

TESELANDO LLEGAMOS A LAS FÓRMULAS PARA MEDIR ÁREA

CONTENIDOS: REGULARIDADES EN FRISOS Y MOSAICOS. ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

AUTORAS: PATRICIA CUELLO-ADRIANA RABINO

“Las actividades con mosaicos y otras en las que se doble papel, el dibujo y los patrones con bloques pueden enriquecer el bagaje de estructuras visuales de los chicos. También desarrollan un conocimiento de las figuras y sus propiedades.

*Recuerden: la geometría comienza con el juego. Tengan a mano materiales como el mosaico de siete piezas. Jueguen con ellos ustedes mismos. Reflexionen acerca de los temas de geometría que incluyen y cómo secuenciar las actividades para desarrollar los niveles de pensamiento de los chicos en estos temas. Luego involucren a sus alumnos en juegos y actividades que ofrezcan un aprendizaje en el pensamiento **geométrico**. Los alumnos cuyo pensamiento **geométrico** es nutrido cuidadosamente están en mejores condiciones de estudiar exitosamente la clase de matemática creada por Euclides.”*

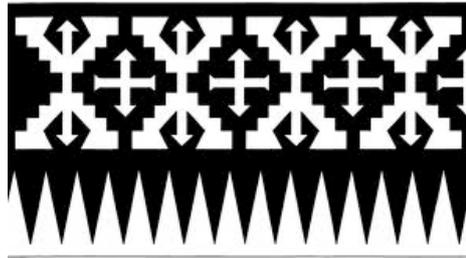
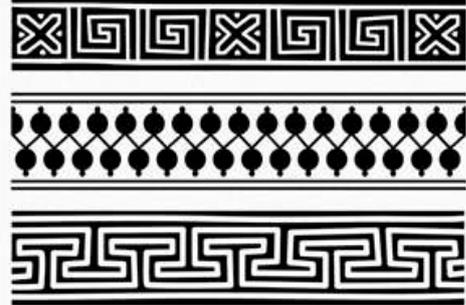
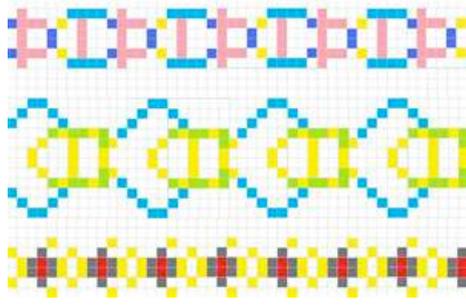
PIERRE VAN HIELE¹

El estudio de frisos (patrones lineales) y mosaicos permite el acercamiento, de una manera fácil y divertida, a muchos conceptos de la matemática: reconocimiento de figuras geométricas, sus relaciones y propiedades, descubrimiento de los distintos movimientos en el plano, condiciones necesarias y suficientes para cubrir el plano, entre otros.

Si se observan los distintos elementos de decoración en vestimenta, vasijas, decoración personal, estructuras arquitectónicas, etc., en las distintas culturas y a lo largo del tiempo, se encuentra que estos siguen ciertas regularidades. Será interesante analizar y estudiar este tipo de representaciones. Al hacerlo se podrá encontrar el núcleo o patrón de repetición e inventar diseños propios.

I. a) Reconocer y dibujar, en caso de ser posible, el núcleo, patrón o figura base de repetición de cada una de las siguientes imágenes (trata de reproducir y continuar el dibujo en papel cuadriculado)

¹VAN HIELE, PIERRE, (1999): DESARROLLANDO EL PENSAMIENTO *GEOMÉTRICO* A TRAVÉS DE ACTIVIDADES QUE COMIENZAN COMO UN JUEGO. FUENTE: Teaching Children Mathematics 5(6): 310-16.



- b) ¿Qué figuras geométricas reconoces?
- c) Identifica ejes de simetría, traslaciones, rotaciones o composiciones de estos movimientos, si los hay, en los frisos de las fotos.
- d) Crea tu propio friso en papel cuadrulado o punteado, dibujando un núcleo a tu elección. ¿Qué figuras y transformaciones haz usado en el mismo?

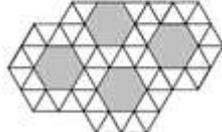
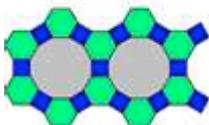
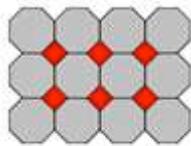
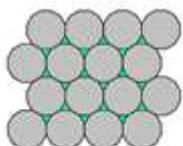
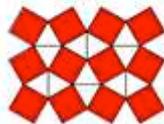
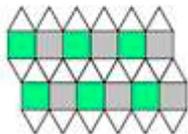
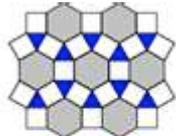
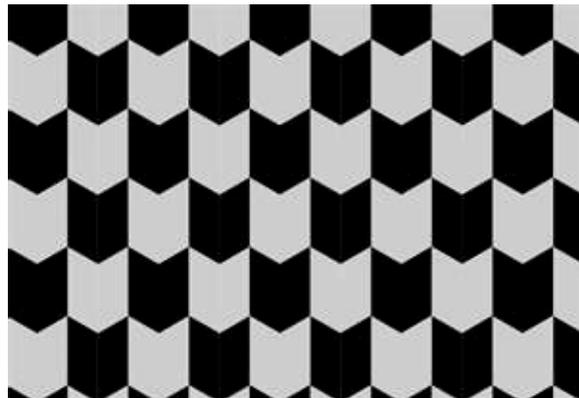
¿CÓMO SE PUEDEN CONSTRUIR LAS FÓRMULAS PARA CALCULAR EL ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS?

Con los mosaicos se pueden trabajar las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras para cubrir el plano teniendo en cuenta que no deben quedar espacios sin cubrir y no puede haber superposición de "baldosas". Esto puede ser utilizado - primero de manera informal y luego formal- al uso de unidades no convencionales y convencionales de medición de área. Se puede llegar así a la construcción de fórmulas de cálculo de área de figuras geométricas.

II. Es un buen recurso mirar los pisos, los cubrimientos con azulejos, utilizar papeles de regalo y analizar, por ejemplo, los trabajos de Escher², para comprender los procesos de embaldosado.

a) Reconoce y pinta el núcleo o figura de base de repetición de cada una los siguientes embaldosados.

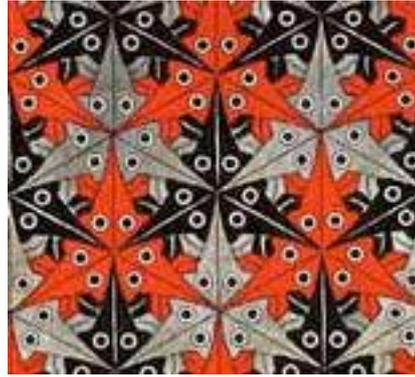
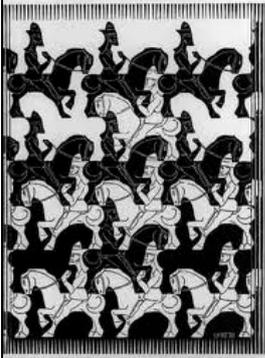
b) Identifica figuras y ejes de simetría, traslaciones, rotaciones o composiciones de estos movimientos con que fueron hechos. Para ello trata de reproducirlos en papel cuadriculado y ampliar su extensión.



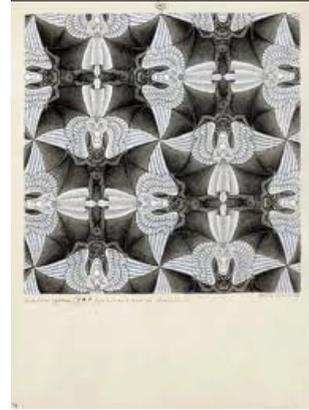
c) A continuación se muestran algunas de las creaciones del artista holandés Escher que puedes ampliar o buscar en Internet y estudiar en detalle para apreciar

² **Maurits Cornelis Escher**, más conocido como **M. C. Escher** (1898- 1972) artista holandés, conocido por sus grabados en madera, xilografías y litografías que tratan sobre figuras imposibles, teselados y mundos imaginarios. (Wikipedia)

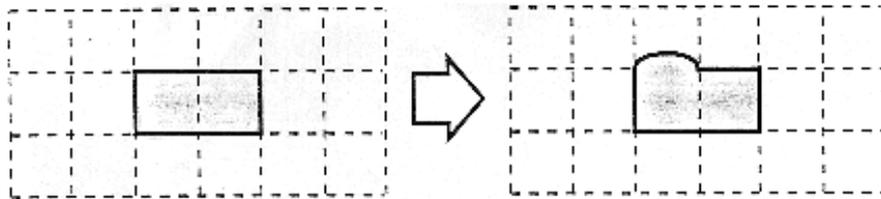
su inventiva. Trata y los movimientos plano.



de encontrar la figura núcleo que utilizó para cubrir el



Como habrás apreciado, para embaldosar una superficie, las baldosas deben encajar sin dejar espacios entre ellas ni superponerse. Hay una técnica que permite crear baldosas que cumplan con estas condiciones: el **teselado**. Sobre un polígono base (cuadrados, triángulos equiláteros, rectángulos, etc.) que permite embaldosar una superficie, todo lo que se recorta de un lado se coloca en otro. Por ejemplo, sea un rectángulo inicial en un cuadrículado:



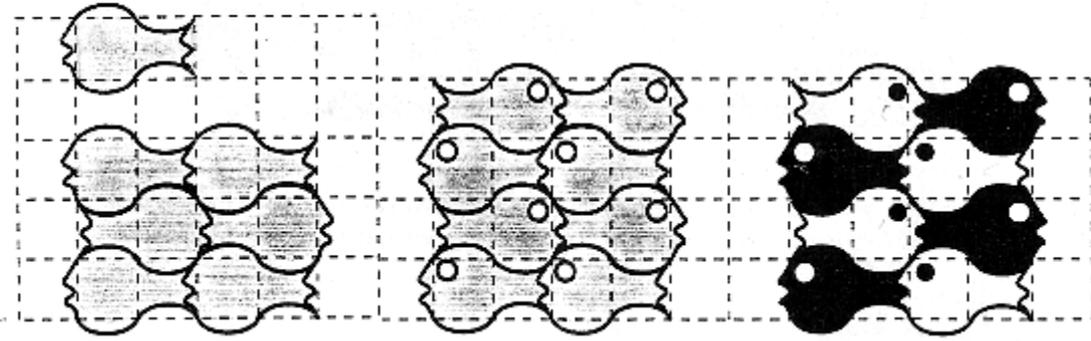
Figura

a. b. c. d.

Teselado

a. b.

Si se completan c y d se puede verificar que teselan el plano.
La figura d podría representar un pez. Se le puede agregar una boca pero al hacerlo, se tiene que compensar con partes de la cola.



(Un material muy maleable y óptimo para realizar esta actividad es la goma eva)

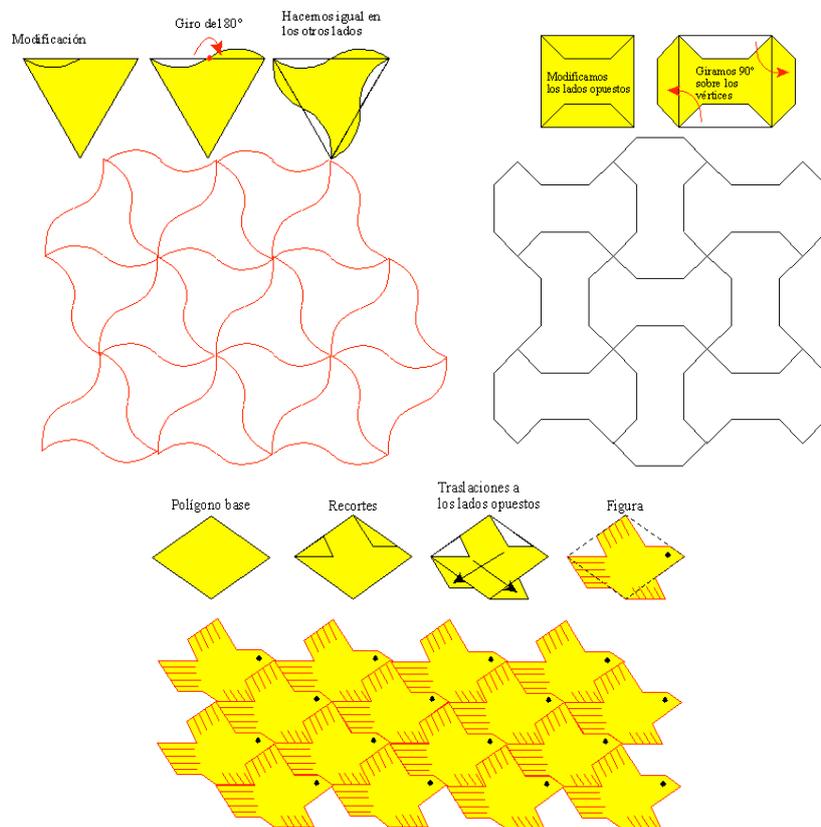
III. a) A partir de un triángulo equilátero construye un mosaico que tesele el plano (pajarita Najarí).

b) A partir de un rectángulo construye un mosaico que tesele el plano (huesito)

c) A partir de un rombo construye un mosaico que tesele el plano (palomita)

A continuación se presentan los desarrollos completos de las actividades a), b) y c).

Se sugiere al docente darle a los alumnos el polígono base e ir induciéndolos para **que construyan el mosaico de acuerdo a lo propuesto**. Resulta interesante que los alumnos busquen información en dónde aparecen estos famosos embaldosados.



IV. Áreas

a) ¿Todos los polígonos convexos teselan el plano? ¿Por qué?

Dato: para que un polígono cubra el plano (o lo embaldose) la suma de los ángulos interiores que confluyen en un mismo vértice debe ser 360°

b) De los polígonos convexos ¿cuál es el más sencillo para medir una superficie?

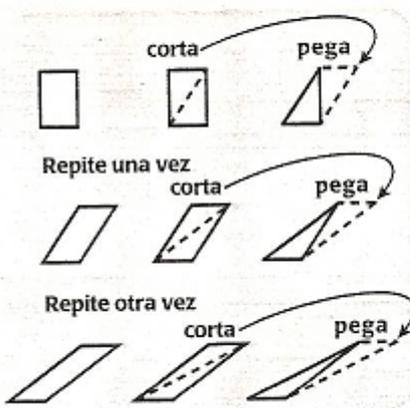
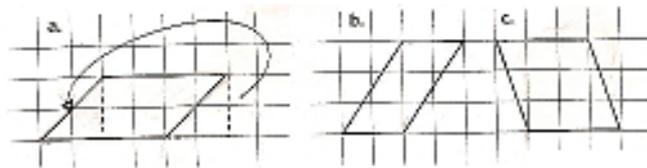
Dibuja un rectángulo en hoja cuadriculada e indica la medida de su área utilizando el cuadradito de la hoja como unidad. Encuentra la fórmula para calcular el área de cualquier rectángulo en base a ese cuadriculado.

c) Construyendo baldosas con la técnica del teselado se tendrá en cuenta que conservan el área de la figura original dado que se compensan los recortes (lo que se corta de un lugar se debe compensar en otra parte). Utilizando esta técnica deducir la fórmula del área del paralelogramo.

d) Idem para el triángulo.

e) Idem para el trapecio.

Se pretende que los alumnos sean guiados por el docente para hacer el siguiente razonamiento:



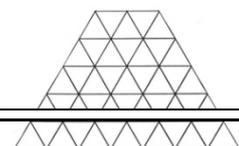
Se puede transformar un rectángulo en muchos paralelogramos cortando y pegando varias veces.

*Todos los **paralelogramos** van a tener la misma área que el rectángulo original: $b \times h$*

*Uniéndolos dos triángulos iguales cualesquiera, se puede obtener un paralelogramo. Por lo tanto sabiendo que el área del paralelogramo es $b \times h$, la del **triángulo** será $(bxh)/2$.*

*Análogamente con dos trapecios se puede formar un paralelogramo, cuya base es la suma de las bases del trapecio y la altura es su altura. Por lo tanto el área del **trapecio** será la mitad del área del paralelogramo $(bxh)/2$ o sea $[(base\ mayor + base\ menor) \times h]/2$.*

f) ¿Cuáles son las dimensiones de los lados de este trapecio?



¿Cómo es este trapecio? ¿Cuántos triángulos unidad contiene?

Dar las dimensiones de un trapecio que contenga:

a) 8 triángulos unidad

b) 32 triángulos unidad

Investiga la relación entre las dimensiones del trapecio y el número de triángulos unidad que contiene.

g) Encuentra un triángulo con la misma área de este trapecio. ¿Qué cortes y movimientos debes usar? Justifica.

