

Algunas propuestas para aprovechar la calculadora... en tiempos de aula y de cuarentena

Silvia G. Pérez (GPDM)

Introducción

La calculadora, así como otros dispositivos tecnológicos, hace más de tres décadas que está presente en los documentos curriculares como herramienta para mejorar la comprensión de distintos conceptos matemáticos y la disposición de los/as alumnos/as hacia la matemática misma. Sin embargo, aún persisten algunos debates en torno a su uso potencial en las aulas, sobre todo, en el nivel primario.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas con sede principal en Reston, Virginia, EE.UU), referencia indiscutible en relación a educación matemática, alienta el uso de calculadoras en todos los grados y niveles como elementos esenciales en el aula para ayudar a los/as estudiantes a entender las matemáticas y el razonamiento matemático, a comunicarse matemáticamente y hacer las conexiones necesarias entre los conceptos y procedimientos matemáticos y situaciones del mundo real (2015). También, en numerosos de sus documentos, señala que los beneficios se logran cuando la inclusión de las calculadoras es de modo específico, selectivo y estratégico. Este uso pedagógico como apoyo a la resolución de problemas, se extiende mucho más allá de la resolución de cálculos y su verificación, uso habitual de este artefacto en las aulas y la cotidianeidad. De acuerdo a Reys y Arbaugh (2001) cuando se usan las calculadoras de manera efectiva para apoyar la resolución de problemas, permiten a los estudiantes involucrarse con problemas cognitivamente ricos que abordan la exploración de patrones y relaciones, y generar nuevas preguntas.

Desde el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), la calculadora cumple tres funciones principales en el nivel primario:

✓ *asistente de cálculo*, para el trabajo con problemas con números grandes o problemas que demanda mucho tiempo y cálculos complejos. Se incluye aquí la verificación de resultados obtenidos por otros medios

✓ *función didáctica*, para mejorar la comprensión de la aritmética elemental a través de la exploración, la conjetura y la validación de propiedades

✓ *objeto de investigación*, para investigar, descubrir y analizar propiedades, patrones, curiosidades numéricas, etc.

Como se indica en Panhuizen y otros (Tal, 2001) las últimas dos funciones están muy interrelacionadas. Según estos autores, la implementación de la calculadora en la escuela

www.gpdmatematica.org.ar

primaria debe ser *gradual y cautelosa*, en el sentido de contemplar fases de orientación, enriquecimiento e integración de conocimientos que deben darse repetidamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La fase de orientación abarca una introducción general al uso de la calculadora que puede ser necesaria más de una vez. La fase de enriquecimiento significa usar la calculadora en beneficio didáctico, como un recurso en la educación matemática mediante problemas que apunten a enriquecer la aritmética mental, la estimación, el cálculo en columnas y los algoritmos, mejorando la comprensión del valor posicional del sistema y las operaciones básicas. Por último, en la fase de integración, el uso práctico juega un rol importante y la calculadora adquiere un lugar más evidente en la educación, trasladable a la vida cotidiana. Si bien no hay una marcada distinción entre estas fases, interesa que se dan en un orden cronológico específico y de modo espiralado, en el sentido de que el conocimiento adquirido será aplicado en niveles superiores.

Desarrollar este uso comprensivo de la calculadora implica también que los/as niños/as aprendan en qué situaciones no conviene usarla (porque los cálculos son muy sencillos o porque el foco está en el desarrollo de otras habilidades aritméticas básicas). Inicialmente, se emplea para comprobar hechos numéricos ya conocidos y recién cuando los/as alumnos/as comprenden los sentidos y efectos de las operaciones, se usa como ayuda o asistente del cálculo.

Para evitar que la utilización de la calculadora se torne mecánica es necesario proponer actividades en las cuales sea necesario tomar decisiones, no solo con respecto a los cálculos a realizar, sino también a estrategias de control de los resultados y su interpretación. Importa además que los/as alumnos/as tomen conciencia de que si bien es el aparato el que efectúa los procedimientos de cálculo, es ajena a errores de pulsación y es el usuario quien introduce los números, las operaciones y el orden en que deben realizarse. Además, debe haber espacios de discusión y reflexión que habiliten la circulación y el intercambio de estrategias, anticipaciones, errores y argumentos advirtiendo ventajas y limitaciones del uso de la calculadora. Es decir, que por más que dé una retroalimentación inmediata del resultado, es necesaria la intervención docente, no solo para discutirlos sino también para recuperar, enfatizar e institucionalizar aquellas cuestiones matemáticamente relevantes.

Juegos para jugar en el aula o en casa

Las propuestas lúdicas que presentamos a continuación, apuntan al uso didáctico de la calculadora para profundizar la comprensión de la posicionalidad de nuestro sistema de

www.gpdmatematica.org.ar

numeración, su relación con las operaciones y otros aspectos vinculados a las mismas (acerca de su sentido o significado, las operaciones inversas y cálculos):

- **Número secreto**¹
- **¡A limpiar con la calculadora!**²
- **Nim con calculadora**³
- **Solitario calculado**⁴

Estos juegos se presentan con variantes para ajustarlas a distintos niveles de dificultad. También se incluyen comentarios para aprovecharlos matemáticamente. Como luego de cualquier juego, antes de iniciar una conversación sobre lo matemático del mismo, es fundamental recuperar la experiencia lúdica: *cómo les fue, si conocían o no el juego, si les gustó o no y por qué, si quieren volver a jugarlo, etc.*

¡Esperamos que les resulten interesantes, tanto a ustedes como a sus alumnos/as! ¡Y pueden hacernos llegar nuevas versiones que los enriquezcan!

Bibliografía:

- ✓ Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM). (2015) *Uso estratégico de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una posición del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas*. Reston. Virginia. USA
- ✓ Reys, B. J. y Arbaugh, F. (2001). Aclarando la confusión sobre el uso de la calculadora en los grados K-5. *Enseñanza de las matemáticas para niños*, 8, 90–94.
- ✓ van den Heuvel Panhuizen, M. (Ed.) (2001). *Children Learn Mathematics. A learning - teaching trajectory with intermediate attainment targets*. Materiales desarrollados por TAL Team. Freudenthal Institute (Utrecht University) and National Institute for Curriculum Development. Holanda. Traducción Ma. Fernanda Gallego. GPDM.

Fuente de las imágenes (extraídas o adaptadas) de: <https://pixabay.com/>

¹ Adaptado de “Secret number”, <https://nrich.maths.org/5651>

² Adaptado de “Calculator bingo”, <https://nrich.maths.org/1288>

³ Extraído de “The National Numeracy Strategy: Calculator activities”, https://content.ncetm.org.uk/jtt/sec/KeelePGCEMaths2006/Calculator%20materials/Calculator%20material%20from%20DES/NNS_108_01.pdf

⁴ Extraído de “Spelen met de rekenmachine” de W. Vermeulen, https://website.thiememeulenhoff.nl/reken-wiskundedidactiek/binaries/content/assets/standaardsites/content-paborekenen/msted-paborekenen/hele-getallen/01_artikel_spelen_met_de_rekenmachine.pdf

Número secreto

Este juego es para hacer de a dos y con una calculadora común (puede ser la del celular o la computadora).

Se trata de adivinar el número secreto que pensó el otro jugador/a.

Se juega así:

- Van a jugar Cande y Juli. Empieza Cande y pone en la calculadora un número secreto sin que Juli lo vea (no se lo puede mostrar), por ejemplo, 2.
- Cande le pregunta ahora a Juli “¿Cuánto querés agregar?”
- Juli contesta un número que quiere, por ejemplo, “Quiero agregar seis”.

- Cande aprieta la tecla  y el número que dijo Juli, 6.



- Ahora Cande le pasa la calculadora a Juli para que apriete la tecla  y vea la respuesta de la calculadora. En este caso, un 8.



- Juli tiene que tratar de encontrar y descubrir *¿cuál era el número secreto de Cande? ¿Cómo lo encontraste?*
- Si Juli encuentra el número secreto de Cande, gana un punto y es su turno de pensar un número secreto nuevo para que adivine Cande.
- Hay que jugar una cantidad par de veces antes de determinar quién tiene más puntos y gana.

Variantes:

- Preguntar “¿Por cuánto querés multiplicarlo?” en lugar de agregarlo. En este caso, quien pensó el número secreto, aprieta  y el número dicho por el otro jugador/a.

Por ejemplo, Cande piensa 5 como número secreto. Juli dice “Quiero multiplicarlo por 6”. Cande aprieta x 6 y le pasa la calculadora a Juli que aprieta = y le aparece 30. *¿Qué número secreto puso Cande en la calculadora?*



- Alentar a los/as alumnos/as a utilizar números más grandes u otras operaciones, *¿qué número quito o resto?, ¿por cuánto divido a mi número secreto?*

Comentarios

Este juego demanda que los/as niños/as conozcan y utilicen con bastante fluidez las operaciones aritméticas básicas directas y sus inversas.

Para iniciar el juego, puede ser útil hacer una ronda de ejemplo con el grupo completo o entre dos niños/as o utilizar números secretos muy sencillos.

La idea de encontrar un número secreto u oculto suele ser siempre fascinante y en este caso, resulta una buena oportunidad para discutir cómo encontrarlo, compartiendo las estrategias individuales con otros/as. Asimismo habilita a conversar sobre las operaciones inversas en términos de cómo deshacer lo que una de ellas hace. Registrar algunos ejemplos del juego puede contribuir a facilitar las discusiones. En este sentido, también puede resultar útil sugerir a los/as niños/as que utilicen una recta numérica o una tabla de suma (o pitagórica para la versión con multiplicación) como ayuda o valerse de estos recursos en el pizarrón.

Para profundizar en lo matemático, es importante tener en cuenta que las preguntas claves o cruciales son: *¿qué número sumado o agregado a 2 hace 8? (o ¿qué número multiplicado por 6 da 30?), ¿cómo se puede comprobar la respuesta?*

¡A limpiar con la calculadora !

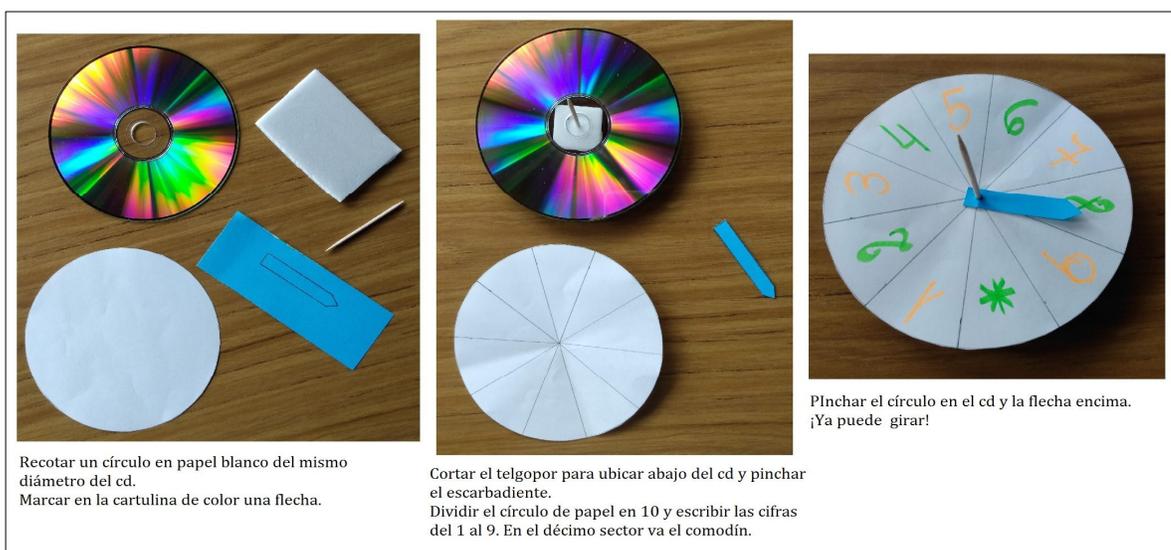


¿Te gusta usar la calculadora? ¡Seguramente que sí! ¿Y te gusta limpiar?
¡Seguramente no...!

Pero este juego probablemente te guste porque se trata de limpiar pero
números, ¡y con la calculadora!

Para jugar, tienen que ser, por lo menos, dos. Cada uno/a necesita

una calculadora común y un dado de 9 caras como el del dibujo de la derecha
(pueden construir uno de 10 caras con la plantilla del final y escribirle las cifras del 1
al 9 y un comodín en la décima cara). O pueden usar una ruleta con las cifras del 1 al 9 y un
comodín. ¡Es muy fácil de hacer! Solo necesitan papel, un gancho mariposa y un clip para



papel. También pueden hacerla con un cd viejo, papel, un pedacito de telgopor (o una tapita de gaseosa), un escarbadienes y una tira de cartulina o acetato a modo de flecha)

¿Cómo se juega?

El objetivo es “limpiar” el número de la calculadora, es decir, llegar exactamente a cero.

. Cada jugador/a escribe en su calculadora un número de 6 cifras o dígitos. Vale repetir cifras



pero no se puede usar el 0, por ejemplo:

. Los/as dos jugadores/as se turnan para tirar el dado o hacer girar la ruleta.

. Si alguno/a de los/as participantes tiene en el número de su calculadora la cifra que salió en el dado o la ruleta, puede “limpiar” esa cifra, es decir, cambiarla a 0 haciendo la resta que

www.gpdmatematica.org.ar

corresponda. Si resta la cantidad correcta, esa cifra cambiará enseguida a 0. Si hace un cálculo incorrecto, tiene una nueva oportunidad para limpiarla (puede hacer otro intento).

. Si en el número de la calculadora aparece repetida la cifra que salió en el dado o ruleta, solo se puede limpiar o eliminar un dígito por jugada. Por ejemplo, si en el número hay dos 8, habrá que esperar a que salga dos veces el número 8 para limpiarlos todos.

. Si el/la jugador/a no tiene la cifra que salió en el dado o ruleta, deberá sumarla a su número.

. En caso de jugar con la ruleta, si se obtiene el comodín, el/la jugador/a de turno puede elegir la cifra a limpiar.

. Quien llega primero a limpiar por completo el número de la calculadora, es decir, llegar exactamente a 0, gana.

Variantes:

- Jugar con números con distinta cantidad de cifras, según el intervalo numérico que manejan el-grupo o los/as niños/as.
- Cada jugador/a escribe en su calculadora un número de 6 cifras o dígitos (repetiéndolas pero sin incluir 0) pero la mitad del número debe ser entera y la otra, decimal. Por ejemplo, se puede poner 463,732 pero no se puede poner 3 593, 13.

Comentarios

Para este juego es necesario que los/as niños/as dispongan de cierto manejo básico de la calculadora, que conozcan sus teclas y funciones. Asimismo deben tener experiencia con descomposiciones aditivas de los números para poder relacionarlas con el valor posicional de las cifras en ellos.

Es recomendable registrar o anotar algunas de las jugadas para recuperar luego la matemática implicada con preguntas claves como: *¿cómo hiciste/hicieron para saber cuánto restar al número de la calculadora?, ¿en qué hay que fijarse para saber cuánto restar?, ¿pueden/podríamos anticipar cuánto restar y cuántas veces para “limpiar” por completo el número? ¿Pasa lo mismo al restar una cifra que al sumarla? ¿Por qué? ¿Cómo se relaciona la cifra a “limpiar” del número con la cantidad de ceros que hay que poner atrás de la cifra en la calculadora? ¿Por qué se pueden repetir cifras al ingresar el número original en la calculadora y no ceros?*

Nim con calculadora

Este es un juego para dos jugadores con una calculadora para ambos.

Se trata de llegar a un número “objetivo”, en este caso, 30.

Solo se pueden apretar estas teclas:



Por turno, cada jugador/a suma un número de un solo dígito a lo que ya está en el visor de la calculadora.

Quien hace que en el visor de la pantalla se muestre 30, gana.

Si alguien se pasa de 30, pierde.

Variantes:

- Elegir un número “objetivo” diferente. Si el número a alcanzar es mayor a 200, permitir sumar números de dos cifras.
- Jugar usando la resta. En este caso, se debe comenzar ingresando un número, como 60, y establecer como “objetivo” un número menor, por ejemplo, 25.
- Jugar usando la multiplicación. En este caso, se inicia poniendo 1 en el visor y se debe establecer un “objetivo” como 1000.
- Admitir el uso de otras operaciones además de solo la suma.

Comentarios

Según Wikipedia, desde la antigüedad que se juegan diferentes variantes de Nim. Si bien se considera que es un juego originado en China (similar a un juego llamado Tsyanshidzi, o "recoger piedras"), su origen es incierto y hay referencias europeas del siglo XVI. El nombre deriva, probablemente, de la palabra “Nimm” que en alemán significa “¡tomar!”. Por lo general, el Nim implica que el último jugador en tomar un objeto (piedra, escarbadientes), pierde. Aunque en esta versión, significa que quien realiza el último movimiento (“toma” o llega en este caso, al número “objetivo”), gana.

Desde lo matemático, interesa recuperar de este juego el aspecto estratégico: *¿es posible ganar siempre? ¿Cómo? ¿Es cierto que conviene jugar en segundo lugar? ¿Hay números que resultan claves para asegurarse de ganar el juego? ¿Cuál/es? ¿Por qué?*

¿Cómo se puede modificar la estrategia para ganar si cambiamos el número “objetivo”?

Solitario calculado

Se juega de forma individual, con un dado común y una calculadora.

Cada jugador/a tira 3 veces el dado y anota en la calculadora lo obtenido en cada lanzamiento para formar un número de tres dígitos, por ejemplo:



Con ese número, solo es posible realizar algunas de las siguientes operaciones:

- sumar 1 (+ 1)
- restar 1 (- 1)
- multiplicar por 2 (x 2)
- dividir por 3 (: 3)

El objetivo es llegar a 1 en la menor cantidad de pasos posible.

Volviendo al ejemplo, con el número 412

$$\text{Paso 1} \rightarrow 412: 2 = 206$$

$$\text{Paso 2} \rightarrow 206: 2 = 103$$

$$\text{Paso 3} \rightarrow 103 + 1 = 104$$

$$\text{Paso 4} \rightarrow 104: 2 = 52$$

$$\text{Paso 5} \rightarrow 52: 2 = 26$$

$$\text{Paso 6} \rightarrow 26 + 1 = 27$$

$$\text{Paso 7} \rightarrow 27: 3 = 9$$

$$\text{Paso 8} \rightarrow 9: 3 = 3$$

$$\text{Paso 9} \rightarrow 3: 3 = 1$$

Es fundamental que cada jugador/a registre los pasos realizados para poder compartirlos, revisarlos y compararlos con los de otros/as.

¿Podría haber un camino más corto? ¿Con qué operaciones? ¿Es siempre posible usarlas a todas?

Variantes:

- Jugar en parejas o pequeños grupos. Los/as jugadores/as se turnan para lanzar las tres veces el dado. Cada uno/a trabaja con su calculadora para obtener 1 y cuando todos/as lo lograron, se compara la cantidad de pasos utilizados asignando puntajes de acuerdo a ellos

www.gpdmatematica.org.ar

(por ejemplo, si juegan en tríos se pueden asignar 3 puntos a quien menos pasos utilizó, 2 a quien quedó en segundo lugar y 1 punto a quien utilizó más pasos).

- Utilizar otras cantidades de dados (dos o cuatro por ejemplo) y modificar las operaciones a realizar.

Comentarios

El juego en su versión solitario posibilita que los/as niños/as trabajen a su ritmo y sin tiempo. La versión competitiva, agrega presión en este sentido y puede resultar una desventaja para algunos/as que pueden abandonar sus procedimientos o no querer corregirlos (comparándolos con otros) si hay niños/as que terminan muy rápido.

Esta propuesta lúdica es especialmente interesante para razonar acerca de la divisibilidad por 2 y 3, la relación entre la resta y la división (es más rápido dividir que restar sucesivamente, es un “atajo”) y la utilidad de la multiplicación para encontrar rápidamente un número divisible por otro. Por ejemplo, para 365, si sumamos, restamos y dividimos, necesitamos 11 pasos para llegar a 1. Sin embargo, podemos multiplicar 365 por 2 (730), restar 1 (729) y dividir por 3 seis veces para llegar a 1 en 8 pasos.

La pregunta crucial en este juego es entonces: *¿puede haber otro camino más corto, con menos pasos para llegar a 1? ¿Qué números pueden dividirse muchas veces por 3? ¿Cómo se puede sortear la dificultad de no poder dividir siempre por 2?*

www.gpdmatematica.org.ar

Más actividades en torno al uso de la calculadora como herramienta para estudiar propiedades del sistema numérico decimal y las operaciones e investigar regularidades, consultar:

- Las compilaciones de problemas "**Juego calculando. Calculo jugando**" Tomos I, II y III de Ana Ma. Bressan, Ma. Fernanda Gallego y Adriana Rabino en <http://gpdmatematica.org.ar/publicaciones/> o también en <http://gpdmatematica.org.ar/primaria/>
- El documento nro. 6 "**Aportes Didácticos Para El Trabajo Con La Calculadora En Los Tres Ciclos De La EGB**" de la Dirección General de Cultura y Educación, Pcia. de Bs. As., Argentina en http://www.uepc.org.ar/conectate/wp-content/uploads/2012/06/Trabajo_con_calculadora.pdf
- El cuadernillo "**Estrategias de cálculo con números naturales: Segundo ciclo**" de Claudia Broitman, Ed. Santillana, en <https://www.matematicasantillana.com/para-saber-m%C3%A1s/>
- El cuadernillo "**El valor posicional. Reflexiones y propuestas para su enseñanza**" de Claudia Broitman, Verónica Grimaldi y Héctor Ponce, Ed. Santillana, en <https://www.matematicasantillana.com/para-saber-m%C3%A1s/>

Algunos recursos tecnológicos para explorar y aprovechar la calculadora

. Problemas con calculadora:

<https://www.cokitos.com/problemas-con-calculadora/play/>

Para resolver estos problemas y obtener el número deseado, solo se pueden usar algunas teclas disponibles. Se trata de algunos números concretos, operaciones y el signo de igual para calcular el resultado. Hay distintos niveles de dificultad.

. Nim con calculadora:

https://www.transum.org/Software/SW/Starter_of_the_day/starter_November14.ASP

Versión del mismo juego antes presentado en una versión para jugar con conexión (online).

. Calculadora rota:

https://www.transum.org/Software/SW/Starter_of_the_day/Students/BrokenCalculator.asp

Si bien el sitio está en inglés, no necesita de más explicación que intentar obtener los números del listado de la derecha utilizando solo las teclas habilitadas de la calculadora de la izquierda. Hay 6 niveles con distintas cantidades de teclas que funcionan.

www.gpdmatematica.org.ar

Versión en Scratch de la calculadora rota: <https://scratch.mit.edu/projects/315590461/> En este caso, hay 6 niveles de dificultad para elegir, pero... ¡el tiempo corre!

. Calculadora: el juego

Aplicación gratuita para Android, disponible en Play Store. Se muestran dos pantallas de calculadora, en una se muestra el número de jugadas disponible, y en la otra el número a conseguir.

Anexo

Dado de 10 caras para armar (extraído de [https://www.polyhedron.net/pdf/decahedron.pdf](https://www.polyhedra.net/pdf/decahedron.pdf))

