colectiva, donde el docente formulará algunas preguntas que lleven a los alumnos/as a reflexionar sobre el objetivo del juego, con qué estrategias pudieron lograrlo, cuál sirvió y cuál no, si se detectó alguna estrategia más eficiente que otras dentro de las utilizadas, qué conocimientos necesitaron para poder jugar.

Finalmente, el docente y los alumnos/as deben realizar un cierre donde se destaquen los contenidos (*¿qué aprendimos? ¿cómo lo hicimos? ¿qué actitudes favorecieron nuestra tarea?*) trabajados durante el juego. Es el momento en el cual el docente liga las denominaciones, representaciones y relaciones establecidas por sus alumnos/as en el juego con los conocimientos socialmente válidos de la Matemática y con los valores relacionados a su aprendizaje. Los alumnos/as, por otra parte, con este trabajo pueden tomar conciencia de que han logrado un nuevo aprendizaje, reconociendo las relaciones entre lo nuevo con lo que ellos inicialmente tenían como disponible.

Recalamos que es importante tener en cuenta que ningún juego se juega una sola vez. Por ejemplo, en los juegos dirigidos a fomentar la realización de cálculos por parte de los alumnos/as, la repetición del juego permite reutilizar los cálculos memorizados y las estrategias aprendidas en la realización de otros, además del ensayo de nuevas estrategias.

Elaborar, seleccionar y preparar juegos o modificarlos demanda tiempo y costo, por lo que trabajar en equipo, con otros docentes, de modo que los puedan usar varios grados hace a la economía de ambos y al enriquecimiento de la tarea.

Es interesante que los alumnos/as puedan traer juegos de sus casas y llevar juegos del aula al recreo y hasta fuera de la escuela, involucrando su familia y amigos. La invención y modificación de juegos con reglas propias les ayudará a comprender la lógica que los juegos encierran, la imposibilidad de existencia de reglas contradictorias y la importancia de respetarlas.

C. Los problemas, el juego y el cálculo mental

En coherencia con lo hasta aquí expuesto debería considerarse en la clase el juego como situación problematizadora, que no perdiendo su valor de diversión, se puede constituir en fuente de “buenos problemas” para desarrollar actitudes y conocimientos matemáticos en los alumnos/as.

Para ejemplificar esa posibilidad, en este cuadernillo se ha elegido el trabajo con el contenido Cálculo Mental para el Primer Ciclo (Ver Anexo extraído del Documento Curricular 2005. Prov. Neuquén).

El cálculo mental es postergado frecuentemente en nuestras aulas para dejar paso al trabajo rutinario y mecánico con el cálculo escrito. Muchas veces queda limitado a la memorización de las tablas de multiplicar. Sin embargo, el cálculo mental, exacto y aproximado, posee propiedades que lo hacen fundamento de todo otro tipo de cálculo con significado, sea escrito o con calculadora, a la vez que constituye un componente esencial de lo que entendemos hoy por sentido numérico. (Rabino, Bressan, Gallego, 2004)

Algunas de las propiedades del **cálculo mental** que lo distinguen del **cálculo escrito** y con **calculadora** son:

- Es globalizador (toma el número como una totalidad que se puede descomponer aditiva o multiplicativamente, de forma tal que permite conservar el valor de los términos de la operación).
- Sustituye o altera los datos iniciales (trabaja con otros más cómodos o más fáciles de calcular, usando las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva).
- Requiere ciertas habilidades (conteos, recolocaciones, descomposiciones, redistribuciones, compensaciones).
- Es particular (los procedimientos dependen de los distintos números y operaciones involucradas y de los conocimientos de la persona que lo realiza).
- Anticipa resultados.

El **cálculo escrito**, en tanto algoritmizado, posee otras propiedades. Por ejemplo:

- Permite conservar los resultados, y también una parte de los procesos (posibilita localizar y corregir los errores)
- Permite obtener reglas (algoritmos), estrechamente ligadas a la representación gráfico-simbólica (símbolos sin referencia alguna al mundo real)
- La existencia de reglas permite ejecutarlos automáticamente.
- Es abreviado (oculta gran parte de las operaciones y las transformaciones intermedias, que tienen que ver con el uso de las propiedades).
- Es analítico (las cifras se operan separadamente lo que lleva a perder de vista cuáles son los números con los que se está operando).
- La comprensión del algoritmo depende de la comprensión de las reglas del sistema de numeración posicional decimal.
- Es general (cada algoritmo funciona igual con todos los números).

El **cálculo con calculadora**, que no debe postergarse, posee otras características que es bueno que los alumnos conozcan:

- La calculadora es la que efectúa el procedimiento.
- El usuario es el que introduce los elementos necesarios para operar (los números, las operaciones, y en qué orden deben realizarse).
- Ahorra los esfuerzos que conlleva el cálculo escrito (permite obviar la repetición mecánica de reglas).
- Es ajena a los errores de pulsación
- Permite resolver problemas complejos de la realidad con facilidad.

En este documento se entenderá por cálculo mental el cálculo hecho “con la cabeza” y no “en la cabeza”, en el sentido como lo toman Parra y Saiz (1997), ya que se admitirá si fuera necesario, el apoyo de la escritura para la memorización de pasos intermedios. Por ejemplo, al emplear una estrategia de descomposición junto con las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación para resolver $37 + 45$, el papel y lápiz puede usarse para ir tomando nota de los cálculos intermediarios: $30 + 40$ y $7 + 3 + 5$ o bien empleando una estrategia secuencial $37+3+42$. De lo que se trata es de evitar que el único recurso a utilizar frente a una cuenta dada sea el algoritmo convencional, haciéndose hincapié en cambio, en la elección por parte de los alumnos/as de estrategias que simplifiquen la operación u operaciones a realizar.

Además del cálculo mental exacto deberá ejercitarse el cálculo aproximado, tanto para llegar a la anticipación de resultados como para evaluar la corrección de los mismos una vez obtenidos. Este proceso denominado estimación debería ser incorporado sistemáticamente a toda tarea de cálculo ya sea mental, escrita o con calculadora.

Las actividades que se incluyen en este documento han sido diseñadas con miras a ayudar a los alumnos a desarrollar habilidades de cálculo mediante el uso de estrategias que ponen en juego las propiedades de los números y de las operaciones, tales como: descomponer números en forma conveniente; usar las combinaciones a 10 ($1 + 9$, $2 + 8$, $3 + 7$, etc.) y los múltiplos y las potencias de 10; detenerse en la observación del valor de las cifras para combinar números; elaborar estrategias de compensación (lo que agrego a este sumando se lo debo quitar a otro, o sumar 9, 19,... ó 99 es lo mismo que sumar 10, 20,... ó 100 y luego restar 1, etc.); memorizar combinaciones básicas de las cuatro operaciones con números naturales, que sirvan de referentes para otros cálculos más complejos; usar propiedades de los números tales como la paridad o su divisibilidad; comprender los efectos de las operaciones sobre los números (reconocer por ejemplo en una suma de números naturales que el resultado es mayor que cualquiera de los sumandos) entender cómo se modifican las operaciones a partir de modificar los números intervinientes (por ejemplo, que al sumar un número a un término de una suma, el resultado obtenido aumenta en ese número); encontrar regularidades que abrevien los cálculos o generalizar propiedades numéricas que permitan anticipar resultados, etc.

Una vez realizados estos juegos, y con miras a generar la discusión y la reflexión, se pueden plantear la siguientes preguntas:

- . *¿Cómo pensaron los números?*
- . *¿Qué operaciones usaron?*
- . *¿Que “reglas” utilizaron? (viene muy bien escribirlas en carteles que queden a la vista para ser utilizadas por los alumnos/as en otras oportunidades)*
- . *¿Cuál de las estrategias propuestas hace más fácil el cálculo? ¿Y más corto? (pueden no coincidir).*
- . *¿Qué errores pueden producirse y cómo podemos remediarlos?*

Para lograr buenos resultados en la enseñanza/aprendizaje del cálculo mental se recomienda que:

- Se destierre la idea de que existe una única forma de calcular.
- Realizar las actividades que se van a utilizar antes de darlas a los alumnos, anticipando posibles respuestas, errores y estrategias, para poder aprovecharlas al máximo durante la lección.
- Valorizar tanto las respuestas aproximadas como las exactas y pedir su fundamentación.
- Crear un clima de confianza en el aula, propiciando el respeto por las ideas ajenas (incluidos los errores) y dando seguridad y promoviendo la autoestima de los alumnos/as para que se animen a calcular mentalmente.
- Realizar actividades de cálculo mental no menos de tres veces a la semana e incluyendo dicha forma de cálculo, exacto y estimativo, cada vez que sea pertinente, al trabajar con cálculo escrito, con calculadora o con problemas.
- Ejercitarse uno mismo esforzándose por calcular mentalmente y de diversas maneras tanto en la escuela como fuera de ella, lo cual permitirá apreciar y comprender mejor las estrategias de cálculo de los alumnos/as.

Observaciones:

Los ejemplos de juegos que se dan a continuación no forman una secuencia didáctica ni están totalmente graduados por dificultad para los distintos años del primer ciclo, sino que queda en cada docente la tarea de seleccionar, organizar y adaptar los mismos según las necesidades que surjan en su aula. **Todas** las actividades pueden ser simplificadas o complejizadas cambiando la cantidad y naturaleza de los números intervinientes, los materiales, el tiempo de realización, etc.

Ya que todos los juegos tendrán como objetivos el que los alumnos/as se diviertan y el trabajo en equipo, no se reiterarán en el párrafo objetivos de cada juego. Éste está especialmente dirigido a explicitar los aprendizajes matemáticos involucrados en los mismos.

II Parte: JUEGOS DE CÁLCULO MENTAL

CARTAS

1. “*Bombardeo*”

Objetivos: Memorizar *sumas a 10*

Sacar los 10, las jotas, los reyes y las reinas de un mazo de cartas. Mezclar y repartir las que quedan. Cada jugador da vuelta su carta de arriba, por turno o simultáneamente. Si dos cartas que suman 10 son dadas vuelta, el primer jugador que grite “*BUMP*” gana esas dos pilas de cartas.

2. “*Mirar y emparejar*”

Objetivos: Mejorar la memoria visual espacial. Memorizar *sumas a 10*.

Sacar los 10, las jotas, las reinas y los reyes de un mazo de cartas. Colocar el resto boca abajo sobre la mesa en forma desordenada. Por turno, cada jugador deberá dar vuelta dos cartas y si éstas suman 10 las gana, si no debe darlas vuelta boca abajo otra vez. Gana el que más pares logra formar.

3. “*Te pido un...*”

Objetivo: Reconocer las descomposiciones del 10 en dos sumandos. Memorizar complementos a 10.

Se forman grupos de 4 o más jugadores con cuatro juegos de cartas con los números 0 a 10 (44 cartas por grupo de 4).

Se reparten las cartas. Cada jugador se descarta de todas las parejas que sumen 10 y las coloca encima de la mesa en un mazo personal. A continuación el primer jugador pide una carta a algún compañero/a. Por ej. te pido 7. Si el compañero tiene la carta debe dársela. El primer jugador muestra las dos cartas (7y 3) sobre la mesa y vuelve a hacer lo mismo con otra carta hasta que los compañeros/as no puedan aportarle ninguna más. Pasa el turno al primer jugador que ha dicho: “No la tengo”. Gana quien al terminar el juego posee más parejas de 10.

4. “*Máximo 15*”

Objetivo: Comparar cantidades y sumar mentalmente, usando distintas estrategias de cálculo mental a 15 (exacto y aproximado) y resolver sumas encadenadas por escrito.

Se forman parejas en equipos de 4 o 6 alumnos/as. Se entrega lápiz y papel.

Se utilizan todos los naipes de la baraja española (40 cartas) Se dejan todas las cartas vueltas abajo en un mazo en el centro de la mesa. Se sortea el alumno que comienza. El primer equipo destapa dos cartas y las enseña y dice el resultado de sumar sus valores. Luego, si quieren pueden seguir levantando cartas e ir sumando los nuevos valores al resultado anterior intentando aproximarse a 15 **sin pasarse**. Cuando no se desea levantar ninguna carta más se debe decir: “Nos plantamos”.

Siguen las otras parejas. Cuando se acaba la ronda cada equipo anota en un papel la cantidad en que se “ha plantado”. Si llega exactamente a 15 obtiene 5 puntos de regalo /su puntaje será 20); si se pasó de 15 perderá su puntaje teniendo 0 puntos. Las cartas que se utilizaron en esta ronda se dejan aparte. Los resultados obtenidos en las rondas siguientes se irán sumando a los

puntajes obtenidos en las rondas anteriores. Gana el equipo que consiga más puntos al sumar todos los resultados obtenidos.

DADOS

1. “Juego de dados”

Objetivos: *Cálculo mental de sumas o multiplicaciones.*

1. Entre dos niños/as: cada uno arroja dos dados, calcula mentalmente la suma de los puntos obtenidos. Los niños escriben, para cada turno, sus resultados y los comparan (mayor, menor e igual). Pueden anticipar quién ganará el partido (de dos o más turnos) y hacer la suma de puntos para comprobar. (El maestro en el pizarrón puede usar los signos de igual, mayor o menor)

2. Entre cinco niños/as: cada uno arroja un dado. Los niños/as calculan mentalmente la suma de los puntos indicados por los cinco dados y lo escriben. Todos los resultados son confrontados y ordenados.

Variación 1: El maestro tira dos dados y pide el producto de los números que representan los puntos marcados. Es conveniente hacer escribir las igualdades, por ejemplo: $3 \times 4 = 12$.

Variación 2: Pintar de distintos colores las caras de un dado (por ej: dos rojas, dos verdes, dos blancas) y asignar valores, por ejemplo: la cara roja vale el doble; la cara verde el triple y la cara blanca lo que sale.

2. “División por 2”

Objetivos: Calcular la mitad de un número entre 1 y 12. Distinguir números pares de impares. Memorizar mitades y dobles.

Por grupos de 4 se tiran dos dados, se suma el puntaje y luego se anota la mitad. Allí se descubrirá que, en algunos casos (con los números impares), sobra 1. Esto dará lugar a clasificar con nuevo criterio los números: los que al dividirse por 2 no dan resto y aquellos que sobra 1. Por supuesto habrá que decidir qué se hace con el punto que sobra, por ejemplo si saliera 4 y 5 suman 9 entonces la mitad es 4 y sobra 1. Hay varias posibilidades, anotar 4, anotar 5 o tal vez algún niño proponga anotar 4 y medio.

Variación: Jugar con más dados o con barajas extraídas al azar.

3. Cálculo de diferencias a 12

Objetivos: calcular diferencias en el intervalo 0 -12. Trabajar la no conmutatividad de la resta.

Por grupos de 2. Se pueden usar dos dados de diferente color y se pide la diferencia entre los puntos marcados por el dado de un color y el otro. En ciertos casos esa diferencia no existe (por ejemplo: 5-7 y dirán que “no se puede”). Cuando se puede calcular, los niños escribirán la igualdad correspondiente. Se hará un cartel con todas las igualdades encontradas para cada tipo de resultado (las que dan 1, las que dan 2, etc.)

Variación: Posteriormente, y sin obligación de usar los dados y sin el cartel a la vista, la docente propondrá números y los niños deberán escribirlos como diferencia de otros dos números. Gana aquél que escriba más posibilidades.

TIRO AL BLANCO

1. “Tiro al blanco”

Objetivos: Sumar y restar números naturales. Distinción de dobles. Comparar resultados. Usar escrituras aditivas.

a) En el piso hay un dibujo de un blanco con seis círculos concéntricos con los números del 1 al 5, de afuera hacia adentro, el mayor en el centro. (También se puede hacer un blanco tipo rayuela)

En equipos formados por parejas:

- Jugamos al juego de tiro al blanco. Para ganar es necesario hacer exactamente 8 puntos. Luego de varias jugadas, de las cuales llevan registro los alumnos/as, se pedirá que contesten:
- ¿Cómo podemos hacer para llegar con 2 bolsitas?
- ¿Cómo podemos hacer para llegar a 8 con 3 bolsitas

Variación 1: Juego libre con dos bolsitas:

- ¿Cómo obtener la mayor cantidad de puntos posibles?
- ¿Cómo obtener la mayor cantidad de puntos posibles si las dos bolsitas no llegan a la misma región?
- ¿Qué valores se pueden obtener si los dos llegan a la misma región? (Dobles).
- Con 2 bolsitas un jugador marcó 6 puntos, ¿dónde cayeron?
- Con 3 bolsitas un jugador marcó 9 puntos, ¿dónde cayeron?

Federico tira una bolsita en el 5, una en el 2 y en otra jugada otra en el 5 y otra en el 2. Iván tira una bolsita en el 1, una en el 10 y después una en el 2 y otra en el 2. ¿Quién ganó? ¿Por qué?

Variación 2: Actividad del mismo tipo utilizando tres bolsitas o cambiando los números del blanco.

Proponer problemas

- Federico tiró 3 bolsitas y ha marcado 12 puntos ¿Dónde puede tirar Iván sus tres bolsitas para ganar? ¿Hay varias soluciones?

MISCELÁNEAS

“La cajita de los 10”

Objetivos: Calcular y memorizar complementos y restas de 10.

Se necesitan:

Una caja grande de fósforos.

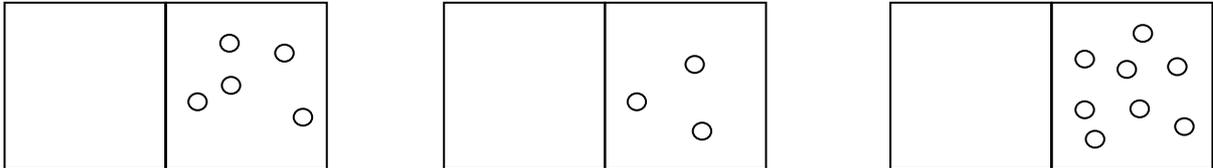
10 bolitas o garbanzos por equipo.

Reglas:

- Se juega por equipos o por parejas.
- Por turno cada jugador mueve la caja cerrada para que se mezclen las bolitas. Apoya la caja en la mesa y la abre hasta la mitad. A partir de las bolitas que se ven, el siguiente jugador tiene que decir cuántas bolitas hay en la parte que está tapada.

- Los demás jugadores determinan si la respuesta es correcta. Si es necesario, destapan la otra mitad. Cuando la respuesta es correcta el jugador gana 1 punto.
- Se anotan los puntajes; juegan 3 ó 4 vueltas.

Luego de jugarlo varias veces se les puede proponer una ficha de trabajo como la siguiente:
 “Del lado que está tapado escriban el número de bolitas que hay en cada caso”:



Variación: Luego de trabajar el intervalo a 10 puede incrementarse a 20 bolitas

2. “El loro sabiendo”

Objetivo: Elaboración de enunciados aritméticos que se correspondan con un resultado.

El docente tiene en su mano un loro con un pico que se abre y se cierra y que sólo puede decir 5. Los niños/as piensan problemas que den 5 y el loro contesta "5". Frente a respuestas incorrectas el loro mueve la cabeza diciendo NO. En las semanas siguientes el loro puede decir 10, 20 y luego 15, etc.

3. “¿Somos amigos?”

Objetivos: Sumar a 10. Reconocimiento de numerales.

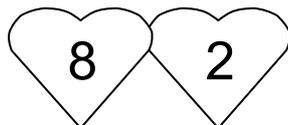
Este juego consiste en que cada uno de los niños/as tiene prendido en su pecho una tarjeta con un número del 1 al 10 y a una orden debe encontrar otro compañero de modo que sus números sumen 10 (o el doble de lo que tienen, o uno más de lo que tienen...)

Variación: Posteriormente pueden encontrarse varios compañeros/as que “sumen 10” o cualquier otro número (sumas de varios sumandos)

4. “Corazones enamorados”

Objetivos: Trabajar sumas y restas a 10. Memorizar composiciones a 10.

Un par de corazones enamorados juntos hacen 10. Cuando los niños/as conocen los corazones o complementos a 10, ese conocimiento se practica en una variedad de formas. Puede jugarse como el juego anterior



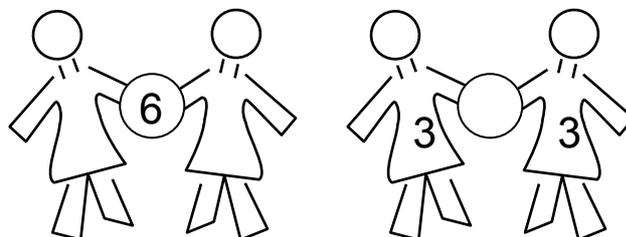
5. “Los mellizos”

Objetivos: Uso y memorización de dobles. Sumas y restas usando dobles

Los mellizos siempre tienen igual (bolitas o autoadhesivos o números). Pegar en la espalda de sus alumnos/as carteles de modo que se repitan de a dos alumnos. Al dar una señal proponer que busquen sus mellizos y den su resultado de pareja que anotan en un cartel grande para que sus compañeros lo vean.

Cuando los niños/as saben por ejemplo cuánto es 3 y 3 se les puede preguntar la inversa: ¿Cuántas bolitas para cada uno si juntos tienen 6? ¿Y si formaron 12, qué números tienen en su espalda...

(Ver figura)



Variación 1: Dar otras actividades con dobles o números relacionados:

- Sumas como $4+4$, $8-4$
- Dobles grandes como $40+40$, $200-100$
- Otras sumas relacionadas: $44+4$, $140-40$

Variación 2: El juego del doctor y el paciente medio sordo. El doctor no cree que su paciente sólo puede escuchar la mitad. Por lo tanto dice un número por ejemplo 22 y el paciente parado en un rincón repite “11”. (También está el juego de los anteojos con los que se ve doble, que se colocan en los alumnos/as y se le dan números para leer y ellos dicen los dobles

6. “El juego de la escalera”

Objetivos: Hacer cálculos combinados. Analizar la imposibilidad de la resta en ciertos casos.

Dibujar la escalera en el pizarrón tal como se muestra en la figura y colocar un signo igual al pie a la derecha.

Usando un puntero, el maestro toca, en orden, los símbolos 4, 6, 1, = y 9, explicando que esto representa el problema $4+6-1=9$. Movimientos hacia arriba significan suma y hacia abajo significan resta. Después de que varios problemas de este tipo son resueltos en forma satisfactoria por la clase, el docente le da el puntero a un alumno/a, quien crea un problema para que lo resuelvan sus compañeros/as. Cuando el alumno/a realizó tres turnos, le da el puntero a otro y el juego continúa. Si $9, 6, 4 =$ son indicados de tal manera la operación indicada es $9-6-4 = -1$, la respuesta de un resultado negativo significa que el escalador “se cayó de la escalera” (lo que sugiere que el significado de un número negativo se puede demostrar físicamente).

9
8
7
6
5
4
3
2
1

ADIVINANZAS

Objetivos: Trabajar con los números como cardinales y ordinales. Utilización de la representación mental de la serie numérica para comparar y operar. Efectuar operaciones combinadas.

1. “¿Quién soy?”

- a. Soy un número enseguida después de 17.
- b. Estoy justo antes del 12.
- c. Estoy entre el 9 y el 11.

2. “Adivina mi número”

Un niño/a piensa un número de 1 a 10 y otro intenta averiguarlo diciendo alguno. A través de respuestas como "es más grande", "es más chico", "está antes", "está después" (dadas por el niño/a que tiene en mente el número) en la serie mental ascendente, el alumno/a deberá adivinarlo con la menor cantidad de intentos posibles.

3. “Estoy pensando un número”.....

Cuando lo encuentres, márcalo con un círculo:

- a) 0 4 5 8
 Es mayor que 4, pero es menor que 8.

- c) 1 5 7 6
 Es mayor que 6, y es menor que 8.

- b) 2 3 4 5
 Es menor que 4, y es par.

- d) 2 4 5 7
 Es menor que 6, y es impar.

- a) 4 5 6 7
 Es mayor que 4, y es menor que $3 + 3$

- c) 5 6 7 8
 Es mayor que $3 + 3$, y es par

- b) 0 1 2 3
 Es impar, y no es 1

- d) 0 2 4 6
 Es menor que $5 - 2$, y no es 2.

4. “Veo Veo”

Vamos a jugar al **Veo Veo** con la mente:

Veo Veo

¿Qué ves?

Un número

¿Dónde está?

Entre el 30 y el 20

¿Cuánto suman sus cifras?

Nueve

El 27

¡Correcto!

5. “Adivina adivinador”

¿Cuál es el número que anda mejor?

1) Es menor que 10. 2) Se escribe como doble 3) Supera al 7 Rta: el ocho	1) Supera al 20 2) Es menor que 30 3) La diferencia entre sus cifras es 4 Rta: el 26
---	---

6. “Piensa un número”

Piensa un número Súmalo 3 Agrégale dos Réstale 5 ¿Qué número obtienes? ¿Por qué?	Piensa un número entre 10 y 20 Súmalo 10, Agrégale 20 Quítale 10 Agrégale 5 ¿Qué número obtienes?
---	--

7. “Escondida está...”

¿Podrías dar una regla para continuar estos cálculos?

a) 38 + 35 28 + 24 18 + 13	b) 12 + 11 16 + 14 c) 36 + 37 46 + 47
--	--

PIRÁMIDES

(Cada “ladrillo” de la fila superior es la suma o la multiplicación de los dos “ladrillos” inferiores que lo sostienen).

Objetivos: Completar pirámides de suma (o de multiplicación). Trabajar con las operaciones inversas.

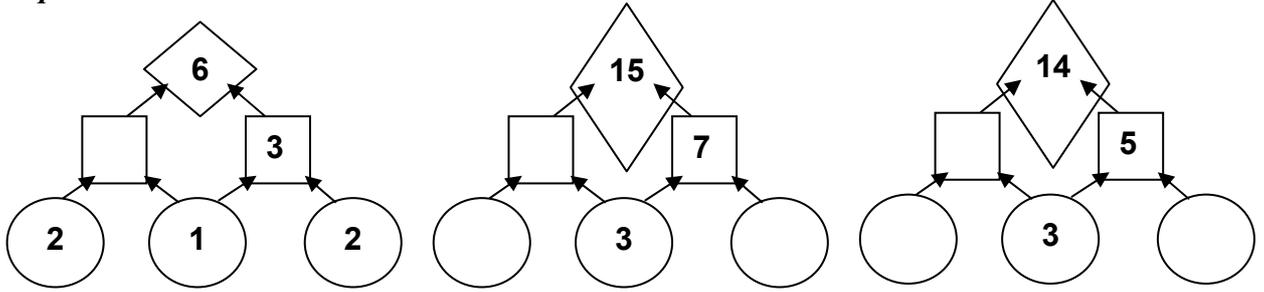
Comentarios:

Es posible armar pirámides diferentes:

- con distintos conjuntos numéricos (naturales, fracciones, decimales)
- con distinto grado de dificultad según la ubicación de los datos y, por lo tanto, involucrando el manejo de una sola operación o de la operación (+ y x) y su inversa; o con diferente cantidad de pisos
- con una solución única o con varias posibilidades de solución
- con numerales o configuraciones (en caso de los primeros grados)
- sin datos, como producción libre, para tener información sobre el intervalo numérico que maneja el alumno/a al confeccionarla.

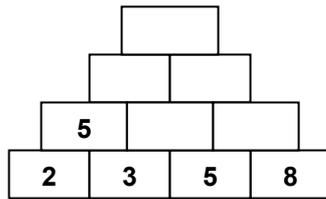
Es una práctica de tipo individual que, una vez terminada, permite compartir y comparar las soluciones pidiendo justificaciones de las respuestas y estrategias utilizadas.

1. Completar

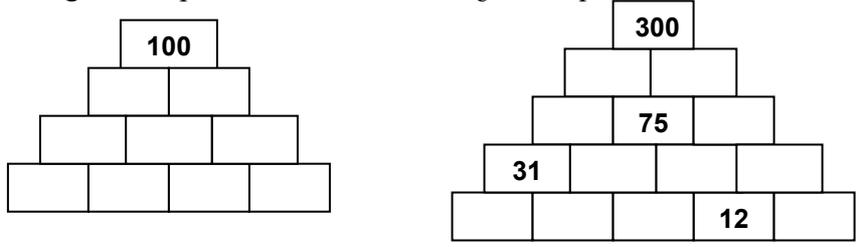


2. Más pirámides

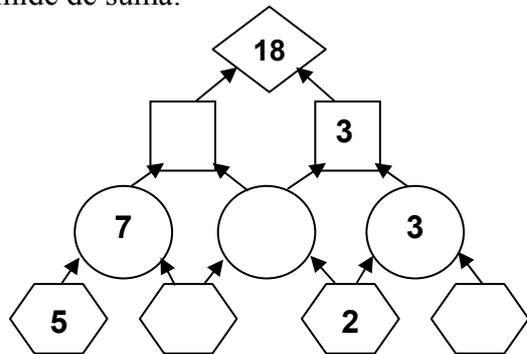
a- Completa la siguiente pirámide de ladrillos:



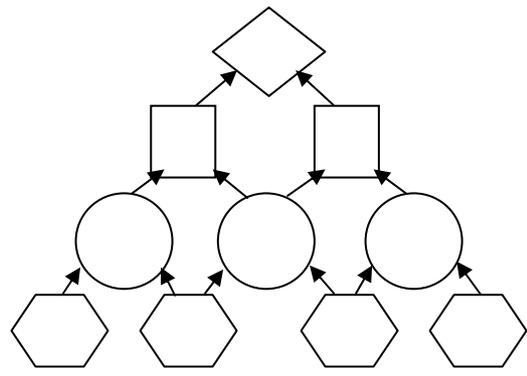
b- Completa las siguientes pirámides de ladrillos. ¿Crees que tienen una única solución? Investiga.



c Resuelve la siguiente pirámide de suma:



d- Inventa una pirámide de suma.



Discutir la cantidad de datos iniciales necesarios y su ubicación para que la solución sea única.

CADENAS

Objetivo: Resolver cálculos con diversas estrategias usando relaciones numéricas que los vinculan y las propiedades de las operaciones que se mantienen al afectarse sus términos o factores.

Comentarios: Una cadena numérica es una serie de cálculos sencillos y relacionados entre sí, desprovistos de contexto, elegidos especialmente para generar estrategias de cálculo rápidas, eficientes y confiables desarrollando a su vez el sentido del número y de las operaciones. Lo importante es que los niños/as no se limiten a un procedimiento rígido, como un algoritmo que se usa mecánicamente, sino a mirar los números y decidir qué estrategia utilizar.

Los cálculos se escriben en forma horizontal, no vertical para no fomentar ninguna estrategia en particular.

Se puede presentar una cadena con varios cálculos al mismo tiempo, en este caso se busca que los alumnos/as, en base a algún cálculo conocido o fácil de efectuar para ellos, deriven los restantes aplicando propiedades numéricas y de las operaciones, en forma individual o grupal. Otra modalidad a trabajar con la clase total es: el docente escribe un cálculo y les da tiempo a los alumnos/as para pensar y resolverlo mentalmente y prepararse para explicar cómo lo hicieron. Mientras los niños/as comparten sus ideas, el docente representa lo que dicen, los alumnos/as ven las representaciones de las estrategias de sus pares y discuten las más eficientes.

Después de que fueron compartidas y discutidas las diferentes estrategias, se introduce el próximo paso de la cadena con el mismo procedimiento, procurando usar el conocimiento anterior.

Resulta interesante que después de un tiempo los mismos alumnos/as armen cadenas para compartir (producción libre). Esto pone en evidencia su comprensión de las relaciones y propiedades numéricas que pretende poner en juego.

1. Resuelve en cadena ¿Qué observas?

$2 + 5$	$2 + 5$	$2 + 5$
$2 + 15$	$12 + 5$	$24 + 5$
$22 + 5$	$2 + 25$	$13 + 5$
$32 + 5$	$23 + 5$	$42 + 5$
$33 + 5$	$33 + 5$	$14 + 5$
$13 + 5$	$43 + 5$	$22 + 5$

Señala en los cálculos anteriores dónde va a aparecer un 7 u un 8 en el resultado. ¿Por qué lo sabes?

2. Sabiendo que:

$4 + 8 = 12$	$4 + 5 = 9$
$4 + 4 = 8$	$3 + 7 = 10$
$7 + 4 = 11$	$4 + 7 = 11$

	$6 + 5 = 11$
--	--------------

- a) ¿Cuál es el resultado de: $8 + 4?$ $3 + 8?$ $7 + 3?$ $4 + 3?$ $8 + 5?$
 b) Explica los métodos que utilizaste para calcular.

3. Resuelve en cadena y explica cómo lo pensaste:

Cuenta	¿Cómo lo pensaste?
$125 + 125 =$	
$120 + 130 =$	
$119 + 129 =$	
$169 + 179 =$	
$170 + 180 =$	
$175 + 185 =$	
$275 + 86 =$	
$295 + 186 =$	

4. Cadenas de multiplicación

10×10	5×6	15×20
5×5	20×6	30×20
20×5	40×6	30×40
20×20	40×60	15×40
15×20	40×59	32×40
15×25	39×59	30×44
20×30	39×58	15×44
20×3	78×29	30×22
19×3	780×290	45×60
19×30	7800×29	15×10

TABLEROS Y TABLAS

Objetivos: Leer y manejar tablas. Realizar sumas y multiplicaciones mentales apoyándose en propiedades de los números y de las operaciones con diversas estrategias de cálculo: descomposición, composición, compensación, cálculos conocidos, sistema de numeración, etc. Estimar. Encontrar regularidades numéricas.

Comentarios: Generalmente las tablas son para completar, mientras que los tableros se presentan completos para alentar diferentes estrategias de cálculo basadas en las regularidades o en la disposición de los números.

En cuanto a las tablas, pueden armarse con:

- diferentes conjuntos numéricos
- con una o dos operaciones
- las incógnitas pueden ser números u operaciones
- con una solución única, con varias o sin solución
- sin datos, como producción libre

También los tableros admiten variantes según:

- el conjunto numérico
- las estrategias que aliente (complementos a 10, 100..., uso de dobles, saltos de 10, búsqueda de pares, sumas de unidades que den cero, etc.)

Ambos pueden realizarse en forma individual o con todo el grupo, con la guía del docente. Una vez terminados se comparten las producciones y se destacan aquellas estrategias de cálculo que resultan más rápidas y eficientes.

1. ¿Cuánto da la suma total de los números de este tablero?

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

2. ¿Cuántos minutos tardas en averiguar si la suma total de los números de este tablero es mayor o menor que 200?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

3. Encuentra la suma total de dos maneras diferentes:

1	2	3	4	5
11	12	13	14	15
21	22	23	24	25
31	32	33	34	35
41	42	43	44	45

¿Cuál de las dos estrategias que usaste en mejor y por qué?

4. Considera este tablero:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Los números 3, 22, 34 y 15 forman un paralelogramo.

a) Si A es la suma de estos cuatro números y B es la suma de los cuatro números interiores, halla A/B.

b) Forma otro paralelogramo con los números 6, 18, 25, y 37. Calcula A, B y luego A/B

c) Compara las respuestas halladas en a) y b) . ¿Cómo explicas lo que pasa?

5. Juan recuadró cuatro números en el tablero a 100 y escribió la siguiente regla: “La suma de los cuatro números es cuatro veces el número menor más 22”

a) Muestra que la regla es correcta para este recuadro:

15	16
25	26

b) Juan piensa que la regla es correcta para cualquiera de estos recuadros de 4 números en el tablero a 100. Explora su conjetura.

6. Completa siguiendo las flechas. Corrige los valores en el tablero si fuera necesario.

a)

6	13	
1	8	

+5 ↑
→ +7

b)

5	32	
40	37	

-5 ↑
→ -7

c)

100		

+25 ↑
→ +35

d)

	35	
		38

-45 ↑
→ -15

		50

+200 ↑
→ +35

4. Completa las siguientes tablas de multiplicación:

a)

X	8		6
	40		
		18	12
		27	

b)

X		4	
		12	
	42		70
5			50

c)

X		9	
	4		
		18	10
	24		30

d)

X		3	
	12	6	
7			
		24	40

e)

X			
		8	
	35		15
	42	12	

f)

X			
		30	35
		48	
	36		63

g)

X			
	15		
		49	
			81

h)

X			
	25		
		56	
			100

a)

		400
	200	
10		

x 4 ↑
→ x 5

b)

	1200	7200
21	240	
8		

x 5 ↑
→ x 6

c)

	252	1764
		294
1		

x 5 ↑
→ x 5

d)

	150	300
x ?		60
	3	

x 2

e)

	18	
x ?		24
	2	

x 2

f)

	16	32	64
x ?			
	1	2	4

x 2

g)

: 5		
	150	300

h)

: 6		
	360	540

i)

: 8		
	960	640

CONCLUSIONES

A través de juegos que impliquen un trabajo sistemático con el cálculo mental se podrán apreciar las siguientes ventajas que su aprendizaje conlleva:

- Influye en la capacidad para resolver problemas desarrollando habilidades para tomar decisiones, trabajar con “otros”, usar recursos pertinentes, permitiendo a su vez crecer en la capacidad de modelizar, anticipar y reflexionar a partir de una situación.
- Acrecienta el conocimiento del campo numérico.
- Enriquece las relaciones numéricas.
- Habilita un modo de construcción del conocimiento que favorece una mejor relación del alumno con la Matemática.
- Permite avanzar en dirección a aprendizajes matemáticos más complejos (Parra, 1997)

BIBLIOGRAFÍA

- Bressan, A. y Bogisic, B. (1996): "*La estimación, una forma importante de pensar en matemática*". Documento de Desarrollo Curricular No 1. Consejo Prov. de Educación. Río Negro.
- Bergadá Mugica, E. y otros (1999): *Así aprendemos 1, 2 y 3*. Cap 2. Ed. Hachette.
- Broitman, C. (2001): *Las operaciones en el primer ciclo*. Ed. Novedades Educativas.
- Chemello, G. (1997): *El cálculo en la escuela: las cuentas, ¿son un problema?*. Páginas 81 a 107 del libro "Los CBC y la enseñanza de la matemática". Bressan A., Gysin L. y otros. A-Z Editora.
- Chemello G.: (1997) "El cálculo en la escuela: las cuentas, ¿son un problema?". Páginas 81 a 107 del libro "Los CBC y la enseñanza de la matemática". Bressan, Gysin y otros. A-Z Editora.
- Dibrienza, J. y Shevell, G.(1998): *Cadenas numéricas: desarrollando eficiencia de cálculo en una clase constructivista*. The Constructivist. Vol. 13, nº 2. Association for Constructivist Teaching and the Project Construct National Center. Traducción: Adriana Rabino
- Enciclopedia Britanica (1998): *Herramientas numéricas. Las matemáticas en contextos (MIC)*. Traducción: Hispanex. Boston.MA.
- García a. y Zorzoli, G. (1996): *Construyendo con Lápiz y Papel. Matemática nº 3. Primer Ciclo*. Tiempos Editoriales. Argentina.
- Giménez J. Y Gironde L. (1993): *Cálculo en la escuela. Reflexiones y propuestas*. Ed. Graó.
- KAMII, C. (1995): *Juegos colectivos*. Páginas 125 a 161 del libro "Reinventando la aritmética III". Ed. Visor.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2004): *Juegos en Matemática EGB 1. El Juego como recurso para aprender*. Buenos Aires.
- Mequé EdoI Baste (1998): *Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria*. UNO. Rev. De Didáctica de la Matemática. Nº 18. pp. 21-37. Octubre
- Parra C. y Saiz I. Comp. (1997): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Ed. Paidós Educador
- Parra, C. y Saiz, I. (2000): *Hacer Matemática 1, 2 y 3*. Libros de texto de Editorial Estrada. Argentina
- Pena, M. (1999): *El problema. 240 problemas para escolares de 6 a 9 años, para motivar y construir su aprendizaje matemático*. Ed. Aula. Montevideo. Uruguay. (Interesante esfuerzo sobre la comprensión de problemas bajo diferentes formas de presentación para Primer Ciclo)
- Rabino A., Bressan A., Gallego F. y Zolkower B. Comp. (2004): *Juego calculando, calculo jugando. Cuadernillos para trabajar cálculo mental*. Edición interna del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. Bariloche.
- Zolkower, B. (Comp.): *Handbook of Mathematical-Didactical Activities* (Documento inédito)

ANEXO

El siguiente cuadro muestra situaciones de enseñanza que facilitan el **Cálculo Mental en el Primer Ciclo de la Escuela Primaria Neuquina** (Documento Curricular 2005)

Primer año	Segundo año	Tercer año
<ul style="list-style-type: none"> • La utilización de escrituras aditivas equivalentes de números ($36 = 10 + 10 + 10 + 6 = 30 + 6$; $85 = 80 + 5$) para resolver cálculos mentales y escritos en forma exacta y aproximada. • La práctica del cálculo mental de sumas y restas para memorizar resultados (<i>uso de complementos a...</i>; <i>de dobles</i> $4+4=8$, $8-4=4$, $5+5=10$, $20+20=40$, $40-20=20$; <i>búsqueda de términos faltantes</i> $3+?=15$, $10-?=3$, $50+?=100$, $100-?=50$; <i>propiedad conmutativa, etc.</i>). • La construcción de escalas ascendentes y descendentes de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10. • La estimación de resultados usando distintas estrategias de cálculo aproximado. • La utilización de diferentes estrategias y formas del lenguaje para comunicar los procedimientos realizados. • El análisis de los resultados y su razonabilidad. 	<ul style="list-style-type: none"> • La utilización de escrituras aditivas equivalentes de números para encontrar resultados ($837 + 374 = 800 + 300 + 30 + 70 + 7 + 4 = 1111$). • La práctica del cálculo mental de sumas y restas para memorizar resultados (<i>complementos a...</i>, <i>dobles</i>: $300 + 300 = 600$, $7 + 7 = 14$, $140 - 70 = 70$, <i>búsqueda de términos faltantes</i>: $500+?=650$, $?+600=1000$, $400-?=320$, $1000-?=850$; <i>propiedad conmutativa, etc.</i>). • La construcción de escalas ascendentes y descendentes de 10 en 10, de 20 en 20, de 50 en 50, 100 en 100 a partir de un número dado. • La utilización del cálculo mental y escrito de la suma y de la resta de números a través de la descomposición aditiva y el uso de propiedades conocidas ($328 + 172 = 300 + 20 + 8 + 100 + 70 + 2 = 400 + 90 + 10 = 500$; $350 - 19 = 350 - 20 + 1$). • La estimación de resultados usando distintas estrategias de cálculo aproximado. • El cálculo de dobles y mitades de números de dos cifras para identificar los números pares ($36 = 30 + 6$ entonces la mitad es $15 + 3 = 18$) e impares ($37 = 30 + 7 = 30 + 6 + 1$ entonces la mitad es $15 + 3 + ?$). 	<ul style="list-style-type: none"> • La utilización del cálculo mental y escrito de la suma y de la resta de dígitos y polidígitos a través de estrategias de descomposición, secuenciales y de compensación ($938 + 202 = 900 + 200 + 10 + 30 = 1140$ o bien $938 + 200 + 2 = 1138 + 2$ o bien $938 + 2 + 200 = 940 + 200 = 1140$) • El cálculo escrito utilizando escrituras aditivas equivalentes o los órdenes del sistema decimal de números para encontrar los resultados. ($6318 + 2742 = 6000 + 2000 + 300 + 700 + 10 + 40 + 8 + 2 = 8000 + 1000 + 50 + 10 = 9060$ o bien $6um + 2um = 8um$, $3c + 7c = 11c$, $1d + 4d = 5d$ y $8u + 2u = 10u$, transformando las <i>c</i> y las <i>u</i> el número es 9060). • La práctica del cálculo mental de sumas y restas para memorizar resultados (<i>uso de complemento a...</i>, <i>dobles</i> $2000 + 2000 = 4000$, $700 + 700 = 1400$, <i>búsqueda de términos faltantes</i> $5000+?=6500$, $? + 9000 = 10000$, $4000 - ?=3200$, $10000 - ?=7500$; <i>propiedad conmutativa, etc.</i>). • La estimación de resultados usando distintas estrategias de cálculo aproximado. • La construcción de escalas ascendentes y descendentes a partir de un número dado y en intervalos pautados.