N NOVEDADES EDUCATIVAS

Abril 2014 | N° 280 | Año 26
AR $29 | MX $90 m/n | ISSN 0328-3534
www.noveduc.com

La matemática dentro y fuera del aula

» Experimentar, discutir y crear
» Problemas, juegos y situaciones no rutinarias
» ¿Contenidos o competencias?

EVA GIBERTI: DOSSIER ESPECIAL

Nuevas familias para una vieja escuela

» El "desorden" del género
» Repensar la niñez
» Proteger sin aplastar

FORMACIÓN DOCENTE

¿Capacitación o acompañamiento?

TÉCNICAS DRAMÁTICAS

Abordaje de adicciones

OPINIÓN

¿Qué educación queremos?

LA MATEMÁTICA DENTRO Y FUERA DEL AULA

Estrategias

Cadenas de cálculo

Un recurso para fortalecer el sentido del número y de las operaciones

Silvia G. Pérez, Betina Zolkower y Ana Bressan

Las autoras dan cuenta de experiencias desarrolladas en aulas de San Carlos de Bariloche (Argentina) y Nueva York (Estados Unidos), en las que se pone en evidencia cómo el trabajo sistemático con actividades de cálculo mental permite establecer lazos fructíferos entre el sentido del número y la comprensión de las propiedades de las operaciones aritméticas.

La Educación Matemática Realista (EMR) otorga especial atención al desarrollo del sentido del número a través del trabajo sistemático en torno a actividades de cálculo mental (Treffers, 1991a; van den Heuvel-Panhuizen, 2001; Streefland, 1991).[1] Entre tales actividades, se destacan las cadenas de cálculos.

A modo de ejemplo de una cadena de cálculo, el siguiente afiche *(Fig. 1)* documenta, en puño y letra de la docente, el trabajo de un grupo de alumnos de 6to grado de una escuela de Nueva York con una serie de problemas de multiplicación por dos cifras.

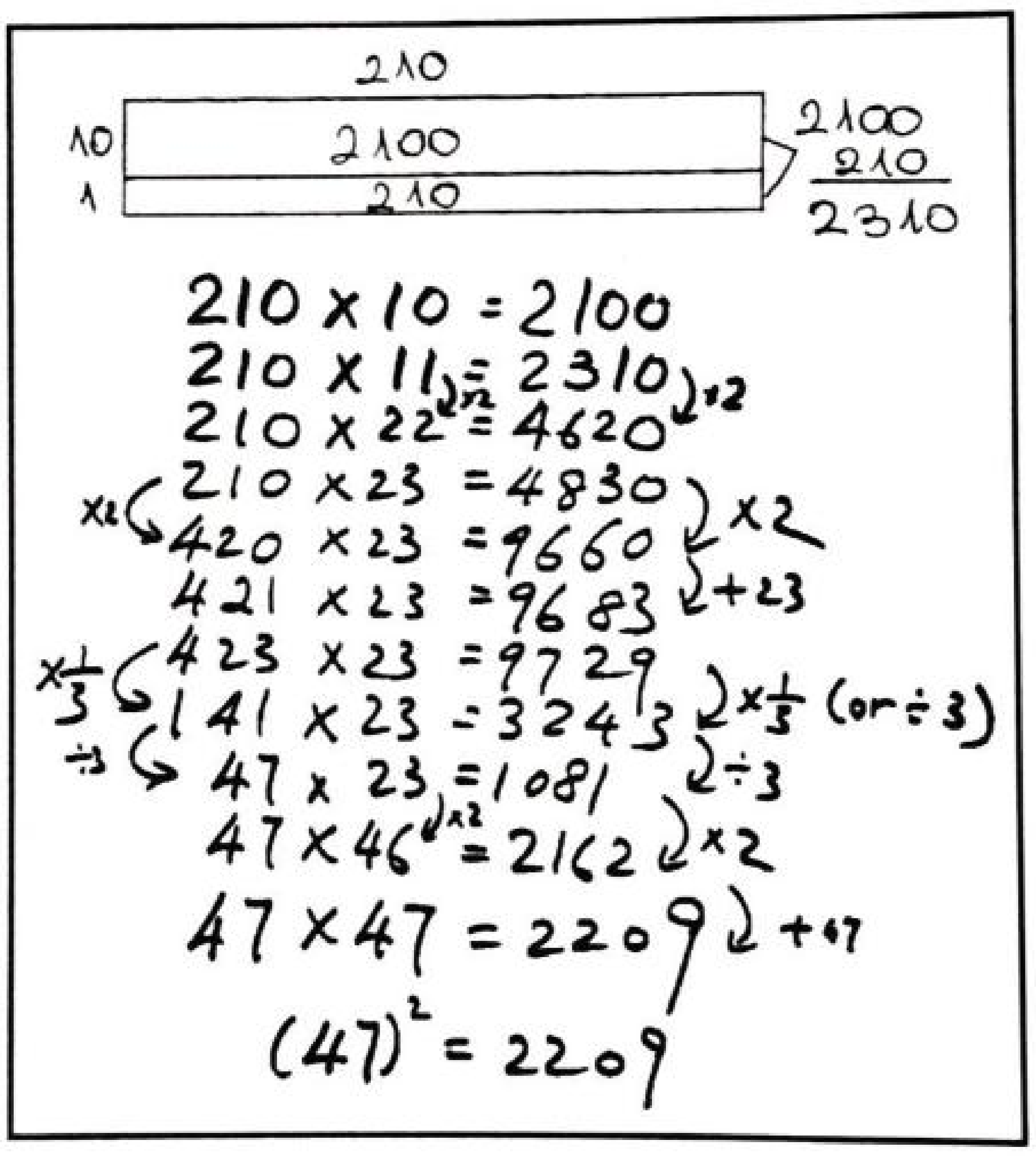


Fig. 1. Cadena de problemas de multiplicación.

Este tipo de actividad, que usualmente se lleva a cabo en situaciones de interacción de toda la clase, se denomina "cadena" aludiendo al hecho de que los cálculos que la integran se *encadenan* o relacionan entre sí (Imm et al., 2007). A continuación listamos algunas características de la cadena que aparece en el afiche.

- Las cuentas se presentan en forma horizontal para tratar de evitar que los alumnos recurran automáticamente a los algoritmos "verticales" en lugar de prestar atención a los números intervinientes, aprovechar lo que saben de memoria (por ejemplo, las tablas de multiplicación u otras relaciones numéricas) y, sobre esa base, usar una estrategia eficiente o un atajo que les permita agilizar los cálculos.
- Durante el transcurso de la actividad, los problemas que integran la cadena se mantienen a la vista, ofreciendo así a los alumnos la posibilidad de reconocer y hacer uso de relaciones entre el cálculo a resolver en un determinado momento y los ya resueltos (por ejemplo, para resolver 420 x 23, como 420 es el doble de 210, basta con duplicar el resultado de 210 x 23).
- Se comienza con uno o dos cálculos fáciles y se van agregando "eslabones" que, aun cuando puedan presentar dificultad, invitan a los alumnos, de modo más o menos implícito, a descubrir y aprovechar lazos con cálculos y resultados previos. Las interrelaciones entre problemas o eslabones de la cadena se van indicando por medio del lenguaje dinámico y sinóptico de las flechas el cual, cuando no surge espontáneamente de los propios alumnos, es propuesto por el docente.
- Aunque el propósito central es desarrollar destrezas para el cálculo mental, esto no excluye ni la escritura de cálculos intermedios (como ilustraremos más adelante) ni el uso de diagramas. Por ejemplo, en el rincón superior derecho de la *Figura 1*, el modelo de área representa el uso de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto de la suma para resolver 210 x 11 pensado como 210 x (10 + 1) = 210 x 10 + 210 x 1 = 2100 + 210 = 2310.

Más adelante se muestran ejemplos de cadenas de cálculo mental en las que los alumnos usan otras "herramientas" matemáticas, tales como la línea numérica abierta, la tabla de razones, y el modelo de barra (Treffers, 1991; Abels, et al., 2006; van de Heuvel-Panhuizen, 2003) para representar, organizar y resolver problemas.

¿Qué objetivo tienen las cadenas de cálculo mental?

Una cadena es, entonces, una serie de problemas de cálculo interrelacionados o eslabonados diseñada con el propósito de desarrollar en los alumnos el *sentido del número y de las operaciones* y la destreza para realizar cálculos mentales utilizando estrategias *variadas, rápidas, eficientes y confiables* (Panhuizen, 2009).

En la vida cotidiana, por lo general, los cálculos se realizan mentalmente si resultan sencillos, y con calculadora los más complicados. Es conveniente que los alumnos puedan disponer de estrategias flexibles, tales como descomponer los números que intervienen en una determinada cuenta, expresándolos en términos de números "lindos" o buscando combinaciones más fáciles (por ejemplo, en la suma 17 + 4 es más fácil hacer 16 + 4 y luego sumar 1, o bien, en 83 x 19, hace 83 x 20 y restar 83; por lo general, 9 + 25 resulta difícil, pero no es lo mismo pensar 25 + 5 + 4). Diariamente usamos procedimientos tales como el redondeo y la estimación cuando la situación en cuestión no requiere de un resultado exacto sino de uno aproximado; por ejemplo: ¿Me alcanzan $30 pesos para comprar 4 litros de leche si cada uno cuesta $7,90? Esto contrasta con lo que ocurre en muchas clases de matemática, donde los alumnos recurren de modo casi automático al algoritmo convencional y rara vez deciden por sí mismos hacer una cuenta más fácil para resolver una más difícil (Pérez et al., 2001).

La experiencia de las autoras y otros integrantes del GPDM,[2] en aulas de San Carlos de Bariloche y Nueva York, muestra que el trabajo sistemático con actividades de cálculo mental permite establecer lazos fructíferos, por ejemplo, entre el sentido del número y la comprensión de las propiedades de las operaciones aritméticas y el sentido del dinero (siendo este último un componente central de nuestro sentido común dada la ubicuidad del dinero en la sociedad). A modo de ejemplo, incluimos la siguiente anécdota *(Fig. 2)*.

Vanessa (4° grado) resolvió en forma casi inmediata y sin necesidad de apoyarse en escritura alguna la siguiente cuenta: 375 ÷ 25 = 15.
Para sorpresa de la docente, quien consideraba a Vanessa 'no muy buena en matemática', la alumna explicó tímidamente: "Lo pensé como cuántas monedas de 25 hay en 3 pesos con 75 [centavos]. Entonces hice 4 x 3 que me dio 12 y 3 más son 15".
Invitada por la docente a dar más detalle sobre su estrategia, Vanessa respondió: "Hay 4 monedas de 25 en cada peso y son 3 pesos en total. Y a eso le agregué 3 monedas más porque era 3 con 75".

Fig. 2. Uso del sentido del dinero para resolver una cuenta de división.

El docente planifica las cadenas, de entre cuatro y diez pasos, ajustándolas al campo numérico y a las propiedades que se quieran profundizar, pudiendo emplear números naturales y/o racionales (no solamente fracciones, decimales y porcentajes por separado, sino también, muchas veces, cadenas que requieren el pasaje entre distintas expresiones de los números racionales). Dado que lo que se busca no es sólo flexibilidad, sino también agilidad y eficiencia, el trabajo colectivo en torno a la resolución de una cadena adquiere, por lo general, un ritmo cada vez más veloz (entre medio y un minuto de tiempo para resolver cada problema o eslabón). Aunque el ritmo sea rápido, no se pasa de un cálculo a otro sin detenerse unos minutos para comparar y contrastar las diversas estrategias propuestas por los alumnos, lo cual favorece el intercambio y la apropiación de ideas y recursos.

A modo de ejemplo, en la *Figura 3*, la cadena de la izquierda puede ayudar a que los alumnos comprendan cómo varían las composiciones a 20; la cadena del medio podría llevarlos a notar la ventaja de llevar a la decena más próxima los números terminados en 9 y restar 1 (por ejemplo: 10 + 9 = 10 + 10 − 1); y la cadena de la derecha muestra cómo se afecta el producto al multiplicarse o dividirse uno o ambos factores por distintos números y cuando se multiplican y dividen los factores por un mismo número, lo que equivale a multiplicar por 1.

Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3
10 + 10 =	10 + 9	32 x 5
9 + 11 =	15 + 9	64 x 10
8 + 12 =	15 + 9	64 x 50
13 + 7 =	20 + 19	128 x 100
14 + 6 =	20 + 29	1280 x 1000
5 + 15 =	39 + 39	256 x 500
16 + 4 =	39 + 21	512 x 250
2 + 18 =	29 + 41	125 x 256

Fig. 3. Tres ejemplos de cadenas de cálculo.

La cadena de la *Figura 4* atiende a la suma de fracciones y decimales de uso común, con la idea de que los alumnos puedan agilizar los cálculos haciendo las transformaciones mentales entre ambas expresiones según convenga.

1/2 + 1/4 =
1,5 + 1/4 =
1 3/4 + 1,25 =
3/4 + 1/2 =
1/4 + 0,25 =
0,75 + 3/4 =
1/2 + 1/6 =
1/3 + 2/2 =

Fig. 4. Cadena de sumas con fracciones y decimales de uso común.

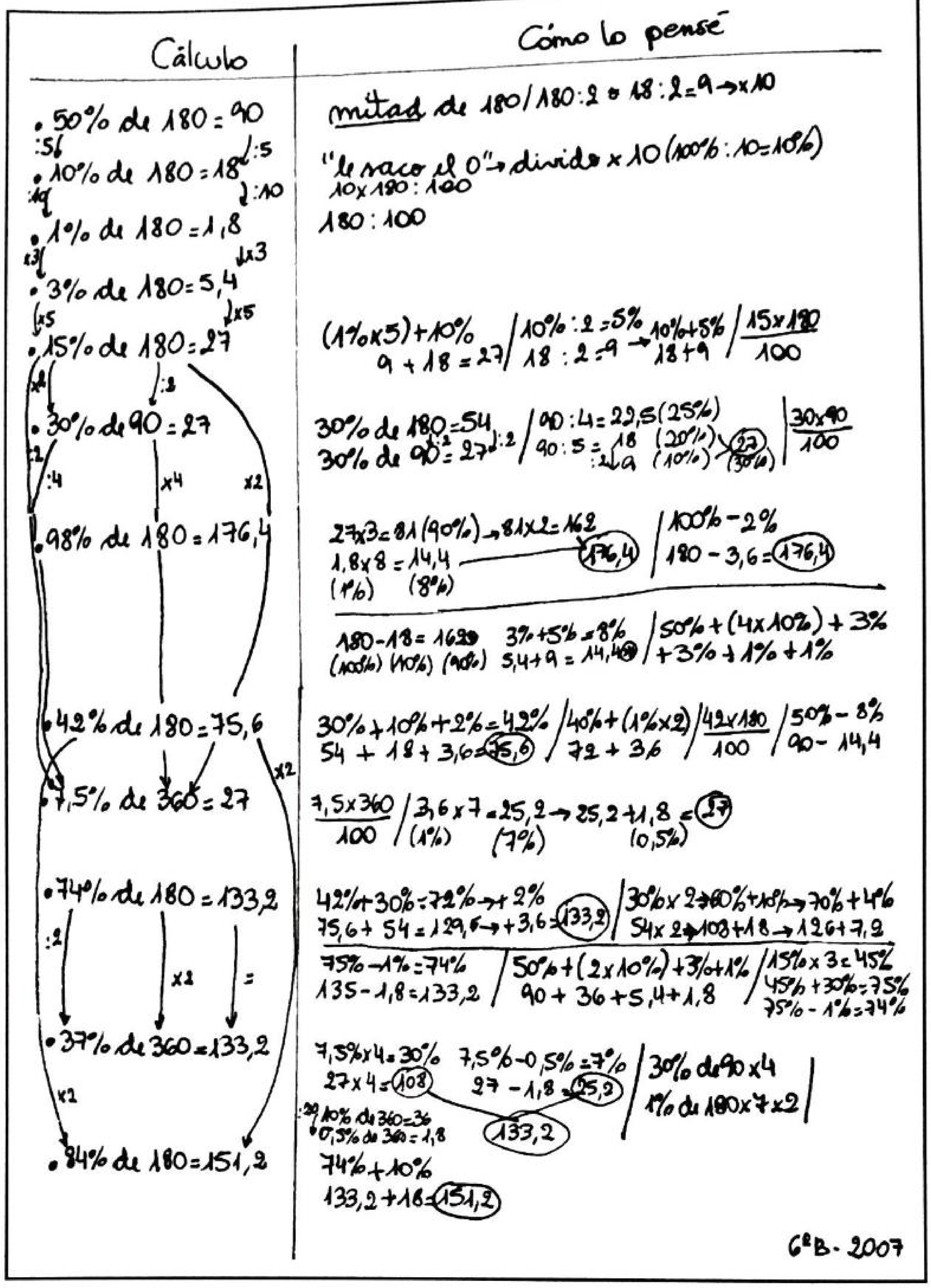


Fig. 5. Cadena de problemas de porcentaje.

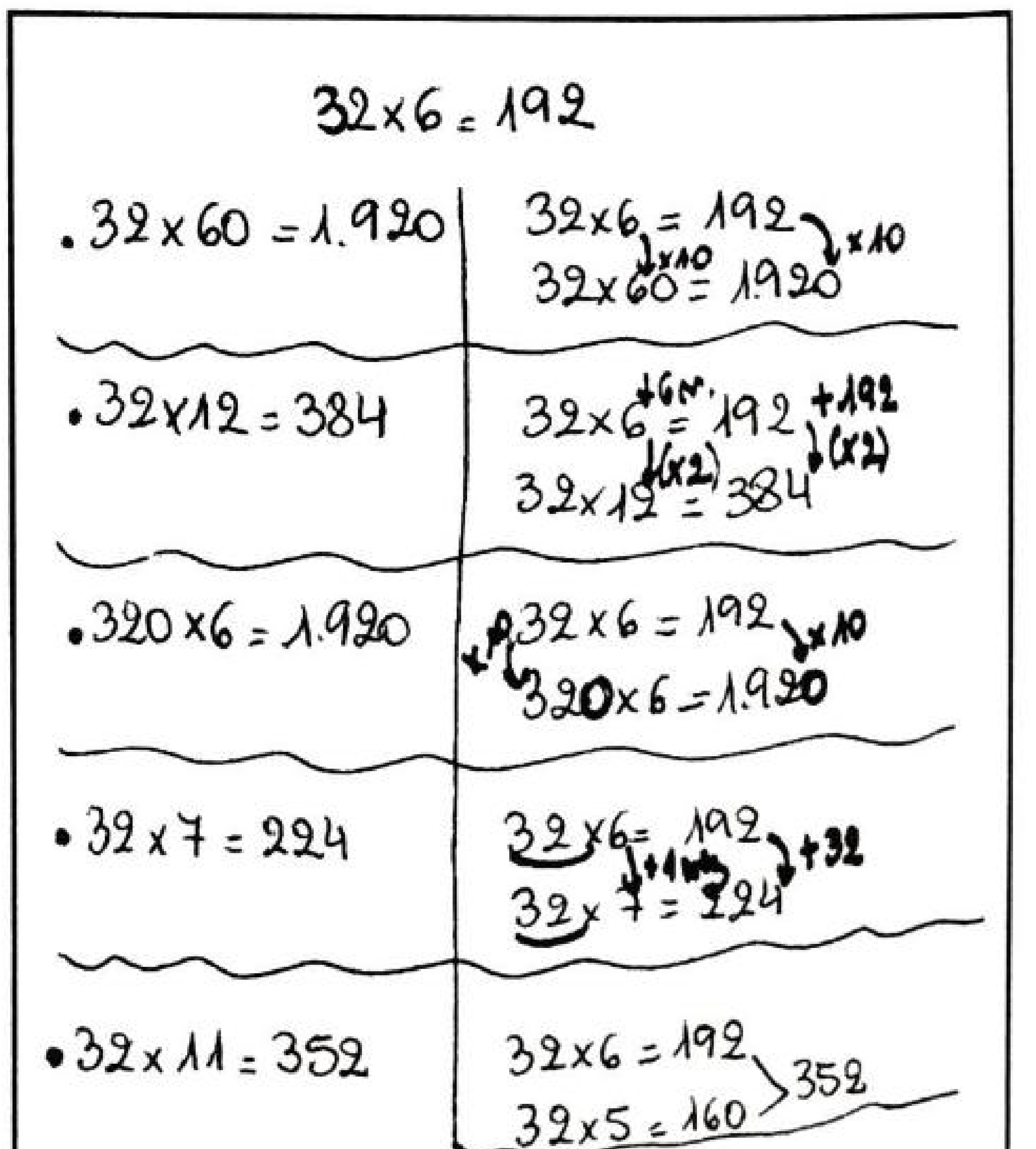


Fig 6. Cadena elaborada en torno a un cálculo resuelto.

En la *Figura 5* presentamos una cadena que apunta a fomentar el uso de porcentajes conocidos tomados como referentes (10%, 25%, 50%) y la búsqueda del 1% como estrategia conveniente para averiguar otros porcentajes cercanos a ellos. Puede verse la variedad de procedimientos propuestos por los alumnos, incluido el cálculo tradicional del porcentaje. Es interesante notar cómo, a medida que los cálculos se complican, es decir, que los porcentajes pedidos no son "redondos", naturalmente se imponen estrategias más flexibles en las que se aprovechan y combinan resultados anteriores.

También puede iniciarse una cadena dando un cálculo resuelto que servirá de base para averiguar los restantes. El ejemplo de la figura 6 muestra una cadena, resuelta en 4° grado, que tuvo como intención el trabajo reflexivo en torno a cómo utilizar un producto dado (32x6 = 192) y distintas propiedades de la multiplicación para calcular otros.

¿Cómo se trabajan las cadenas en la clase?

La forma habitual de organizar el trabajo consiste en que docente y alumnos se ubiquen frente al pizarrón o en círculo, con el cuaderno o una hoja suelta por si necesitan anotar o comprobar algo, pero recalcándoles que no es para copiar ni para hacer cuentas *¡paradas!* El pizarrón o afiche se divide por lo general en dos partes: a la izquierda se van anotando los cálculos o eslabones (de uno en uno, a medida que se resuelven) y a la izquierda la/s estrategia/s propuesta/s por los alumnos para resolverlo. El docente va registrando resultados y estrategias a la vista de todos. Cabe señalar que en esta instancia el docente recupera tanto los resultados y procedimientos correctos como los erróneos, sin evaluar o calificar explícitamente. La tarea de detectar errores y corregirlos constituye una valiosa oportunidad didáctica de trabajo constructivo y colectivo apoyado en la validación y justificación de los conocimientos y procedimientos matemáticos puestos en juego. Por ejemplo: teniendo como cálculo anterior 30x15 = 450, si para 31x15 se proponen 401 y 465 como resultados, se puede analizar el uso incorrecto de la estrategia de "+1", dado que sumar 1 a uno de los factores, 30 en este caso, implica sumar no 1, sino 1 grupo más de 15 al resultado.

A continuación *(Fig. 7)* presentamos un ejemplo de una cadena de sustracción de números naturales y la forma de registrar la actividad.

CUENTA	ESTRATEGIA
1500 - 750 = 750 +30 +30	TOM = 500 - 500 = 0 1000 - 200 = 800 800 - 50 = 750 ALAN = Sabía que 7+7 = 14 700 + 700 = 1400 50 + 50 = 100 > 1500 Ayelén preguntó ¿de qué sirve 7+7? JULIETA = el otro día salió en los cálculos mentales 7,5 + 7,5 = 15 multipliqué 15 x 100 = 1500
1530 - 780 = 750 = -600 +600	SANTI = usé la cadena 750 + 30 y al otro también le agregué 30 le resté 30 a cada uno y quedó el mismo resultado MICAELA = 1530 - 700 = 780 (entre todos arreglamos que era 830) 750 - 80 830 -700 1530
1530 - 180 = 1350	MARTÍN = 180 < 100, 80 1530 - 100 = 1430 50 + 30 = 80 1430 - 30 = 1400 1400 - 50 = 1350 Paula 1350 1390 1430 - 1530 -40 -40 -100
2530 - 1980 = 550	80 - 30 = 50 500 - 50 = 450 2000 - 1900 = 100 > 550 Aproximé 1980 a 2000 SANTI JULI = 2530 - 2000 = 530 + 20 = 550 MICA = 1980 + 20 = 2.000 2.000 + 530 = 2530 530 + 20 = 550 CARO = 2530 - 1980 = 0550

Fig. 7. Cadena de sustracción.

Estrategias

Como muestra esta última cadena, la propuesta para los alumnos de 4° grado fue jugar a afectar (en igual o distinta forma) los dos términos de una resta y analizar su incidencia en el resultado. Se puede apreciar la multiplicidad de estrategias utilizadas: la descomposición de números, el apoyo sobre la línea numérica abierta, el aprovechamiento de cálculos anteriores y el cálculo vertical (algoritmo convencional).

Los cálculos se proponen en el pizarrón uno por vez. El docente va anotando todas las estrategias propuestas por los alumnos lo más fielmente posible dado que estas serán el centro de reflexión y discusión. Una vez que las diferentes estrategias para resolver un determinado eslabón fueron compartidas, discutidas y clarificadas, se introduce el próximo eslabón siguiendo el mismo procedimiento y sin borrar los pasos anteriores. Se va conformando así un entretejido de cálculos sobre los cuales se puede trabajar, retrocediendo y avanzando según sea necesario, con la finalidad de desarrollar y fortalecer el pensamiento matemático de los alumnos.

En las primeras instancias de trabajo con cadenas, los alumnos suelen considerar cada cálculo de forma aislada, por lo que el docente ha de enfatizar la necesidad de buscar conexiones o inter-relaciones entre cálculos, así como también promover la idea de que a veces, para hacer una cuenta 'medio difícil', uno puede primero hacer una más fácil y después ajustar lo necesario para resolver la cuenta inicial. Por ejemplo, para resolver 3,75 x 0,1 se podría pensar que 3,75 x 1 es 3,75 y que 0,1 es 1 dividido 10, por lo que a 3,75 también puedo dividirlo en 10. De esta forma, "se corre la coma (un lugar hacia la izquierda)" y se obtiene 0,375.

Cuando los alumnos ya estén habituados a este tipo de trabajo, se les puede pedir que ellos mismos agreguen eslabones a una cadena o generen sus propias cadenas. Este tipo de actividad pone en juego la comprensión de las propiedades que intervienen en una determinada cadena, tales como el uso de productos en que intervenga la unidad seguida de ceros, el reconocimiento de múltiplos o divisores de un número, la equivalencia para sumar fracciones, las ventajas de hacer cambios de notación, etcétera. Las cadenas para completar resultan estimulantes para los alumnos y, a la vez, útiles para el docente, quien, a partir de los cálculos que proponen, puede ver qué tipo de conexiones hacen y qué estrategias tuvieron mayor anclaje en ellos. A medida que el docente adquiere experiencia en el trabajo con cadenas, en lugar de seguir paso a paso los eslabones preparados de antemano, muchas veces hace cambios improvisados en respuesta a lo que los alumnos van haciendo (por ejemplo, agrega un eslabón para trabajar sobre algún error o para que sirva de apoyo para resolver un cálculo que a los alumnos les resulte demasiado complicado).

También es interesante cómo con el hábito, tanto docente como alumnos, utilizan esta práctica de resolver cálculos encadenados en otras situaciones problemáticas planteadas en diferentes contextos. El siguiente ejemplo da cuenta de cómo el cálculo mental flexible y reflexivo desarrollado a través del trabajo con cadenas, permite a tres alumnas de 6° grado resolver un cálculo en un contexto métrico y geométrico mediante la estrategia de cuadruplicación sucesiva:

(Extraído del cuaderno de auto-registros de la docente)
Grupo de R, V y B:
Conversan entre ellas sobre cómo encontrar el área de una figura que obtuvieron:
R: Entonces para sacar el área total... podemos hacer 4x64
V: ¡Claro!
B: Hagamos 1x4, 4; 4x4, 16; 16x4, 64 y 64x4, 256, ¡es 256!

12 x 3 = 36	lo sé de memoria / 3x6x2 (desarmo 12 en 6x2) / 12+12+12 / 10x3+2x3
12 x 6 = 72	x2 el resultado anterior / el doble del anterior
12 x 30 = 360	10 veces (10x) el primer resultado
12 x 31 = 372	es +1 respecto de la de arriba, o sea +12 al resultado
12 x 62 = 744	el doble del anterior
12 x 310 = 3.720	x 10 el resultado x 31
12 x 309 = 3.708	uno menos (-1) que el de arriba, o sea -12
13 x 62 = 806	+62 (tenía 12 veces 62 y ahora son 13 veces)
30 x 25 = 750	25 x 3 = 75 y eso x 10 / pensando en dinero: 10 x $25 = 250 y eso x 3
30 x 26 = 780	es 1 más que el de arriba, sumo 30 al resultado anterior
31 x 26 = 806	+1 pero de 26, así que sumo 26 al anterior

Fig 8. Uso de flechas y de explicaciones verbales registradas por el docente.

Si bien todas las estrategias se toman y registran, el docente promoverá su análisis y comparación procurando que se valoricen aquellas que posean mayor exactitud y eficiencia, en función de los números y operaciones implicados. Es conveniente que el docente, al diseñar una determinada cadena, anticipe por escrito los procedimientos y estrategias que sus alumnos van a utilizar (tanto los correctos como los erróneos) para estar preparado para representarlos en la pizarra y guiar la discusión en torno a ellos.

En la *figura 8* se muestra una cadena trabajada en el pizarrón por el docente, en la que figuran registradas literalmente las relaciones y estrategias empleadas y expresadas por los alumnos.

Cuando los alumnos se acostumbran a esta modalidad de trabajo matemático mental, van desarrollando tanto la disposición a considerar la naturaleza de los números que intervienen en el cálculo, como la de buscar conexiones a partir de los pasos previos para decidir la manera más eficiente de resolver cada problema, y es frecuente que generen cadenas para resolver cálculos más complicados, por ejemplo en situaciones de proporcionalidad, como se muestra en la figura siguiente *(Figura 9)*.

En este caso, la cadena de cálculos está sostenida por un modelo gráfico de barra doble, hecho que ayuda a encontrar razones equivalentes manteniendo visible la relación parte-todo ("%" como parte de 100).

Realizadas varias experiencias de cadenas, el docente recupera y analiza las propiedades empleadas por los alumnos. Eso lleva a institucionalizar los saberes adquiridos nombrando las estrategias utilizadas, como la reglas de la *multiplicación por múltiplos de 10 o múltiplos de 10 más o menos 1*, el valor de la *duplicación sucesiva* (por ej. 13 x 16 = 13 x 2 x 2 x 2 x 2; la *factorización* (por ej. 36 x 45 = 4 x 9 x 5 x 9= 20 x 81 = ...), y de las operaciones que estuvieron usando (por ej. *las propiedades asociativa de la suma o conmutativa de la multiplicación*, etc.), distinguiendo los alcances de cada una (la multiplicación es distributiva respecto de la suma y de la resta; la resta y la división no admiten la propiedad conmutativa, etc.).

Las cadenas resultan actividades ideales para involucrar a los alumnos en una "conversación" de toda la clase, dirigida por el docente, durante la cual estas reglas puedan hacerse explícitas o incluso expresarse simbólicamente y demostrarse formalmente, para el caso de alumnos de secundaria que ya saben o deberían saber manejar el lenguaje algebraico. En la *Figura 10* se proponen ejemplos de cadenas que pueden usarse con este propósito.

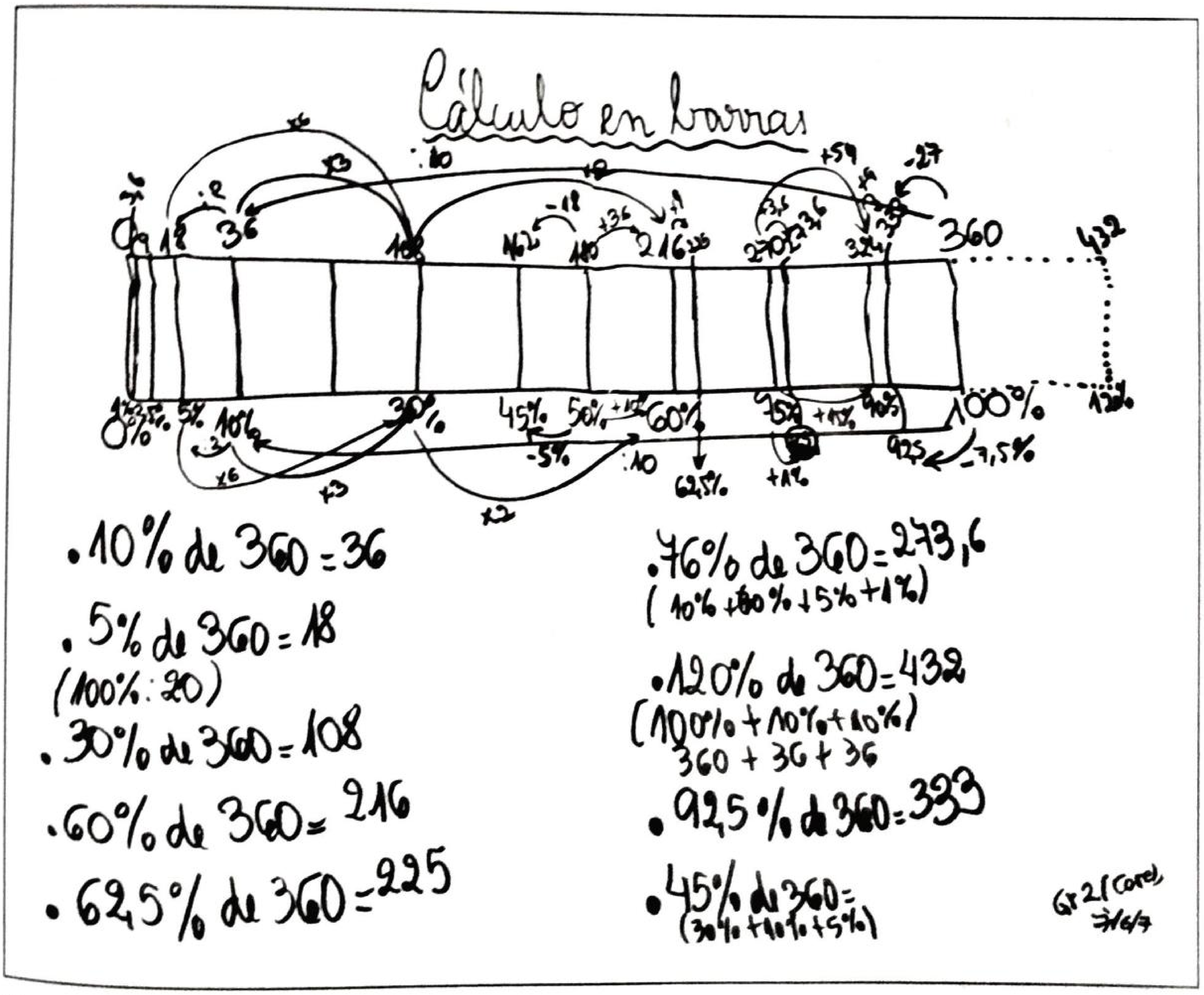


Fig 9. Cadena de problemas de porcentaje con modelo de barra doble como soporte.

Suma	Resta	Multiplicación	División
3000 + 60	5500 – 4900	20 x 500	8000 ÷ 40
300 + 600	55000 – 4900	200 x 5000	8000 ÷ 400
20000 + 5000	55000 – 490	7500 x 50	6000 ÷ 200
20000 + 500	7200 – 180	480 x 20	4800 ÷ 120
25000 + 7500	72200 – 180	4800 x 2000	48000 ÷ 120
2500 + 750	72000 – 1800	8000 x 90	36000 ÷ 72
.... + ...	72000 – 18000	250 x 40 x 1500	36000 ÷ 720
.... + ...	.... –	.... x	36720 ÷ 720
	.... –	.... x	.... ÷ ....
			.... ÷ ....

Fig. 10. Cadenas para visualizar y extraer propiedades.

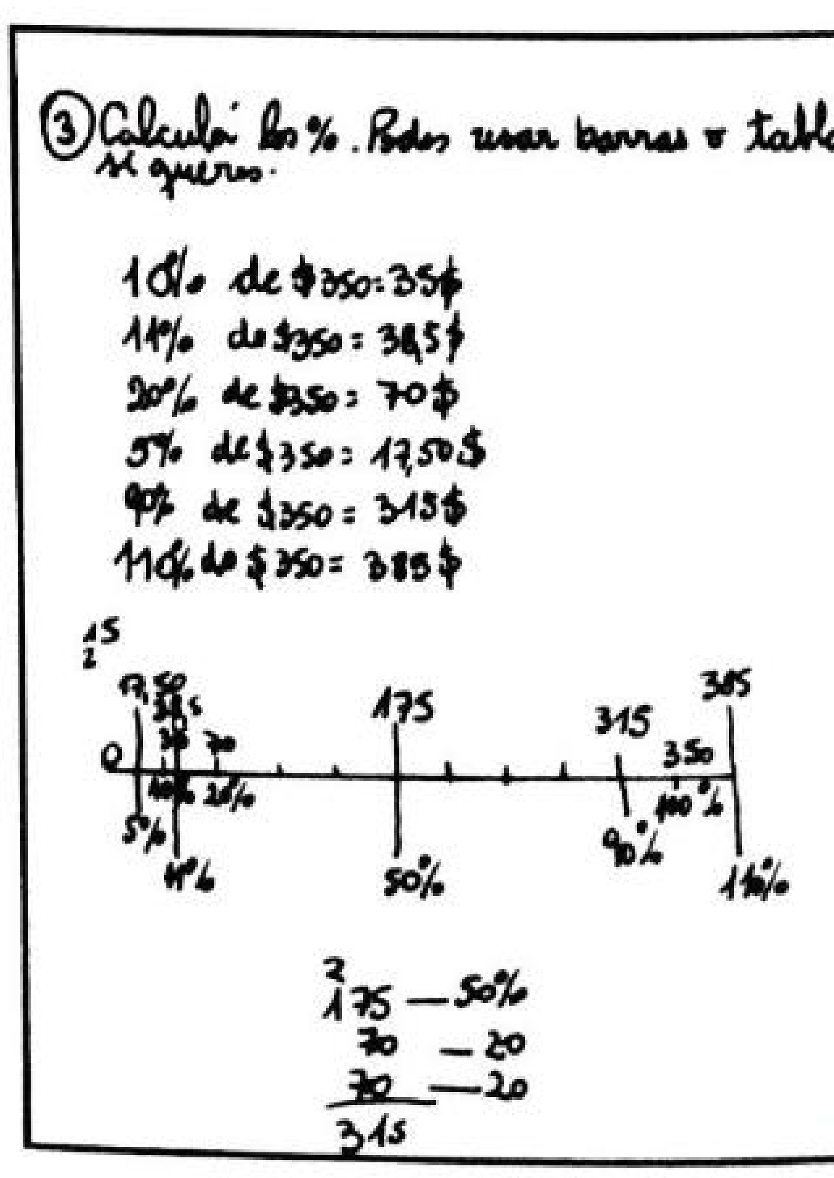
En varias experiencias de aula en torno a este tipo de cadenas, hemos comprobado que los alumnos que poseen un buen sentido del número por lo general se dan cuenta casi de inmediato que lo que conviene es trabajar sin los ceros y ajustar los resultados en función de la cantidad de ceros finales que hay en los números en cuestión. Listamos a continuación algunas preguntas para propiciar la reflexión acerca de las "reglas de los ceros" y las cuatro operaciones aritméticas. ¿Cómo sabemos cuántos ceros se pueden sacar y cuántos tenemos que poner de nuevo al escribir la solución? ¿Es lo mismo en la suma que en la resta?, ¿por qué? ¿Qué pasa con la multiplicación? ¿Por qué es que en la división sacamos los ceros, pero después no los volvemos a poner?[3]

Como expresáramos anteriormente, el trabajo sistemático con cadenas permite a los alumnos desarrollar eficiencia en sus cálculos y enriquecer su "caja de herramientas" para el cálculo mental. Cuanto más trabajen con cadenas, más eficientes serán las estrategias que surjan. Lo ideal es tomar de 15 a 20 minutos al inicio de la clase, dos o tres veces por semana y aprovechar "ratitos" entre una clase y otra. Resulta interesante, también, darles a los alumnos cadenas resueltas por otros y pedirles que describan las estrategias y propiedades utilizadas. De esta forma, deben asumir la responsabilidad de encontrarles sentido, poniéndose en el lugar de quien las resolvió.

Las cadenas escritas son convenientes como herramientas de evaluación, ya que los resultados obtenidos permiten al docente saber qué estrategias para el cálculo mental utiliza cada uno, cómo y cuándo las usa, etc., información que resulta crucial para re-direccionar o ajustar la enseñanza. A continuación presentamos dos trabajos escritos, uno de una alumna de cuarto grado y el otro de un alumno de sexto grado *(Figuras 11a y 11b respectivamente)*.

Resuelva la siguiente cadena de cuentas usando la columna de la derecha para indicar la estrategia que utilizaste para resolver. No te preocupes en dejar un espacio en blanco si lo resuelves mentalmente o bien escribe "mentalmente".

CÁLCULO	ESTRATEGIA UTILIZADA
18 x 4 = 72 x 10	15 x 4 = 60 3 x 4 = 12 18 72
= 18 x 20 = 360 = x 2 x 2 x 10	10 x 18 = 180 x 2 = 360
18 x 40 = 720	si el de arriba es 18 x 20 y me da 360 y esta es 18 x 40 es el doble
18 x 14 = 252 –9 = la mitad	si la primera es 18 x 4 = 72 es 18 x 10 mas que la 180/252
9 x 14 = 126	Porque la mitad del 252 es 126
16 x 14 = 224	10 x 10 100 | 10 4 6 x 6 10: 100, 40 / 6: 60, 24 = 224
18 x 24 = 432	Es 18 x 20 más que la de arriba 20 x 18 = 360 + 72 = 432



Figs. 11a y 11b. Las cadenas como herramientas de evaluación.

Nótese cómo la alumna *(Figura 11a)* indica y hace un uso flexible de las relaciones entre problemas, manifestando su conocimiento de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma, tanto en el primero como en el último cálculo, donde se apoya en el modelo rectangular, y cómo vincula los cálculos intermedios reconociendo cómo se afecta el resultado de un producto al afectarse un factor, explicándolo con claridad. En el caso de la cadena de porcentaje *(11b)*, puede verse cómo el modelo de la línea numérica abierta doble sirvió a este alumno para pensar todos los cálculos y el modo en que encontró el 90% de $350, sumando el 50% de $350 (que no estaba pedido, pero le resultó sencillo averiguar) y dos veces el 20% de $350 que ya tenía.

Síntesis

Las cadenas de cálculo mental se trabajan en situaciones de interacción de toda la clase, pero eso no implica una modalidad de instrucción centrada en el docente; por el contrario, la conversación gira en torno a las varias y variadas estrategias que proponen los alumnos y la reflexión colectiva acera de las ventajas o desventajas de cada estrategia para realizar los cálculos dados fácil, eficiente y rápidamente. El hecho de que los distintos eslabones de una cadena estén interconectados de modo no trivial (por ejemplo: 15 x 2, 15 x 4, 15 x 8, 15 x 16, 15 x 32 es más un patrón predecible que una auténtica cadena) ofrece a los alumnos la oportunidad de usar cuentas y resultados anteriores para resolver los problemas que luego dan lugar también para reflexionar *a posteriori*, bajo la guía hábil del docente acerca de la multiplicidad de conexiones establecidas. Aunque se trata de fomentar la rapidez, precisión, eficiencia, elegancia y sofisticación en el cálculo, todas las estrategias son validadas y registradas por escrito, poniendo énfasis en compararlas y contrastarlas para apreciar su eficacia relativa en función de los números.

El trabajo sistemático con cadenas lleva a los alumnos a desarrollar la disposición a prestar atención a los números en juego y buscar conexiones entre distintos eslabones para decidir la manera más eficiente de resolver cada problema. El resultado de esta práctica es que, cuando los alumnos se enfrentan con cálculos difíciles en otras situaciones (es decir, no como parte de una cadena), ellos mismos puedan armar la cadena necesaria para resolverlos de manera eficiente, invirtiendo así la trayectoria: en vez de ir de fácil a difícil, ahora van de difícil a fácil (ej. $648 \div 12$ se puede resolver mediante la siguiente mini-cadena: $48 \div 12 = 4$; $60 \div 12 = 5$; $600 \div 12 = 50$; entonces $648 \div 12 = 54$, o, alternativamente, dividiendo ambos números por 4 para hacer más sencilla la cuenta).

El efecto, a largo plazo, el trabajo con cadenas hace posible a los alumnos apropiarse de una gran variedad de estrategias y herramientas flexibles para el cálculo mental, componentes esenciales del sentido del número. NE

Notas

1. Existen variadísimos artículos al respecto desde los años 60, pero están en holandés.
2. Guupo Patagónico de Didáctica de la Matemática.
3. Esta idea proviene de una clase de 5° grado dictada en una escuela pública en Bronx, EE.UU., por el Dr. Willem Uittenbogaard, investigador del Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht, Holanda.

Estrategias

INFORMACIÓN ADICIONAL

Bibliografía

Abels, M.; Wijers, M.; Pligge, M. y Hedges, T. (2006). *Modelos confiables. Números*. Chicago: Enciclopedia Británica. Colección: *La matemática en contexto*.

Bressan, A. y Zolkower, B. (2012). "Los principios de la educación matemática realista". En M. Pochulu y M. Rodríguez (comps.). *Reflexiones teóricas para la educación matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Buenos Aires: Universidad de General Sarmiento - Universidad Nacional de Villa María.

Imm, K.; Fosnot, C.; Uittenbogaard, W. (2007). *Mini-lessons for Operation with Fractions, Decimals, and Percents*. Londres: Heinemann.

Perez, S.; Bressan, A.; Zolkower, B. (2001). "Seño, ¿es cierto esto? El principio de realidad". Revista *Novedades Educativas* N° 131 y N° 132.

Streefland L. (1991). *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht: CD-b Press. IF Utrecht University.

Treffers, A. (1991a). "Didactical background of a mathematics program for primary education". In L. Streefland (ed.). *Realistic Mathematics Education in Primary School* (pp. 21–56). Utrecht, The Netherlands: CD- Press / Freudenthal Institute, Utrecht University.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). "Realistic mathematics education in the Netherlands". En Anghileri J. (ed.). *Principles and Practices in Arithmetic Teaching*, Buckingham: Open University Press, pp. 49-64.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). "Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets in the Netherlands". *Educational Studies in Mathematics* 54: 9–35. Disponible en: http://www.fisme.science.uu.nl/staff/marjah/download/vdHeuvel_2001_Thessaloniki_trajectory.pdf

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2009a y 2009b). "El uso didáctico de modelos en la educación matemática realista: un ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje". *Correo del Maestro*. Números 6 y 61. Año 14. Septiembre - octubre. México. Disponible en: http://www.gpd-matematica.org.ar/publicaciones/panhuizen_modelos_porcentaje.pdf (El original en inglés: "The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage", en *Educational Studies in Mathematics* 54: 9–35, 2003. Kluwer Academic Publishers).

Silvia G. Pérez, Betina Zolkower y Ana Bressan coordinan el Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM) desde el año 2000. El Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM) es un grupo de estudio, investigación y difusión del enfoque didáctico conocido como Educación Matemática Realista. Más información en www.gpdmatematica.org.ar