

N

**NOVEDADES
EDUCATIVAS**

Abril 2014 | N° 280 | Año 26
AR \$29 | MX \$90 m/n | ISSN 0328-3534
www.noveduc.com

La matemática dentro y fuera del aula

- » Experimentar, discutir y crear
- » Problemas, juegos y situaciones no rutinarias
- » ¿Contenidos o competencias?

EVA GIBERTI: DOSSIER ESPECIAL

Nuevas familias para una vieja escuela

- » El "desorden" del género
- » Repensar la niñez
- » Proteger sin aplastar

 **FORMACIÓN DOCENTE**

¿Capacitación o
acompañamiento?

 **TÉCNICAS DRAMÁTICAS**

Abordaje de
adicciones

 **OPINIÓN**

¿Qué educación
queremos?

Enseñar y aprender matemática "sin penurias"

La teoría en las aulas

Patricia Cuello y Adriana Rabino

Este texto es parte de la introducción del libro *LA MATEMÁTICA REALISTA EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA PROYECTOS CON SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA CONDIMENTAR A GUSTO*, que será publicado por Ediciones Novedades Educativas. Las autoras se proponen compartir con otros docentes propuestas innovadoras y reflexiones sobre la experiencia en las aulas.

La Educación Matemática Realista (EMR) trata de un abordaje para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar que introdujo, en los años sesenta, Hans Freudenthal (1905-1990). Él afirmaba que la manera tradicional de enseñar matemática de la época (y que aún perdura en muchas aulas), dentro de la cual se comenzaba con el sistema formal, era anti-didáctica (Freudenthal, 1973). En cambio, empezando por contextos reales (en el sentido de significativos, razonables, imaginables), se les da a los alumnos la oportunidad de re-inventar y re-construir sus objetos mentales que progresivamente acordarán con los conocimientos de la matemática como ciencia.¹

La EMR se guía por el principio de formalización progresiva con la intención de evitar los efectos nocivos de la formalización prematura, facilitando a los alumnos transiciones graduales desde niveles informales y pre-formales a formales.

Desde la didáctica realista se enfatiza el valor de los modelos para favorecer los procesos de matematización progresiva en los alumnos. Dice Freudenthal (1991, p. 34): "El modelo es simplemente un intermediario, a menudo indispensable, a través del cual una realidad o teoría compleja es idealizada o simplificada a fin de volverla susceptible de un tratamiento matemático formal".

Los modelos deben tener por lo menos dos características importantes: estar enraizados en contextos realistas, imaginables, y a la vez tener suficiente flexibilidad para ser aplicados en un nivel más avanzado o más general. Esto implica que el modelo debería apoyar la progresión en la matematización vertical sin bloquear la posibilidad de volver a los recursos desde donde se origina una estrategia, es decir, los estudiantes siempre deberían poder volver a niveles más bajos. Eso es lo que torna a los modelos muy poderosos.

Cambiando paradigmas: nuestras experiencias como profesoras

Reconocemos que hemos tenido clases exitosas y otras no tanto en este camino que comenzamos a recorrer hace más de trece años y que poco a poco se fue allanando. Nuestra ilusión es contagiar el entusiasmo a los lectores para que nos acompañen en esta tarea que se torna cada vez más desafiante, invitándolos a volver a andar y mejorar lo ya transitado.

Egresamos del profesorado de Matemática universitario a principios de la década del 80. En el transcurso de la carrera vimos muy poco de la matemática del secundario (salvo en la Didáctica Especial y en la Residencia) ya que se empezaba desde Análisis 1 en adelante. En ese momento estaba en boga la "Matemática Moderna" y la bibliografía indiscutible de los profesores para preparar las clases de matemática eran los libros de texto de la profesora Nelly V. de Tapia, comúnmente llamados "los Tapia", o similares. Teníamos la convicción de que la base de la enseñanza de la matemática estaba en partir de lo axiomático, las estructuras algebraicas, las transformaciones, las funciones... por supuesto, trabajando todo en contextos matemáticos puros. Los problemas, que generalmente eran de aplicación, se daban ocasionalmente al final de los temas.

Durante algunos años, con total convencimiento y por iniciativa propia, dábamos una unidad en tercer año que se denominaba *Metodología de la Matemática*, que consistía en lógica proposicional, sistemas axiomáticos (haciendo la analogía con juegos de mesa) y la demostración en matemática, con toda la rigurosidad posible. Creíamos que si los alumnos manejaban estos conceptos, podían desenvolverse con total soltura dentro de la disciplina, porque el se-

creto estaba en no transgredir las "reglas del juego" que existían dentro de los sistemas.

Poco a poco, comenzamos a entusiasmarlos con el constructivismo (hermosa concepción que, desde lo teórico, habíamos conocido en la universidad), pero no teníamos muy claro cómo pasar del dicho al hecho... Tratábamos de poner en práctica la teoría, pero los conceptos "los seguimos teniendo nosotras". Les dábamos a los alumnos las herramientas para que ellos pudieran comprenderlos, adquirirlos y aplicarlos. Pero, por más que buscáramos problemas o situaciones motivantes, éramos nosotras las que proporcionábamos y elaborábamos el material para que los alumnos dieran las respuestas que esperábamos.

En el año 2001 tuvimos la oportunidad de incorporarnos al Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM), gracias a la convocatoria de la profesora Ana María Porta de Bressan (que en ese momento y hasta hoy dirige el grupo y quien fuera profesora nuestra en el secundario y luego en el profesorado, y por quien guardamos un enorme respeto profesional, afecto y admiración) y la doctora Betina Zolkower (residente en Estados Unidos y profunda conocedora de la Educación Matemática Realista).

Muchas cosas cambiaron en nosotras desde entonces hasta ahora.

El GPDM es un grupo de trabajo y estudio de didáctica de la matemática integrado por maestros, profesores de matemática, formadores de los institutos de formación docente primaria (provincial) y formación docente secundaria (de la Universidad Nacional del Comahue y de la Universidad de Río Negro) y estudiantes de estas instituciones. En este grupo se buscan y resuelven problemas no rutinarios, se elaboran, prueban y analizan secuencias didácticas sobre la base del marco teórico de la Educación Matemática Realista y se socializan las producciones en distintos ámbitos de la capacitación y la educación.

Esta corriente brindaba tantos aportes novedosos y atractivos que resultaba muy difícil "resistirse". ¿Qué pasó con nosotras? ¿Qué pasó adentro del aula? ¿Cómo se ubicaron las piezas "alumnos", "docente", "contenido a enseñar-aprender"? ¿Qué pasó con los colegas y con la institución?

La participación en el GPDM, y en particular el estudio de la didáctica realista, afectó nuestra práctica áulica, lisa y llanamente, en una cuestión de *actitud* frente a la enseñanza de la matemática. Siempre pensamos que el nivel de la escuela era para chicos "comunes" no superdotados. No obstante, flotaba en el aire la idea de que solo algunos talentosos podían manejarse con soltura dentro de nuestra disciplina, mientras que los otros debían hacer grandes esfuerzos para aprobar. Matemática seguía siendo la materia "ogro".

Según la EMR, cambia la idea de la matemática.

Es una actividad de **resolver problemas**, de buscar problemas, pero también es una actividad de organizar la materia. Este puede ser un asunto de la realidad que debe ser or-

ganizado acorde a patrones matemáticos si los problemas de la realidad deben ser resueltos. También puede tratarse de un asunto matemático, resultado nuevo o viejo, propio o ajeno, que debe ser organizado acorde a nuevas ideas, para ser mejor comprendido, en un contexto más amplio o por acercamientos axiomáticos. (Freudenthal, 1973).

La didáctica realista subraya la importancia del uso de contextos y situaciones significativas. La idea es partir de situaciones planteadas en contextos familiares o imaginables para los alumnos (del mundo real, ficticio, virtual y cuando avanzan, en contextos propiamente matemáticos), que tengan posibilidades de ser explotadas matemáticamente en profundidad, e ir variando los contextos para que vayan abarcando lo polifacético del concepto matemático a aprender (Zolkower y Bressan, 2012).

También cambia el rol de los alumnos. El alumno no "recepiona" conceptos y los aplica, como tampoco se la pasa resolviendo ejercicios combinados durante la mitad del año. El aprendizaje pasa a través del proceso de reinención, por la necesidad de recrear conceptos y estrategias para resolver situaciones que le interesan. Esos conocimientos se van puliendo y formalizando, pero nacen como una necesidad interna, y no impuesta desde afuera.

Acorde con el principio de reinención, se les debe dar a los estudiantes la oportunidad de experimentar un proceso similar al proceso por el cual la matemática fue inventada, resolviendo problemas abiertos y ricos y organizando los conocimientos y el lenguaje formal por un proceso de matematización progresiva (Freudenthal, 1991, p.47).

Hoy pensamos y comprobamos que todos pueden hacer matemática, que es la disciplina más vinculada con la vida real y cotidiana del alumno, que puede ser amena y atractiva para la mayoría. Como consecuencia lógica de la forma de enseñanza adoptada, los índices de recuperación en las instancias de diciembre y febrero disminuyeron considerablemente.²

La experiencia nos permitió comprobar, además, que los alumnos podían utilizar, después de cierto tiempo de trabajado, las herramientas aprendidas sin ninguna dificultad. El conocimiento, significado, perduraba en el tiempo (no era necesario hacer un repaso del año anterior, como habitualmente se hacía, ellos recordaban contextos, modelos y estrategias a distintos niveles de formalización y trabajaban con total naturalidad, demostrando que tenían internalizados los conceptos).

En cuanto a la enseñanza, el rol del docente también cambia, el profesor deja de ser el "poseedor" del conocimiento que imparte, para pasar a ser un guía para el alumno en su proceso de aprehender los conceptos. Hay varios aspectos que requieren mayor estudio y predisposición, por ejemplo, el estar preparados ante las producciones libres y abiertas de los alumnos (tanto por la preparación matemática requerida para interpretarlas como por tener una actitud de apertura a lo diverso) y tener la humildad (y no el miedo) de decir "eso no lo sé,

lo podemos pensar para mañana", ya que a veces surgen discusiones frente a las situaciones reales que, ante el avance tecnológico y el acceso que tienen los chicos a través de las comunicaciones, nos pueden llegar a cuestionar en muchos aspectos.

No es fácil seleccionar o elaborar situaciones problemáticas "realistas" que sean ricas, accesibles y atractivas para la clase y que le den sentido a la matemática que se va a enseñar, y prepararlas para poder cumplir con el objetivo matemático deseado. Tampoco lo es anticipar la variedad de razonamientos y reacciones de los alumnos. Además, hay que coordinar con habilidad las puestas en común, las discusiones, las validaciones, estar atentos a los múltiples cuestionamientos y soluciones que, de hecho, se plantean. El docente se encuentra con el desafío de seguir los razonamientos de los alumnos, ver si son consistentes o no, identificar de dónde provienen los pensamientos que los estudiantes enuncian y evaluar si avanzan matemáticamente. Esta actitud del docente va mejorando con el entrenamiento; afortunadamente este esfuerzo se ve compensado con los logros obtenidos a corto y mediano plazo, cuando se observan las diferencias entre el principio y el final en los procesos de aprendizaje.

Con respecto a los contenidos, buscamos respetar los establecidos en el currículo, muchas veces ampliándolos. Fuimos armando las secuencias y poniéndolas en práctica en forma paulatina. En un principio temíamos que no nos alcanzara el tiempo, pero después nos damos cuenta de que ese tiempo era ganado dado que un problema rico permite que se integren varios temas. Al pasar los años y repetir las secuencias reformuladas y adaptadas (algunas de ellas presentadas en este libro) actuábamos cada vez con mayor soltura y seguridad.

En cuanto a nuestros colegas y la institución, algunos apoyaban con gran entusiasmo las propuestas y siempre estaban dispuestos a colaborar, interesándose,³ otros mostraban curiosidad por el trabajo que realizábamos y a algunos les era indiferente.

Percibiendo cambios

En 2006, la coordinación del GPDM realizó una encuesta a todos los participantes. Nos parece interesante reproducir algunas preguntas y nuestras respuestas, ya que nos encontrábamos a mitad de recorrido entre el momento actual y los inicios del proyecto. Muchas de las consideraciones las seguimos sosteniendo y otras, que veíamos como un obstáculo en ese entonces, fueron superadas con la experiencia.

¿A tu juicio, cuáles son las ideas de la didáctica realista que tienen mayor relevancia para el mejoramiento de la enseñanza de la matemática? ¿Cuáles crees que son los puntos flojos de esta corriente didáctica?

Adriana: Me parece muy importante el cambio de rol del docente y del alumno con respecto a la enseñanza tradicional.

Uno de los puntos flojos que veo en esta corriente es en las limitaciones del contexto. Muchas veces, cuando esto sucede, hay que realizar "saltos" que se salen del proceso natural.

Creo que la idea de re-inventar la matemática, el comenzar desde abajo hacia arriba, el ir subiendo en la formalización progresivamente, el acercar el contenido de manera tal que lo redescubran al "organizar" la información y pueda trabajar cada alumno a su ritmo, poniendo en juego su experiencia previa, su sentido común y compartiéndolo con el resto, es lo que hace que mejore notablemente la enseñanza.

Patricia: No creo que haya puntos flojos en la corriente didáctica, creo que los "usuarios" somos los que tenemos nuestra "pata renga", los que podemos hacerla más o menos efectiva ya que si solo nos quedamos en lo superficial y no nos damos cuenta del momento en el cual hacer "esa pregunta", la que da pie a los alumnos para "subir" de nivel, para que den ese "salto" y así lograr una mayor formalización, el resultado no será el mismo y podemos suponer que no es tan efectiva.

¿Podrías dar un ejemplo de cómo enseñabas un tema particular del currículo antes de conocer las ideas de la didáctica realista, a través de tu participación en el GPDM y cómo lo enseñás ahora?

Adriana: Por ejemplo, para el tema "ubicación de puntos en el plano". Se podía trabajar empezando con el juego de la batalla naval, luego con el plano de la ciudad haciendo desplazamientos de un punto a otro, para pasar a las convenciones: distinguir una cuadrícula, el origen como punto de referencia, la convención de cómo se expresa un par ordenado, y por último problemas de aplicación que consistían en ubicar puntos en el plano dados los pares ordenados o viceversa, con algún problema de aplicación.

Dentro de esta corriente, tuve la oportunidad de trabajar con los alumnos del CEM 97 (1º año, clase social muy baja) este tema con el trabajo "¿Dónde está el incendio?"⁴ Los alumnos empezaron a trabajar solos, muy motivados, llegaron a plantear y discutir las condiciones necesarias y suficientes para ubicar un punto en el plano y como consecuencia se lograron distintas formas de representación (polar, cartesiana o como intersección de dos rectas cualesquiera). O sea que, además de haber descubierto ellos las condiciones a partir de la intuición y el sentido común, los logros fueron mucho más allá. Por último nos pusimos de acuerdo en las convenciones, que adoptaron con naturalidad.

Patricia: Elijo el tema sistemas de ecuaciones ya que se puede observar la matematización vertical y además al comparar las formas de enseñarlo se ve cuál es el que recoge los mejores resultados.

En resumidas cuentas, antes comenzaba con repaso de ecuaciones, y pedía, por ejemplo, encontrar los números tales que su suma sea 5 y su diferencia 2. Entonces planteábamos las ecuaciones y resolvíamos en conjunto (en realidad era yo la que llevaba adelante el

procedimiento), luego decía: "lo que acabamos de resolver es un sistema de ecuaciones porque buscamos valores que satisfagan las dos ecuaciones al mismo tiempo" y comenzaba a explicar uno a uno los métodos de resolución analítica. Primero daba sustitución, luego igualación, dependiendo de los cursos daba determinantes y, por último, reducción por sumas y restas. Para explicar cada método usaba el mismo sistema con el fin de que vieran que un sistema de ecuaciones podía resolverse con cualquier método. La mayoría de los alumnos resolvía por sustitución, supongo porque era el primero que enseñaba; yo pedía que usaran el más conveniente para cada caso y la justificación era que para ellos ése era el más conveniente porque era el que mejor les salía. Después clasificaba los sistemas al dar la resolución gráfica y les mostraba cómo identificar cada sistema al hacer la resolución analítica.

Ahora este tema lo enseño comenzando con situaciones de trueque y de intercambio. Estas situaciones son presentadas mediante dibujos y los chicos las resuelven autónomamente y sin dificultad. En la primera puesta en común aparecen distintas estrategias: hay quienes recurren a los dibujos, otros escriben todo, otros usan lenguaje algebraico y otros combinan flechas, letras y símbolos. Luego se trabaja con un modelo conocido por ellos como es la tabla de doble entrada ("tabla de combinaciones") para resolver sistemas de 2×2 , descubren regularidades en la forma de completar la tabla y si bien, primero completan toda la tabla, después sólo llenan lo necesario (hasta aquí se puede ver como van subiendo el nivel en cuanto a formalización y algebrización progresiva). Una vez que se trabajan varios problemas en el práctico aparece uno donde las incógnitas son tres, entonces el modelo usado hasta ese momento ya no sirve, se ve su limitación y entra en juego la "notación de libreta"⁵ que no es ni más ni menos que el método de Gauss. Si nos fijamos hasta aquí en ningún momento se habló de métodos de resolución analítica y los chicos resuelven sin dificultad sistemas de 3×3 y más (antes, de la forma tradicional, no se daba o si se lo hacía era por determinantes y dependía de los cursos). A partir de aquí, con las órdenes de comida en el restaurante,⁶ el pasaje de la libreta a la ecuación (expresión algebraica) es natural, sin dificultades y seguimos en el práctico resolviendo sistemas dando la información de distinta manera y ellos resuelven como quieren, muchas veces se pide que lo hagan de dos formas distintas, entonces una de las elegidas es con ecuaciones. Al hacerlo, en las puestas en común aparecen todos los métodos de resolución y lo importante es que salen todos a partir de las distintas estrategias usadas, lo único que nos queda por hacer es darle el nombre que precisamente tiene que ver con lo que hicieron ya que al explicar ellos dicen "acá decía que 2 lámparas costaban \$5 más que un velador entonces como la otra información dice 4 lámparas **sustituyo** por el doble de esta expresión" de esta manera se ve que usan lo que necesitan y el nombre del método de resolución es **sustitución**. (Hasta aquí

se puede observar que progresivamente, y a partir de las distintas estrategias de resolución, se ha ido subiendo de nivel en cuanto a la algebrización y también se han dado todos los contenidos del currículo de tercer año y más.)

Con los otros métodos sucede lo mismo, por ejemplo, al resolver usando el modelo de libreta aparecen las posibles operaciones entre filas, esto lo trasladan a las ecuaciones y reconocen estar trabajando con el método de reducción por sumas y restas. Una vez que aparecieron todos los métodos convencionales, los chicos siguen contando –si les es necesario– con la tabla de doble entrada y la notación de libreta. Hasta aquí siempre se trabajaron situaciones concretas, pero luego continúa el práctico con ecuaciones dentro del contexto algebraico puro que resuelven sin dificultad y ven aún más la limitación de la tabla de doble entrada para estos casos, en los que una de las incógnitas está multiplicada por un número negativo. Esto no es un problema porque tienen distintas formas para resolver y lo hacen con éxito.

La didáctica realista subraya la importancia del uso de contextos y situaciones significativas, imaginables, razonables, como punto de partida y dominio de aplicación de las ideas y herramientas matemáticas que integran el currículo. Discutí, a través de una anécdota de tu propia práctica, este aspecto de la corriente realista (ej. efectos del uso de contextos realistas en el aprendizaje de tus alumnos, dificultades para reconocer y/o encontrar contextos y situaciones realistas, etcétera).

Adriana: En general, lo que sucede en el nivel medio, es que al presentarse a los estudiantes la situación de partida, algunos lo toman como algo trivial, como que es una pavada lo que hay que hacer. Les gusta, pero lo toman como juegos o acertijos, especialmente porque en general se dan con ilustraciones. Yo creo que ni ellos mismos se dan cuenta de cómo van avanzando en la matematización vertical a partir de ellos.

Patricia: Por ejemplo, al trabajar la secuencia de Sistemas de Ecuaciones lineales ellos comienzan como si fuera un juego. Porque hay dibujos dicen esto es una "papa" y continúan así con todo el práctico, cuando les hago ver todo lo que aprendieron no lo pueden creer, porque no hubo dificultades en el camino, pudieron acercarse a los contenidos y manejarlos sin "penurias".

Cómo trabajamos en el aula

Los alumnos, en general, trabajan en grupos y se aceptan todas las producciones. Se tienen en cuenta y se permiten todo tipo de estrategias, ya sea formales o informales. Se hacen socializaciones parciales en las que uno o dos representantes del grupo pasan al frente y vuelcan su producción en un papel o en el pizarrón. Se trata de que todos los trabajos queden en paralelo sin jerarquizar o señalar a priori los correctos.

Volcar la producción significa que los alumnos expliquen para todos y justifiquen su trabajo y el del grupo al que pertenecen. Si hay errores matemáticos, se discuten y corrigen entre todos. Naturalmente, en un principio cada grupo trata de imponer lo realizado, pero esto cambia con el tiempo. Esta socialización permite que vean distintas estrategias de resolución y si algún alumno está "trabado", al ver y escuchar las explicaciones de los compañeros puede, a partir de ellas, continuar su trabajo no necesariamente copiando, sino comprendiendo y con convencimiento de lo que está haciendo. Es, precisamente, la variedad de soluciones la que permite discusiones sobre la adecuación y eficiencia de cada una, lo que conduce a una reflexión sobre los procedimientos y la notación desde un punto de vista matemático. De la misma manera, aquellos que pudieron resolver la situación y avanzar en la resolución, al ver otras producciones de sus compañeros, reconocen, valorizan e incorporan las más convenientes. A medida que se avanza, se logra el respeto y la valoración del trabajo propio y el de los demás. Finalmente, se hacen acuerdos de cuál es la forma más conveniente, más clara o sintética de resolución y se propicia su utilización, aunque algunos alumnos no pueden adoptarla inmediatamente.

Se estimulan las producciones libres por parte de los alumnos, como medio para seguir sus comprensiones.

Las producciones libres surgen a partir de solicitar a los alumnos que generen ellos mismos problemas similares a los trabajados en el aula. Ellas colaboran a que los alumnos reflexionen sobre la actividad anterior, que solo conocieron en términos de acción y para que el docente conozca las estrategias informales, notaciones y comprensiones que deben ser revisadas para continuar el proceso de aprendizaje (Streefland, 1990).

Sobre la evaluación

Al finalizar las secuencias, se toman evaluaciones en las que se puede apreciar la variabilidad de habilidades requeridas a los alumnos, teniendo en cuenta el modelo de la pirámide de De Lange (en Dekker y Querelle, 2002) para pruebas equilibradas.

Según este modelo, se trata de evaluar con instrumentos variados, para que los alumnos puedan poner en juego y evidenciar distintas competencias. Entre ellos se incluye la prueba escrita, donde deben existir cerca de un 55% de tareas de nivel 1, esto es, que impliquen conocimiento de hechos, definiciones y procedimientos rutinarios, memorizados y practicados en clases anteriores; un 30% de nivel 2, tareas que exijan conexiones e integración de contenidos para resolver problemas relativamente simples y un 15% de nivel 3, donde los alumnos deban modelizar situaciones con herramientas matemáticas, razonar problemas no rutinarios y ser capaces de generalizar contenidos a diversos contextos.

Esta forma de evaluar intenta conectar los distintos niveles de competencia que los alumnos deben poseer para resolver un determinado problema y el nivel de complejidad que resulta del modo en que este problema ha sido formulado. ■

NOTAS

1. Para conocer más sobre esta teoría, consultar: www.gpdm.org.ar
2. En la Argentina, el ciclo lectivo comienza a fines de febrero y termina en diciembre. Cuando los alumnos no llegan a aprobar determinada asignatura, deben asistir a períodos de recuperación en diciembre y febrero según el caso.
3. Las experiencias de este libro fueron realizadas en escuelas públicas, privadas y de gestión social de San Carlos de Bariloche, entre los años 2002 y 2013.
4. Esta actividad consiste en localizar un incendio en el Parque Nahuel Huapi problemática muy frecuente en esta zona. Esta propuesta se encuentra desarrollada en el capítulo 1 del libro.
5. Es la disposición matricial. Esta propuesta se encuentra desarrollada en el capítulo 4 del libro.
6. Situación desarrollada en el capítulo 4 del libro.

INFORMACIÓN ADICIONAL

BIBLIOGRAFÍA

- Dekker, T. y Querelle, N. (2002). *Great assessment problems*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishig Co.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures* Dordrecht: Reidel. Ch. 16: The Algebraic Language. [El lenguaje algebraico]
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematical education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Zolkower, B. y Bressan A. (2012). "Educación matemática realista". Cap. 7. En Pochulu M. y Rodríguez M. (comps.). *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Argentina: Universidad Nacional de General Sarmiento y Universidad de Santa María.

Patricia Claudia Cuello es profesora de Matemática (Universidad Nacional del Comahue). Asistente de docencia a cargo de cátedra en el área ingreso (Universidad Nacional del Comahue) y profesora de Matemática (Instituto de Formación Docente de Bariloche). Profesora de matemática en escuelas nivel medio privadas y estatales. Integrante del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática.

Adriana Zita Rabino es profesora de Matemática (Universidad Nacional del Comahue). Profesora de matemática de nivel secundario, docente en el Instituto de Formación Docente de Bariloche y asistente de docencia a cargo de la Cátedra Área Matemática (Universidad Nacional del Comahue). Integrante del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM). Colaboradora de la página www.gpdmmatematica.org.ar.