¿Grados cuadrados?

Nos resulta familiar hablar de ángulos en el plano (ángulos planos) cuya amplitud está medida en grados, pero ¿qué acontece con los ángulos en el espacio?

En la revista **Muy Interesante** del mes de diciembre de 2012, nº 326, página 11, se lee: *El área demarcada en rojo representa el núcleo de la Vía Láctea, la zona observada por el telescopio VISTA que cubre **315 grados cuadrados** del cielo (algo menos del 1 por ciento del cielo completo)…*

Pensemos en una constelación, por ejemplo la de Orión, fácilmente reconocible por contar con Las Tres Marías. ¿Cómo se puede calcular su tamaño?

Para ello se usa el ángulo sólido y una vez más vemos la utilidad de **las proporciones!!!.**

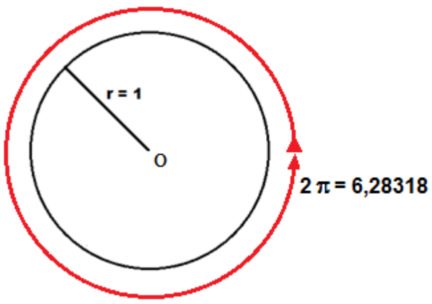
Consideremos la superficie de una esfera de radio r. Su valor está dado por la fórmula

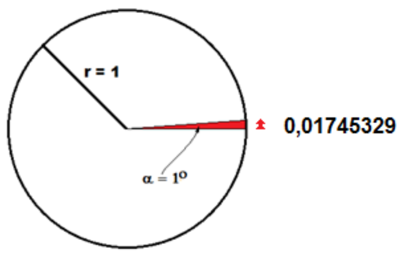
Superficie de la esfera (s_e) = 4 p r^2

Adoptemos el valor 1 para su radio dado en una cierta unidad (u). Entonces

S_e = 4pu^2 (por ejemplo si u = 1 m, la superficie de la esfera sería 4 p m^2)

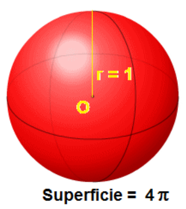
A su vez, la longitud de una circunferencia de radio unidad sería 2 p u, y esto corresponde a un ángulo plano de 360° (360 grados), con lo cual a cada grado le corresponde una longitud sobre la circunferencia igual a:

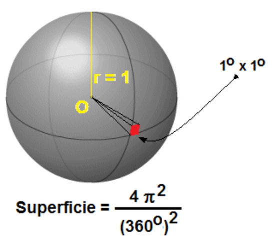




$$\text{Longitud de } 1^\circ = \frac{2\pi u}{360^\circ} = 0{,}01745329\ldots u$$

Con un razonamiento similar sobre la esfera, si tuviéramos un cuadradito de lado un grado (1°), su superficie sería:





$$\text{Superficie } 1^o \times 1^o = \frac{2\pi}{360^o} \times \frac{2\pi}{360^o} = \frac{4\pi^2}{(360^o)^2} = 0{,}000304617\ldots$$

y así tenemos grados al cuadrado o **grados cuadrados.**

Una esfera de radio unidad tiene un área de 4 π = 12,56637... ¿Cuántos grados al cuadrado corresponden a esa área?

Hacemos la división:

$$\frac{4\pi}{\frac{4\pi^2}{(360^o)^2}} = \frac{(360^o)^2}{\pi} = 41252{,}96\ldots \cong 41253 \text{ grados al cuadrado}$$

o sea que el ángulo sólido subtendido por una esfera equivale a un ángulo sólido de 360 grados cuadrados dividido p. Ahora entendemos por qué en la revista Muy Interesante dice *que 315 grados cuadrados es algo menos del 1 por ciento del cielo completo.* El 1 por ciento es la centésima parte de la esfera total y son 412,53 grados cuadrados.

Si tenemos una porción de la esfera, podemos definirla en base a los grados cuadrados que abarca la misma y tendría el mismo sentido que determinar un ángulo en el plano, pero ahora con grados al cuadrado o grados cuadrados.

Por ejemplo: **¿Cuánto mide entonces un octavo de una esfera de radio 1?**

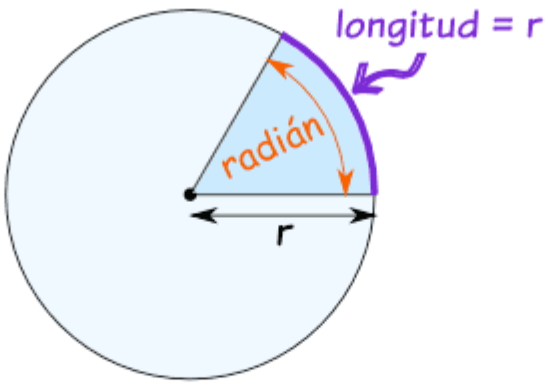
Rta.: Basta hacer:

$$\text{Ángulo sólido de 1/8 de esfera} = \frac{360 \times 360}{\pi} \times \frac{1}{8} = \frac{2\,\pi\,u}{360^o} = 5156{,}62 \text{ grados cuadrados}$$

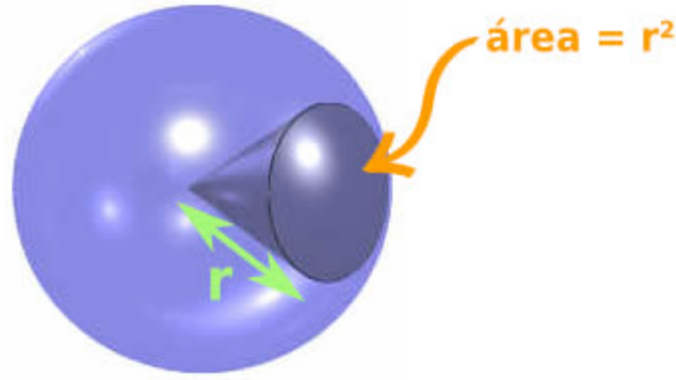
Otra forma de medir áreas en una esfera: Los estereorradianes valen para medir ángulos "sólidos"[1]

[1] Extraído de http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/estereorradian.html

Un estereorradián está relacionado con el área de la superficie de una esfera, de la misma manera en que un radián está relacionado con la longitud de una circunferencia: Un **radián** "marca" una longitud en una circunferencia igual a la del radio.



Un **estereorradián** "marca" un área en una esfera igual a (radio)^2.



El nombre estereorradián se compone del griego *stereos* que significa "sólido" y radián. La abreviatura en el Sistema Internacional es "sr".

Esfera y estereorradián

- El área de una esfera es $4\pi r^2$,
- El área de la superficie de un estereorradián es r^2.

Así que una esfera mide 4π estereorradianes, más o menos 12.57 estereorradianes. De la misma manera un estereorradián es 1/12.57, más o menos 8% de una esfera.

Y como estás midiendo ángulos, no importa el tamaño de la esfera, siempre mide 4π estereorradianes.

Ejemplo: una esfera de radio 1 (llamada una "esfera unidad"):

- tiene una superficie de 4π,
- y un estereorradián "cubriría" un área de **1**.