

AÑO 13 • N° 129 • Septiembre 2001
\$ 6,90 • www.noveduc.com

ISSN 0328-3534

NOVEDADES EDUCATIVAS

Ideas y recursos

Célestine Freinet: pedagogía popular y prácticas de aula



**Aprendizaje
de números
racionales**

**Competencias
lectoras con textos
informativos**

**Argumentar
en Ciencias
Sociales**

TARIFA CONVENIO ADEPA - CORREO ARGENTINO: CORREO CENTRAL/ SUCURSAL 13 A
PUBLICACION DE INTERÉS GENERAL - FRANQUEO A PAGAR - CUENTA N° 12414
RTE: AV. CORRIENTES 4345 (C1195AAC) BS. AS. - ARGENTINA

El aprendizaje de números racionales

Valor de los problemas en contextos con sentido para los alumnos

Este trabajo pretende mostrar el valor de los problemas en contextos próximos a la realidad de los alumnos para el aprendizaje con sentido de los números y de las operaciones, en particular, de números racionales. Los problemas así pensados promueven en los alumnos el uso de sus conocimientos informales tanto como la creación de nuevas estrategias, y cargan de significado los números, las operaciones y los procedimientos de cálculo. La enseñanza en sentido inverso, es decir, la enseñanza descontextualizada de los números y de las reglas que rigen las operaciones acarrea olvidos, confusiones y un uso indiscriminado de las mismas.¹

Adriana Rabino, Ana Bressan
y Betina Zolkower

Origen de la experiencia

Al integrarse un grupo de estudio² sobre la línea de la Matemática Realista desarrollada en Holanda a partir de las ideas del matemático Hans Freudenthal (1910-1992), comenzamos a replantearnos el valor de los contextos para darle sentido a los aprendizajes de nuestros alumnos.

La didáctica realista descansa sobre cinco principios fundamentales: 1) el uso de contextos, 2) el uso de modelos, 3) las producciones libres y soluciones informales de los alumnos como punto de partida hacia una matematización progresiva, 4) el carácter interactivo del proceso de enseñanza-aprendizaje, y 5) la fuerte interrelación de las distintas unidades curriculares (Freudenthal, 1991).

Sin duda, el primero de los principios no parece ser actualmente bien comprendido por muchos de nosotros, docentes, ni por los autores de textos para los alumnos. Más se entienden los contextos como un camuflaje o ilustración artificiosa orientados a motivar al alumno, que como un elemento decisor para promover la exploración y desarrollo de determinadas herramientas matemáticas. La matemática, como actividad humana, busca desentrañar y organizar aspectos del mundo que nos rodea. Los conceptos matemáticos no resultan transparentes a nosotros tal como aparecen en los libros científicos. La generalidad de los seres humanos hemos de acceder

a ellos a través de los usos que les damos en nuestra vida. "Los conceptos matemáticos se adquieren en función de los fenómenos para los cuales son instrumentos útiles de organización y explicación" (Freudenthal, 1985). De allí que acercar a los alumnos³ a contextos variados y de distinto nivel de abstracción, que les permitan poner en juego aspectos de los conceptos matemáticos a aprender, no resulta una tarea menor del quehacer docente (van Reeuwijk, 1997).

La Escuela de Freudenthal (Universidad de Utrech, Holanda) orienta el proceso de enseñanza-aprendizaje en torno al modelado de contextos realistas, trabajando con situaciones problemáticas dentro de las cuales los estudiantes puedan situarse, razonar y actuar. Se trata de reinventar las herramientas (objetos matemáticos, algoritmos, operaciones, modelos, etc.) que en el transcurso de los siglos, y con la contribución de múltiples culturas, han dado forma a la matemática como patrimonio universal (Zolkower, 1999).

Valga aclarar que contextos realistas no son sólo los relacionados con el mundo real, sino también aquellos posibles de ser imaginados concretamente por los alumnos. La traducción holandesa del verbo "imaginar" es "zich REALISERen" y significa la posibilidad de hacer algo realidad en la mente (van Reeuwijk, 1997; M. van den Heuvel-Panhuizen, 1998). Un contexto realista puede ser también ficcional, basta que los alumnos lo puedan experimentar como real, es decir, puedan establecer una relación real con él, comprendiendo lo que ellos están haciendo. Estos contextos

no necesariamente implican problemas de enunciado, pueden ser dados a través de dibujos o aun de expresiones simbólicas puras, como por ejemplo una cadena de cuentas relacionadas en tanto los alumnos puedan establecer vinculaciones entre ellas para encontrar las soluciones requeridas.

La experiencia que se comenta en este artículo consistió en observar y analizar las conductas y producciones que presentaban alumnos de entre 13 y 14 años (primer año de la escuela secundaria), al pedirles que resolvieran cuentas puras de multiplicación y división con fracciones y decimales (sin conexión entre ellas) y problemas donde aquéllas constituyeran los modelos matemáticos eficaces para resolverlos.

Si bien los problemas dados⁴ entrarían en los considerados como "problemas aritméticos escolares" (Puig y Cerdán, 1988), en tanto se resuelven directamente con una cuenta, poseen características que los tornan interesantes para esta experiencia:

- apuntan a hechos conocidos por los alumnos y
 - la familiaridad de los contextos y el lenguaje los torna significativos, lo que promueve en los alumnos el uso, con sentido común, de las herramientas aritméticas que poseen.
- Los resultados de esta experiencia presentan importantes contrastes ya que, mientras la mayoría de los alumnos no pudo encontrar estrategias para la realización de las cuentas, el trabajo con problemas presentó características bien diferentes.

Caracterización del grupo

El grupo sobre el que se realizó la experiencia lo constituyen 35 alumnos de primer año del Centro de Enseñanza Media N° 97 de San Carlos de Bariloche. Ellos integran dos primeros años (de 16 y 19 alumnos, respectivamente) de esta escuela.

La escuela está ubicada en la periferia de la ciudad, en un barrio de bajos recursos. La mayoría de los alumnos proviene de familias vecinas a la escuela y son egresados de las escuelas primarias aledañas, N° 154 y N° 343, de los barrios El Frutillar y 34 Hectáreas. Sus familias se caracterizan por ser muy carenciadas (necesidades básicas insatisfechas, falta de trabajo,

bajo índice de escolaridad, etc.), lo que incide en cuanto a los apoyos (enseñanza, información, materiales didácticos, etc.) que les pueden dar a sus hijos. Los actuales alumnos han logrado establecer un vínculo afectivo muy fuerte con los docentes de la institución, ya que ésta se ha constituido en un elemento de contención muy importante para ellos, por ejemplo, brindando apoyo extraescolar, la merienda, ferias de ropa, etcétera.

Al comenzar el ciclo lectivo se organizó un período que en la escuela se llama de "diagnóstico y nivelación"⁵ que duró aproximadamente un mes. Respecto de aritmética se trabajó en el diagnóstico con números naturales: operaciones, propiedades, pasaje de lenguaje coloquial a simbólico y ecuaciones aplicadas a la resolución de problemas. Se notaron serias dificultades, tanto en la realización de operaciones combinadas como en la interpretación de problemas. Llamó la atención el hecho de que el único tópico en que no presentaban dificultades eran las operaciones con amplitudes de ángulos dadas en sistema sexagesimal (grados, minutos y segundos), cuando en realidad no podían trazar ángulos ni imaginar ángulos de amplitudes menores que el grado.

Por otro lado, al revisar algunas carpetas del año anterior (7º grado) de alumnos de esta experiencia, se pudo observar que habían trabajado solamente con números naturales hasta agosto; luego, en forma abrupta, vieron las definiciones de fracción y de las operaciones con ellas seguidas por dos o tres ejercicios de aplicación. En octubre de 1999, dado que comenzó la retención de servicios de los docentes hasta fin de año, no tuvieron más clases.

Forma de trabajo adoptada en el aula

Sobre la base de estos resultados se acordó en la institución que no se seguiría con estos alumnos el programa habitual de primer año del secundario, sino que se comenzaría a trabajar con geometría desde las transformaciones, por ser un tópico novedoso para los alumnos, y se re trabajarían los conceptos numéricos vistos en primaria, avanzándose en el tratamiento de números racionales en su expresión fraccionaria y decimal y dándole especial importancia a la resolución de problemas desde un enfoque de la Matemática Realista, creando en la clase un clima de confianza en las posibilidades de cada uno y de trabajo y respeto que permita la participación de todos (Kraemer, J. M., 1998).

A fines de mayo se comenzó a trabajar el concepto de razones y fracciones a partir de situaciones de repartición equitativa y distribución (Streefland, 1990) en todas sus formas, enfatizándose el uso de distintos modelos: de barra, circulares y tablas de razones, postergando todo énfasis en el uso de los algoritmos convencionales. Los alumnos, aun los que habían demostrado anteriormente las mayores dificultades, se incorporaron al trabajo desde sus posibilidades.

Gracias a este enfoque, todos los alumnos, entre mayo y agosto, llegaron a sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones en contextos situacionales y posteriormente en cálculos puros, recurriendo a diversos modelos, sin haber visto "ninguna regla" especial para ello, utilizando recursos diversos, como pensar el entero expresado en la unidad conveniente a la situación dada.

Por ejemplo, en la cuenta $3 - 2/3$, ellos entendían que 3 es igual a $9/3$; si tenían que decir el faltante de $7/8$ para llegar al entero, mentalmente respondían que faltaba $1/8$ para llegar a $8/8$; podían expresar fracciones como suma de otras; en caso de sumas o restas o para comparar fracciones, naturalmente trabajaban deteniéndose en la igualdad de denominadores o de numeradores, si es que los había, o llevando a fracciones equivalentes de igual denominador (es decir, determinando una unidad común de comparación), apoyándose en el contexto del problema y los modelos gráficos, sin que se les hubiese dado regla alguna. Las multiplicaciones de fracciones las transformaban en expresiones de la forma "a/b de...". Por ejemplo: $2/3 \times 18$ lo expresaban como "dos tercios de dieciocho", " $2/3$ de $1/2$ ", trabajando con distintos modelos.

Hipótesis de trabajo

Mientras los alumnos trabajaban con las situaciones mencionadas, en junio, y sobre la base de lo visto en el curso sobre la influencia de los contextos en el aprendizaje de los números y de las operaciones, se les dio a los alumnos un conjunto de cuentas "puras" (con características muy diferentes a las vistas anteriormente, incluyendo división y multiplicación con números mixtos y con decimales) y, posteriormente, un conjunto de problemas cuyas soluciones estuvieran dadas por esas cuentas.

Hipótesis 1

Los alumnos iban a tratar de resolver las cuentas utilizando sus conocimientos anteriores o buscando otras estrategias diversas, de acuerdo con la forma de trabajo del docente sosteni-

da en el presente año, que impulsa la gestación de estrategias personales.⁶

Hipótesis 2

Dados problemas en contextos familiares, si los alumnos captaban que eran las mismas cuentas, intentarían darles una solución mostrando estrategias y modelos similares a los utilizados al hacer las cuentas. En caso de no establecer conexiones, utilizarían además otras estrategias.

Hipótesis 3

Las cuentas resultarían más fáciles que los problemas para algunos alumnos, dadas sus dificultades de lectura y modelización expresada en tareas anteriores.

Hipótesis 4

Los alumnos con éxito en las cuentas podrían establecer conexiones con los problemas.

Metodología de la experiencia

Primer día

Se les entregó a los alumnos el siguiente listado de cuentas y se les pidió que las resolvieran como "quisieran o pudieran, pero registrando todo".

a) $60: \frac{1}{2} =$	b) $36 \times 2 \frac{1}{2} =$	c) $12 \frac{1}{2} \times 26 =$
d) $0,02 \times 2500 =$	e) $8 \times 37 \frac{1}{2} =$	f) $0,6 \times 0,06 =$
g) $10 \frac{1}{2} \times 20 =$	h) $1,5: 0,3 =$	i) $6: 1/6 =$

Habiéndose elaborado 8 problemas sobre la base de estas operaciones y atendiendo a que los contextos tuvieran sentido para estos alumnos, después de una semana de realizadas las cuentas se les dictaron los enunciados distribuidos en tres días, diciéndoles que los resolvieran como "quisieran o pudieran, pero registrando todo".

Segundo día

1) Don Juan Sandoval tiene una plantación de lúpulo en El Bolsón y hace cerveza casera. La envasa en barriles de 60 litros. Este verano decidió vender cerveza en la feria artesanal de los sábados. El envase más conveniente le pareció que era el de medio litro. ¿Cuántas botellas puede envasar con cada barril?

2) La pista de patinaje del Puerto tiene 36 metros de contorno. ¿Cuánto se recorre si se dan dos vueltas y media?

Tercer día

3) Cada hoja para hacer fotocopias cuesta 2 centavos. Si cada resma tiene 500 hojas, ¿cuánto cuestan 5 resmas?

4) Me quieren vender dos terrenos rectangulares al mismo precio, uno mide 8 metros de frente y tiene $37 \frac{1}{2}$ metros de fondo, y el otro tiene $10 \frac{1}{2}$ metros de frente y 20 metros de fon-

do. ¿Cuál me conviene más? (En este problema se involucraron dos cuentas, e y g.)
 5) Otro terreno de 12 ½ metros de frente por 26 metros de fondo me lo quieren vender al doble del precio de los anteriores. ¿Me estarán estafando?

Cuarto día

6) Las marcas de graduación de una probeta de 6 decímetros de altura están a una distancia de 1/6 de decímetro. ¿Cuántas marcas tiene?
 7) ¿Cuántos decímetros cuadrados hay en una señalador de cartulina de 0,6 dm de largo por 0,06 dm de ancho?
 8) Gasté \$1,5 en comprar mandarinas de oferta. Si el kilo estaba a 30 centavos, ¿cuántos kilos pude comprar?

Quinto día

Once alumnos que no habían podido finalizar las cuentas del primer día

las completaron este día. Esta situación no fue prevista de antemano en la experiencia, pero se decidió hacerla para ver si el haber resuelto los problemas primero podía tener algún grado de incidencia en la resolución posterior de las cuentas.

La docente no dio ningún tipo de aclaración o ayuda a los alumnos, salvo la lectura colectiva habitual de los problemas, antes de comenzar a trabajar en ellos. A pesar de que los alumnos pedían su opinión sobre sus desarrollos, la profesora se abstuvo de dar ninguna orientación al respecto.

Análisis y presentación de resultados

Se registraron todas las respuestas de los alumnos (resultados y estrategias), las que se analizaron y se cate-

gorizaron según cuatro niveles fundamentales:

1. Correctas: interpretación, ejecución y resultado correctos.
2. Incorrectas: no interpreta o ejecuta incorrectamente (usa una estrategia incorrecta). Por ejemplo, reformula el cálculo correctamente pero no resuelve; reformula el cálculo incorrectamente y resuelve bien; modeliza el problema con una cuenta incorrecta; posee errores gruesos de cálculo o el resultado es irrazonable.
3. Parcialmente correctas: en el caso de las cuentas, cuando poseen errores menores de cálculo (error en las tablas de multiplicar, cambio de cifras, etc.); en el problema, cuando modeliza con la cuenta correcta, pero resuelve mal ésta.
4. No responde: no contesta o pone sólo una expresión del tipo "no entiendo", "no me lo explicaron", o copia datos numéricos o emprende un gráfico inconcluso, etcétera.

Teniendo en cuenta estas categorías, se calcularon los porcentajes de respuesta, por cuenta y problema asociado. Se realizó el gráfico circular para cada caso, para ayudar a la comparación visual de resultados en cada categoría (ver anexo 1).⁷

Por último, se realizó un gráfico de barras para comparar el porcentaje de respuestas correctas en cada situación (ver anexo 2).

Los resultados en relación con las hipótesis

Hipótesis 1

Los alumnos iban a tratar de resolver las cuentas utilizando sus conocimientos previos o buscando otras estrategias, basándose en la forma de trabajo sostenida por el docente en el curso, que impulsaba la gestación de estrategias personales.

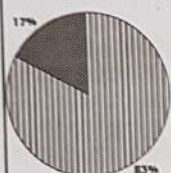
Al darles las cuentas puras, el porcentaje de respuestas correctas fue sólo del 13,36%, obtenido sobre el total de 370 respuestas esperadas. La totalidad de los alumnos que dieron estas respuestas aplicaron las reglas de cálculo tradicionales.

Los restantes alumnos:

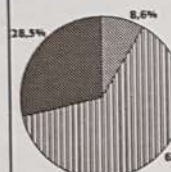
1. Resuelven aplicando incorrectamente algoritmos o reglas de la multiplicación y división. Por ejemplo:
 - a. en $36 \times 2 \frac{1}{2}$ hacen 36 por 2 y luego le suman 1 (que es el medio de 2), o le suman 36 que es la mitad del resultado;
 - b. en $12 \frac{1}{2} \times 26$ hacen 12×26 y luego le suman 6 (mitad de 12).
2. Modifican los cálculos dados para tornarlos accesibles a lo que conocen, por ejemplo: omiten el $\frac{1}{2}$ o, en lugar de 1,5: 0,3, escriben 1,5 x

ANEXO 1

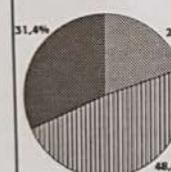
CUENTAS



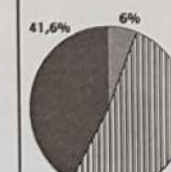
SITUACIÓN 1



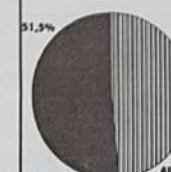
SITUACIÓN 2



SITUACIÓN 3

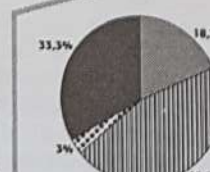
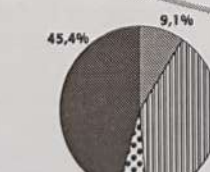
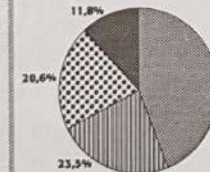
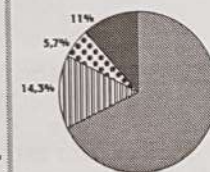
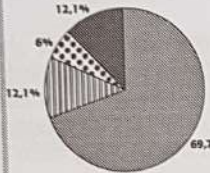


SITUACIÓN 4

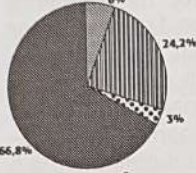


SITUACIÓN 5

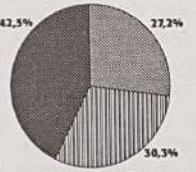
PROBLEMAS



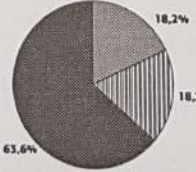
CUENTAS



SITUACIÓN 6

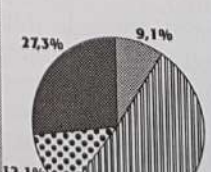
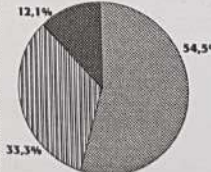
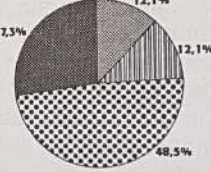
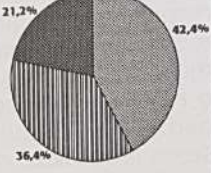


SITUACIÓN 7

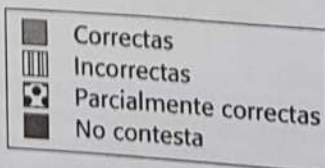


SITUACIÓN 8

PROBLEMAS



SITUACIÓN 4



0,3 o 60: $\frac{1}{2}$ como $\frac{1}{2} \times 60$ o $14 \times \frac{31}{2}$ como 14×321 .

3. El 31% del total de respuestas expresa que "eso no lo habían visto nunca", "no lo sé" o "no me lo enseñaron", abandonando la tarea sin intentar resolverla.

Los alumnos no recurren a ningún tipo de representación gráfica para ayudarse en la resolución de las cuentas.

Les resultan más sencillas las cuentas con decimales que con fracciones (ver resultados en situaciones 7 y 8).

Sus conductas fueron de incomodidad al no poder resolver las cuentas planteadas y hubo varios intentos de copia por la presión personal de entregar algo (aunque el docente les había advertido que sus producciones no tendrían calificación alguna).

Hipótesis 2

Dados problemas en contextos familiares, si los alumnos captaban que eran las mismas cuentas, intentarían darles una solución mostrando estrategias y modelos similares que los utilizaron al hacer las cuentas. En caso de no establecer conexiones utilizarían además otras estrategias.

Los alumnos no manifestaron reconocer ninguna relación entre los problemas y las cuentas realizadas en días anteriores. Tampoco manifestaron tener dificultades con la comprensión de los enunciados. Sin embargo, en las soluciones de los problemas 5 y 6, cuatro alumnos confundieron el área con el perímetro o el semiperímetro, lo que los llevó a respuestas incorrectas.

El 51% del total de las respuestas esperadas (276) fueron correctas.

Las no contestadas se redujeron al 7,2%, pero en todas aparece alguna clase de intento relacionado con la tarea (copiar datos numéricos, intento de gráficos, etc.).

Aparecen una gran cantidad de estrategias (uso de propiedades, sumas reiteradas, distintas representaciones de un número, descomposiciones aditivas, etc.) y modelizaciones diferentes (dibujos, barras simples, barras dobles, tablas de razones y gráficos).

Pueden explicar en lenguaje coloquial con facilidad lo realizado y la razonabilidad de sus resultados.

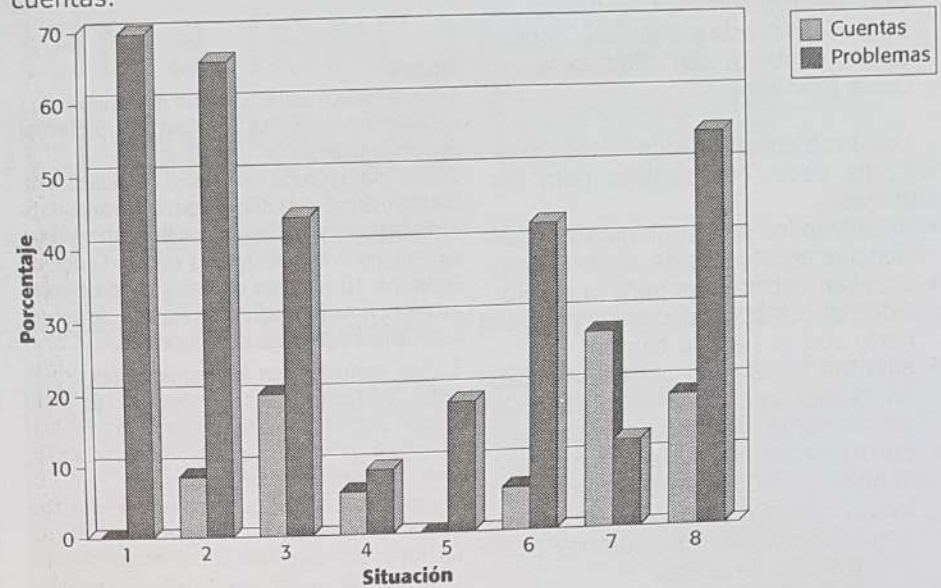
La observación del docente fue que los alumnos se manifestaron más seguros y confiados en sus posibilidades de trabajo matemático.

Hipótesis 3

Las cuentas resultarían más fáciles que los problemas para algunos alumnos, dadas sus dificultades de lectura y modelización expresada en tareas anteriores.

ANEXO 2

Porcentaje de alumnos que respondieron correctamente problemas y cuentas.



A través de las estadísticas, queda en evidencia que para la casi totalidad de los alumnos los problemas resultaron mucho más sencillos que las cuentas. Esto se atribuye a que las cuentas están dadas en un nivel simbólico y no las pudieron cargar de sentido, mientras que los problemas, en contextos fácilmente imaginables para ellos, posibilitaron conexiones con sus conocimientos extraescolares y, al haberse situado en esos contextos, pudieron razonar y actuar con mayor confianza y propiedad.

Hipótesis 4

Los alumnos con éxito en las cuentas podrían establecer conexiones con los problemas.

Los alumnos no manifestaron explícitamente observar relaciones entre las cuentas y los problemas correspondientes. Sin embargo, de los alumnos que realizaron bien alguna de las cuentas (33 cuentas fueron correctas sobre el total de 278 respuestas esperadas), 23 realizaron bien el problema correspondiente. Esto daría lugar a otro tipo de análisis, que no se desarrolla en esta investigación. De hecho, los alumnos que han respondido bien las cuentas son los que, en general, no poseen dificultades en la materia.

Respecto de la relación problemas-cuentas

Al completar las cuentas que les habían quedado sin hacer (quinto día), pareciera que se refleja en la actuación de los alumnos una influencia de la resolución previa de los problemas (¡aunque en ningún momento asociaron los cálculos!). Los alumnos que resolvieron primero las cuentas (b, c, e, g) y después los problemas,

en su generalidad, despreciaron totalmente el $\frac{1}{2}$ en los números mixtos (trabajando sólo con los enteros); en cambio, los alumnos que efectuaron las cuentas el quinto día, lo tienen en cuenta en la realización de las operaciones y hacen un intento de incorporarlo de alguna manera a la operación. Por ejemplo:

agregan la mitad de 36 (18) y como les sobra 1 agregan la mitad de 18 (9) y les da 323. Para hacer $10 \frac{1}{2} \times 20$ hacen 10×20 y agregan la mitad de 10 (5) y les da 25. Otro alumno confunde la mitad de un entero con la mitad del número entero factor: $10 \frac{1}{2} \times 20 = (10 + 5) \times 20$. Otro confunde $\frac{1}{2}$ con 1,2, pero razona bien, es decir, hace 10×20 y $1,2 \times 20$ y suma. Otro alumno, al hacer $37 \frac{1}{2} \times 8$, calcula la mitad de 8 y se lo suma a 37, luego hace 41×8 .

Esto aportaría a la presente propuesta donde el aprendizaje en contexto es decisivo para dar sentido a los conceptos matemáticos.

Conclusiones

El cálculo puro suele paralizar al alumno, posiblemente por:

- la creencia generada en la escuela sobre que existe un único algoritmo de resolución válida y una única respuesta, que además debe ser exacta. Si no se recuerda el algoritmo, no existe posibilidad de solución;
- la falta de sentido del número y de las operaciones, que no le permite a los alumnos flexibilizar su uso y significarlos dentro de un plano puramente simbólico. (¿qué quiere decir matemáticamente $14 \times 3 \frac{1}{2}$ para un alumno de primer año?);

- el haber aprendido las reglas convencionales de cálculo no garantiza su posibilidad de uso en la resolución de problemas (de hecho, la mayoría de estos alumnos habían tenido contacto con ellas en la escuela primaria).

Los problemas en contextos "reales", es decir, con sentido para los alumnos:

- movilizan los conocimientos y experiencias personales de los alumnos;
- proveen estrategias para la resolución del cálculo implicado al relacionarlo con el sentido común;
- alientan el uso del cálculo mental, en el que interviene el sentido de los números y de las operaciones;
- particularizan la situación bajando el nivel de exigencia que impone el trabajo algorítmico puro y permitiendo que todos los alumnos puedan trabajar en ellos;
- ponen de manifiesto con mayor claridad las dificultades conceptuales de los alumnos, sea sobre los modelos que utilizan para operar, sea sobre las operaciones mismas. Por ejemplo: $60: \frac{1}{2} = 30$.

A partir del trabajo con problemas de este tipo, donde el alumno adquiere el significado de las operaciones, es posible discutir las distintas formas de solución estimulándose el uso de los procedimientos de cálculo más sencillos y eficaces e introduciéndose

de esta manera los algoritmos convencionales de forma más significativa (Treffers, 1987).

Notas

1. Se agradece especialmente la lectura crítica de este trabajo, y sus aportes, a la profesora Fernanda Gallego.
2. Este grupo (Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática) está dirigido por la doctora Betina Zolkower y la profesora Ana Bressan, y posee su sede en la escuela N° 273 de San Carlos de Bariloche. Lo integran docentes de preescolar, escuela primaria, media y de adultos, de escuelas públicas y privadas de la localidad.
3. "Los contextos son los responsables principales de la restricción semántica, esto es, de la fijación del campo semántico a partir del cual el sujeto produce sentido" (Puig, Cerdán, 1988) de los conceptos a aprender.
4. Los problemas de palabras o de enunciado suelen ser "breves, estereotipados, piezas de un texto empobrecidas semánticamente, las cuales contienen toda la información numérica necesaria y finalizan con una clara pregunta que es indudablemente resuelta a través de una o más operaciones aritméticas con esos números" (Verschaffel y De Corte, 1997).
5. Aunque éste no es el caso, lamentablemente, el uso del término "nivelación" condice con lo que se pretende hacer en muchas aulas, pensando que es posible llevar a los alumnos a un nivel común en el aprendizaje de un tema en un tiempo determinado, sin atender a las necesidades cognitivas que de seguro el diagnóstico ha evidenciado.
6. Al enfrentarse con las cuentas, los alumnos podrían haber buscado estrategias de solución de distinto nivel matemático:

- a) Reconocer que el cálculo pertenece a un tipo especial y aplicar reglas ya conocidas trabajando en un nivel puramente algorítmico.
 - b) Poseer sentido de los números y de las operaciones involucradas, logrando hacer transformaciones que les permitieran resolver las cuentas con estrategias personales. Por ejemplo comprender que:
 - $6: \frac{1}{6}$, siendo $\frac{1}{6}$ bastante menor que la unidad el resultado va a dar bastante mayor que ella, ya que equivale a dividir 6 unidades en sextos, y siendo que en cada unidad existen 6 sextos, se obtiene 36 veces $\frac{1}{6}$;
 - $1,5: 0,3$ está en la misma relación que $15: 3$ ya que ambos factores están divididos por 10, luego el resultado ha de ser 5.
 - c) Recurrir a modelos gráficos utilizados para la representación de fracciones o decimales (barras, recta numérica, diagrama circular, etc.) usualmente utilizados en la enseñanza de fracciones.
 - d) Darle una interpretación al cálculo colocándolo dentro de un contexto particular que les permitiera una mejor comprensión de él (de plata o medida, por ejemplo).
Aclaramos que poseer sentido del número y de las operaciones implica poder moverse entre distintas representaciones numéricas, reconocer las magnitudes relativas y absolutas de los números, utilizar ciertos valores como referentes para comparar y operar, estimar resultados, comprender los efectos de las operaciones sobre los números, utilizar formas flexibles de cálculo mental, escrito y con calculadora (extraído de J. McChesney y F. Biddulph, 1994).
7. En este documento sólo se presentan ejemplos de las respuestas más demostrativas de las producciones de los alumnos.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Bibliografía

- Freudenthal, H., "Didactical Principles", cap. 2 de *Revisiting Mathematics Education: China lectures*, The Netherlands, Kluwer, 1991, pág. 124.
- Freudenthal, H., "Mathematics Starting and Staying in Reality", en Wirzup and Streit (eds.), *Developments in School Mathematics Education Around the World*, Reston, Va. NCTM, 1985.
- Kraemer, J. M., "Se puede aprender a dialogar y a discutir con los niños", revista UNO N° 16, Graó, 1998, págs. 53-66.
- McChesney, J. y Biddulph, F., *Mathematics Education, Number Sense*, Nueva Zelanda, Jim Neyland, The Wellington College of Education, 1994.
- Puig, L. y Cerdán, F., *Problemas aritméticos escolares*, España, Síntesis, 1988.
- Streefland, L., *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- Treffers, A., "Integrated Column Arithmetic According to Progressive Schematisation", *EMS* 18, 1987, págs. 125-145.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., "Realistic Mathematics Education", *NORMA-Lecture*, Noruega, 5-9 June, 1998.
- van Reeuwijk, M., "Las matemáticas en la vida

cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas", revista UNO, n° 12, Graó, págs. 9-16.

- Verschaffel, L. and De Corte, E., "Word Problems: A Vehicle for Promoting Authentic Mathematical Understanding and Problem Solving in the Primary School?", en Nunes y Bryant (eds.), *Learning and Teaching Mathematics: an International Perspective*, Psychology Press, Taylor and Francis, 1997.
- Zolkower, B., Bressan, Ana, *Proyecto de Capacitación: Aportes de la teoría de Freudenthal a la educación matemática*, provincia de Río Negro, 1999.
- Zolkower, B., *Math Lessons and Others Stories from New City Public Schools*, Draft, 2000.

Lecturas recomendadas

- Ana Bressan, Beatriz Bogisic y Karina Crego *Razones para enseñar geometría en la educación básica* Buenos Aires, Edic. Novedades Educativas, 2000
- Betina Zolkower
"El sentido común en la resolución de problemas"
Revista *Novedades Educativas* N° 108
- Liliana Eguluz y Mabel Pujadas
Fractions: ¿Un quebradero de cabeza?
Buenos Aires, Edic. Novedades Educativas, 2000

Este trabajo fue presentado en el III Simposio de Educación Matemática organizado por la Universidad de Luján y realizado en la ciudad de Chivilcoy provincia de Buenos Aires, en mayo de 2001.

Adriana Rabino es integrante del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. Capacitadora de la provincia de Río Negro dentro del Programa de Capacitación para Docentes de EGB3 - Área Matemática, del Ministerio de Educación de la Nación.

Ana Bressan es coordinadora del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM). Ha sido coordinadora de los CBC de Matemática de EGB y de la Formación Docente y Curricularista de la provincia de Río Negro. Es autora de varias publicaciones relacionadas con la enseñanza de la matemática.

Betina Zolkower es coordinadora del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM), profesora asistente en el Departamento de Educación Elemental en la Escuela de Educación del City College of New York. Fue co-directora del proyecto *Mathematics in the City*, dirigido por Catherine Twomey Fosnot (City College, CUNY) y co-dirigido por Maarten Dolk (Freudenthal Institute, Utrecht).