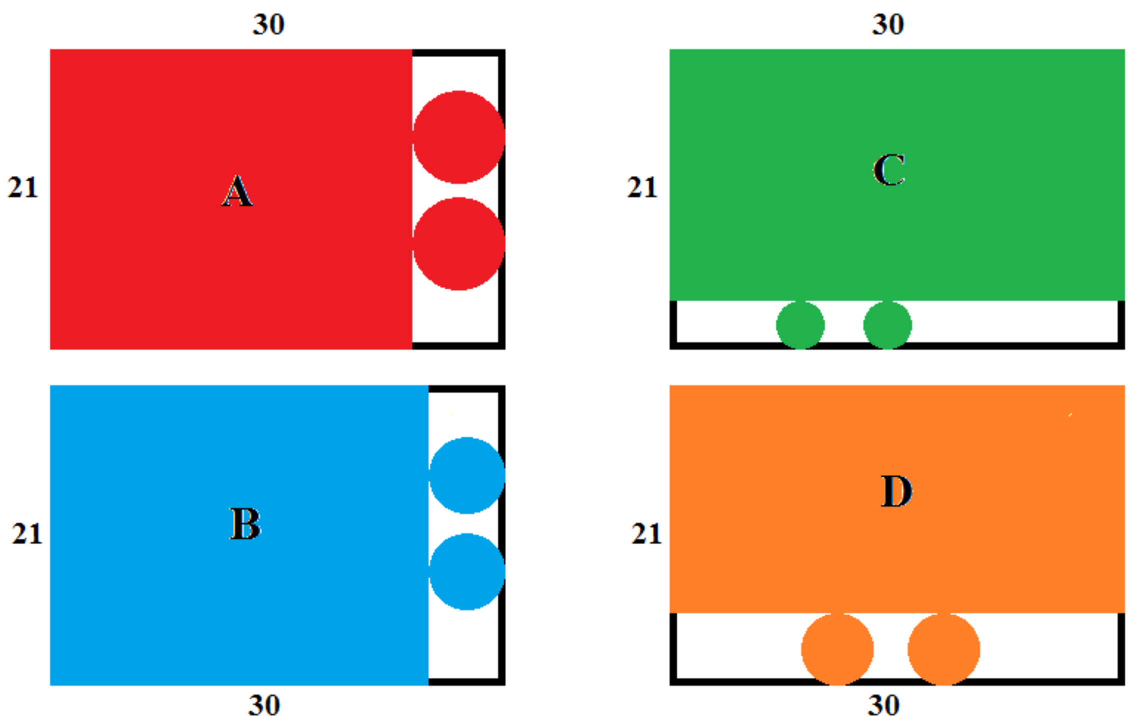
Un corte eficiente. Oscar Bressan

Para hacer cilindros de distintos tamaños, las tres piezas (cara lateral y dos bases) pueden cortarse de una misma hoja rectangular de varias maneras (ver figuras a continuación)

Por ejemplo, usando una hoja de papel A4 ¿cuál es el corte que permite construir el cilindro con mayor volumen? ¿Cuáles serían sus dimensiones?

Para simplificar supongamos que una hoja A4 mide 21 cm x 30 cm.



Vamos a calcular el volumen de los cilindros que se obtienen en las cuatro soluciones posibles y nos quedaremos con el resultado que tenga el mayor volumen.

Caso A) Primero tomaremos que la altura del cilindro (h_A) es 21cm y la longitud de la circunferencia (de la cara lateral del cilindro) más el díametro (d_A) es 30 cm, o sea que:

$h_A = 21$ cm

$\pi\, d_A + d_A = (\pi + 1)\, dA = 30$ cm

$d_A = 30/(\pi + 1) \cong 7{,}244$ cm

$r_A = d_A/2 \cong 3{,}622$

El volumen del cilindro (V_A) es:

$V_A = \pi\ r_A\ r_A\ h_A = \pi$ x 3,622 x 3,622 x 21 = **865,498 cm³**

Caso B) Ahora tomaremos que 21 cm es la longitud de la circunferencia (de la cara lateral), de modo que su diámetro (d_B) es:

$\pi\ d_B = 21$ cm

$d_B = 21/\pi \cong 6{,}685$ cm

$r_B = d_B/2 \cong 3{,}342$ cm

Por el otro lado la altura del cilindro (h_B) más el diámetro es 30 cm:

$h_B + d_B = 30$ cm

$h_B = 30$ cm - 6,6845076 cm $\cong$ 23,315 cm

El volumen del cilindro (V_B) es:

$V_B = \pi\ r_B\ r_B\ h_B = \pi$ x 3,342 x 3,342 x 23,315 = **818,084 cm³**

Caso C) Tomamos la página apaisada.La altura del cilindro (h_C) igual a 30 cm:

$h_C = 30$ cm

La longitud de la circunferencia más el diámetro de la base (d_C) es 21cm:

$\pi\ d_C + d_C = (\pi + 1)\ d_C = 21$ cm

$d_C = 21$ cm$/(\pi + 1) \cong 5{,}070$ cm

$r_C = d_C/2 \cong 2{,}535$ cm

El volumen del cilindro (V_C) es:

$V_C = \pi\ r_C\ r_C\ h_C = \pi$ x 2,535 x 2,535 x 30 = **605,657 cm³**

Caso D) La longitud de la circunferencia ahora es 30 cm. El díametro (d_D) es

$\pi\ d_D = 30$ cm

$d_D = 30$ cm / $\pi \cong 9{,}549$ cm

$r_D \cong 4{,}775$ cm

La altura del cilindro (h_D) más el díametro tiene que ser 21 cm:

$h_D + d_D = 21$ cm

$h_D = 21 \text{ cm} - d_D \cong 21 \text{ cm} - 9{,}549 \text{ cm} = 11{,}451$ cm

El volumen del cilindro (V_D) es:

$V_D = \pi \, r_D \, r_D \, h_D = \pi \times 4{,}775 \times 4{,}775 \times 11{,}451 = \mathbf{820{,}238\ cm^3}$

CONCLUSIÓN:

El cilindro "A" es el que tiene el mayor volumen.