

SUPERFICIE CURVA SOMBREADA

Autor: Oscar Bressan

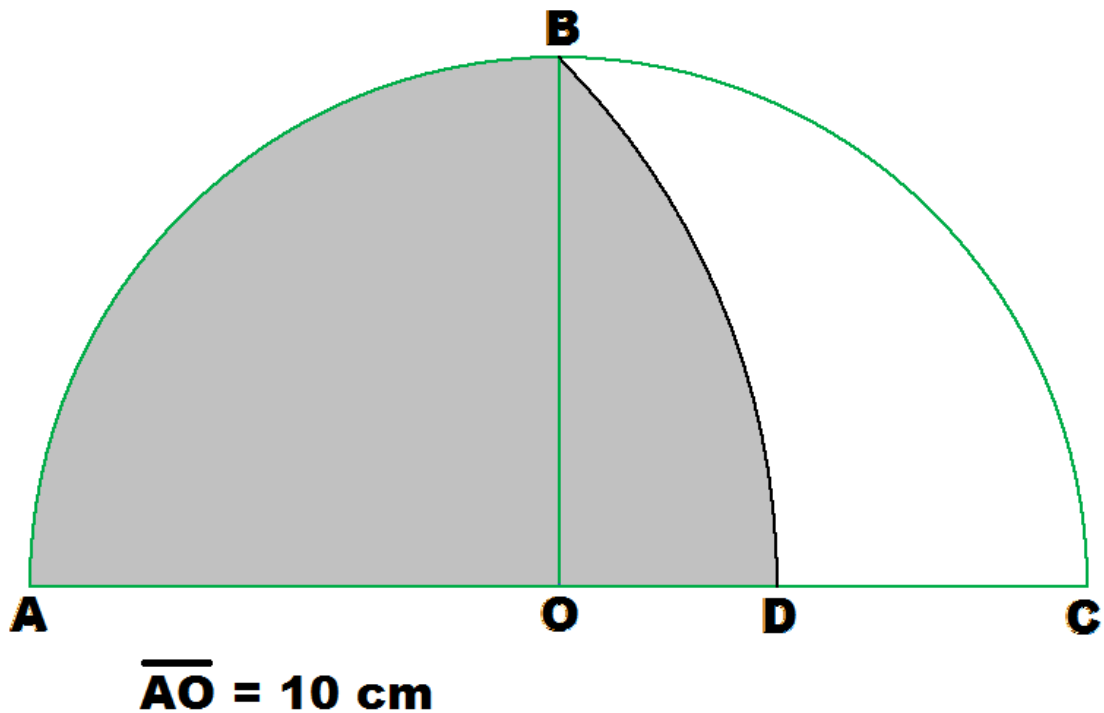
Contenido: área de superficies curvas

Este problema implica la búsqueda del área de una superficie curva. Es simple, pero exige jugar con el Teorema de Pitágoras, longitud de una circunferencia y el área del círculo.

ABC es una semicircunferencia con centro en O, de radio (AO) igual a 10 cm

El segmento BO es perpendicular al segmento AC

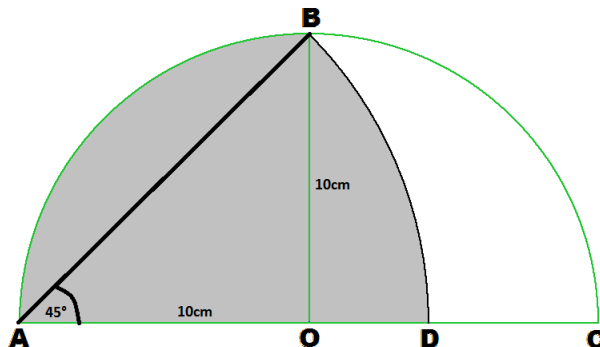
BD es un arco de circunferencia con centro en A. O sea que la distancia AB = AD



Se quiere saber:

- ¿Cuánto es la longitud del arco BD?
- ¿Cuánto vale el área de la zona sombreada?

Solución

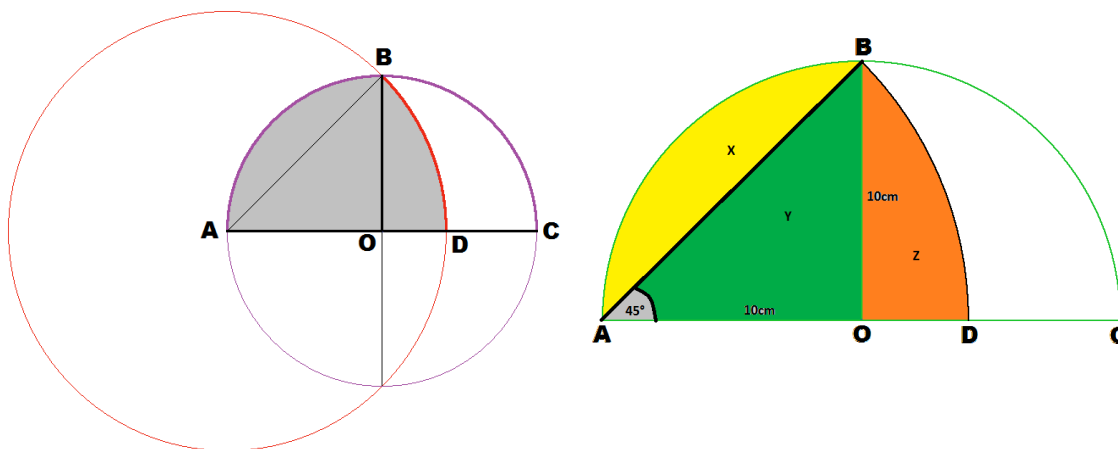


- $AO = 10 \text{ cm}$
Aplicando el Teorema de Pitágoras:
 $AB = AD = 10\sqrt{2} \text{ cm}$
Longitud $C_A = 2 \cdot \pi(10\sqrt{2}) \text{ cm}$ y
 $\angle A = 45^\circ$
Estableciendo una proporción en la circunferencia mayor de centro A se

obtiene la longitud del arco buscado:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot (10\sqrt{2}) \text{ cm}}{360^\circ} = \frac{BD}{45^\circ} \Rightarrow BD = 2 \cdot \pi \cdot (10\sqrt{2}) \cdot 45^\circ / 360^\circ = \frac{5}{2} \cdot \pi \cdot \sqrt{2} \text{ cm} = 11,1072 \text{ cm}$$

b)



El área sombreada es $X + Y + Z$

$$\text{Área triángulo ABO} = Y = (10 \cdot 10 / 2) \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área sector circular ABO} = X + Y = \frac{1}{4} \text{ círculo radio } 10 \text{ cm} = \pi \cdot 10^2 / 4 \text{ cm}^2 = 25 \pi \text{ cm}^2 = 78,5398 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área sector circular ABD} = Y + Z = \frac{1}{8} \text{ círculo de radio } 10\sqrt{2} \text{ cm} = \pi \cdot (10\sqrt{2})^2 / 8 = 25 \pi \text{ cm}^2 = 78,5398 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área sombreada} = \text{sector ABO} + \text{sector ABD} - \text{triángulo ABO} = (50\pi - 50) \text{ cm}^2 = 107,08 \text{ cm}^2$$