CONEXIONES MATEMÁTICAS MÚLTIPLES A PARTIR DE TRES PROBLEMAS EN CONTEXTO REALISTA

DELIA INÉS CASTIGLIONE DE RENOLFI
ESC. NORMAL "MANUEL BELGRANO" [1]
SGO. DEL ESTERO, ARGENTINA

RESUMEN:

La visión de la matemática, como un todo integrado, muestra la necesidad de planificar actividades que permitan a los alumnos descubrir las conexiones existentes tanto entre los distintos temas matemáticos, como entre los de ésta y otras disciplinas y la realidad. Las actividades en torno a contextos realistas contribuye a la articulación e integración de los distintos ejes curriculares de la matemática y, fundamentalmente, al cierre de la brecha entre la matemática escolar y el sentido común.
Este trabajo, síntesis de una experiencia realizada al comienzo de un curso anual por alumnos de cuatro divisiones de primero de Polimodal de una escuela de gestión estatal de Santiago del Estero, Argentina, está inscripto en el marco de los principios de la Educación Matemática Realista y describe una experiencia de aprendizaje de funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas, y de construcción de modelos matemáticos, realizados a partir de tres problemas que generaron una red de conexiones matemáticas múltiples y derivaron en la resolución de problemas demográficos, financieros, químicos, físicos y biológicos.

I . CONEXIONES MATEMÁTICAS:

La matemática no es una colección de temas separados y aislados, aunque habitualmente sea presentada de esta manera . Su visión como un todo integrado, el creciente número de investigaciones sobre representaciones múltiples y la experiencia misma muestran la necesidad de planificar actividades que permitan a los alumnos advertir la existencia de estas interconexiones.

Cuando los estudiantes son capaces de conectar ideas matemáticas, su comprensión es más profunda y duradera. A través de una enseñanza que enfatiza las interrelaciones de las ideas matemáticas los estudiantes no solo aprenden matemática sino también la utilidad de la misma. En los alumnos de polimodal constituye además una base sólida y profunda para el estudio posterior del Análisis.

El National Council of Teachers of Mathematics de los Estados Unidos [2] incluye Conexiones Matemáticas como uno de sus estándares curriculares y considera que éste debiera preceder a todos aquellos que discuten contenidos específicos.

Este trabajo muestra diferentes modos de conexiones matemáticas: entre distintos temas matemáticos entre sí; entre la matemática y otras disciplinas y entre la elaboración de modelos en situaciones de problemas con sus representaciones matemáticas.

II . CONTEXTOS REALISTAS [3]

La didáctica realista [4], propone que, en la escuela, los alumnos reinventen los conceptos, modelos, operaciones y estrategias de la matemática, no en forma individual sino en el contexto de y en interacción con una comunidad de aprendizaje formada por sus pares y por el docente.

Del principio de matematización progresiva se deduce que las condiciones óptimas para la reinvención están dadas en aulas integradas por alumnos con distintos niveles de habilidades y destrezas matemáticas.

Los contextos realistas: (en el sentido de realizables, imaginables, significativos), sirven no sólo como punto de aplicación, sino también y, fundamentalmente, como punto de partida y referente permanente para la reinvención de modelos, conceptos, operaciones y estrategias. El trabajo en torno a contextos y situaciones problemáticas realistas contribuye, no sólo a la articulación o integración de los distintos ejes curriculares de la matemática escolar, sino también y, fundamentalmente, al cierre de la brecha entre la matemática escolar y el sentido común.

En este escenario, y a los ojos del docente bien capacitado, indica Zolkower, el espectro de soluciones planteadas por los alumnos a una situación problemática dada, funciona como mapa de ruta que indica la trayectoria de aprendizaje / enseñanza a seguir en las lecciones posteriores.

Según los principios de la didáctica realista, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática requiere una función de guía por parte del docente con un docente capaz, no sólo de utilizar diestramente tales modelos, sino también de identificar los momentos claves en su génesis en las estrategias inventadas por los alumnos. Esta función docente de guía incluye:

- adaptar las secuencias curriculares en uso, a las necesidades y habilidades de los alumnos,
- adoptar un rol pro-activo en relación con los procesos de simbolización y modelización,
- analizar e interpretar el trabajo oral y escrito de los alumnos, con particular atención a los momentos claves en los procesos de esquematización y formalización progresivas,
-organizar o estructurar la discusión en torno a las soluciones diversas propuestas por los alumnos, de modo tal que la trayectoria de niveles de menos a más formales, eficientes, sofisticados y generalizables se haga visible.

En la experiencia descripta a continuación, las secuencias de instrucción fueron diseñadas con vistas a facilitar una formalización progresiva en el campo del álgebra. Las secuencias didácticas giran en torno a situaciones problemáticas, tales que su solución sugiere generar modelos matemáticos con estrategias de solución de problemas ligadas a contextos específicos. Los modelos que resuelven estas situaciones –modelos algebraicos exponenciales- son el resultado de procesos de generalización a partir del análisis de patrones numéricos o de diagramas de árbol.

III . DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

Al comenzar un nuevo período escolar, con un grupo de alumnos cuyos conocimientos matemáticos previos desconocía, seleccioné un problema con el doble propósito de efectuar una evaluación diagnóstica del grupo (competencias de razonamiento, de resolución de problemas y de comunicación matemática, con distintos lenguajes y saberes previos que los alumnos ponían en juego en situaciones nuevas) e iniciar uno de los contenidos previstos en el currículum anual: función exponencial y logarítmica.

Los alumnos para los cuales planifiqué esta actividad tenían entre 14 y 15 años de edad al ingresar a 1er año de Polimodal del nuevo sistema educativo de Argentina, provenían de distintas divisiones, y estaban agrupados según su interés por la modalidad elegida, de modo que traían diferentes experiencias de aprendizaje matemático de cursos anteriores. Esta unidad didáctica fue llevada a cabo en dos divisiones de la modalidad Humanidades y Ciencias Sociales y en dos de Ciencias Naturales, Salud y Ambiente en una escuela de Santiago del Estero- Capital.

El problema elegido para presentar el primer día de clase (ver en recuadro Problema 1), tenía la versatilidad de permitir un ágil trabajo grupal, una discusión fluida aun entre integrantes que no se conocían entre sí; una acción de plegado de papel y reflexión mental sin necesidad de escritura y cálculos, al menos en un primer momento (el primer día de clase no todos suelen tener los elementos de trabajo), la posibilidad de usar distintos lenguajes (coloquial, gráfico, geométrico, simbólico). Presentaba, además, la necesidad de efectuar un ordenamiento de datos que facilitara la reflexión mental sobre los mismos, la exploración de distintas conjeturas y la búsqueda de un patrón que finalmente permitiera la obtención de una expresión algebraica que modelizara la situación originalmente planteada.

PROBLEMA 1: “Los dobleces del papel”

Doblar la tira de papel por la mitad. Luego, sin desdoblar, volver a doblarla por la mitad. (En este segundo doblez, por el plegado anterior, estaríamos plegando un papel doble). Vuelve a doblar por tercera vez –sin desdoblar los anteriores plegados-. ¿Cuántos papeles estaríamos teniendo en el ángulo del último doblez?.

¿Se puede continuar este proceso indefinidamente si el papel es lo suficientemente largo?. ¿Existe un límite para la cantidad de dobleces posibles?. Experimenta.

Si consideras que hay un momento en el que te resulta imposible continuar doblando, cuenta cuántos papeles estarías plegando en el ángulo de doblez en dicho instante?.

¿Qué piensas al respecto de una apuesta entre dos amigos en la que uno de ellos reta al otro a doblar nueve veces consecutivas una tira de papel por más fina que ésta fuese?(Piénsalo con papel de calcar, de afiche, de diario, etc)

Entregué unas tiras de papel rectangulares con distintas longitudes en los lados mayores, a razón de dos o tres medidas diferentes por grupo conformado por seis o siete integrantes, con la propuesta “verbal” del problema 1 que, inicialmente, no requería anotaciones pues, aparentemente, no contenía datos numéricos. Todos anticiparon sin dudar, que si la tira era suficientemente larga se podría doblar indefinidamente. Algunos de ellos relatarían, en la clase siguiente, que en sus casas habían continuado la experiencia con distintos tipos de papel y hasta habían experimentado con papel higiénico sin poder ir más allá de “ocho” dobleces de lo que derivó el necesario cálculo de cuántos papeles estarían doblando en el octavo pliegue sucesivo: 128 hojas “Cómo querer doblar una agenda gruesa, profe… ¡imposible!”

La actividad fue amena, espontánea y rica. Caminando entre los grupos tuve la oportunidad de advertir las distintas personalidades de mis nuevos alumnos: autónomos, líderes, tímidos, meticulosos, atolondrados... Algunos ordenadamente iban exponiendo sus cálculos en una sucesión horizontal de números de dobleces y cantidad de hojas dobladas, de a pares, otros habían hecho columnas con números cada vez mayores y continuaban sus cálculos en un proceso desenfrenado. Me acerqué y les pregunté hasta dónde pensaban seguir, cuál era el objetivo de ese cálculo infinito... volví a realizar las preguntas del problema para que fijaran objetivos y prioridades. Otros habían confeccionado tablas y les solicité que identificaran en el tope superior el nombre de los elementos que tabulaban e intentaran descubrir la relación existente entre ellos (número de doblez, número de hojas plegadas), algunos continuaban doblando y contando en voz alta. Los que ya habían comprendido la iteración del proceso se mantenían en reflexión solitaria con la mirada fija en las columnas de números. Otros, aún discutían entre ellos por la construcción de la tabla de datos y la precisión de los cálculos incorporados en la misma.

Orienté la acción en los casos necesarios para reencauzar la actividad con preguntas como: “¿Cuántas hojas estarías doblando en el doblez nº 17?”. La respuesta indicó la necesidad de llegar previamente al doblez anterior, 16, para poder multiplicar por 2 por lo que repregunté “¿y en el doblez nº 2345?” (protestas...) -“¿Habrá un modo de calcular directamente la cantidad de hojas según el nº de doblez y no en función del doblez anterior? ... Sería práctico encontrar un modo rápido de llegar a cualquier nº de doblez sin tener que calcular el anterior... Traten de hallar otra manera...”

Mis preguntas perseguían el objetivo de desprenderlos de casos particulares y “empujarlos a dar el salto” hacia la generalización para encontrar el modelo algebraico de la situación.

Algunos alumnos habían advertido que los números eran productos con factores repetidos -el "dos"-, otros anticiparon que se trataba de una potencia, las soluciones comenzaron a apresurarse sin un modo adecuado de representación algebraica.

Cuando las primeras relaciones llegaron, comencé a anotarlas en el pizarrón. Los más "rápidos" de cada grupo explicaban a los otros el por qué de sus hallazgos.

Las expresiones algebraicas encontradas que relacionaban "número de hojas" y "número de doblez", fueron las siguientes:

$y = 2x - 1$; $y = 2^{x}$, $y = 2^{x} : 2$

En este punto la clase se hizo general y comenzamos a probar cuáles de estas expresiones "funcionaban". La autora de la primera expresión: $y = 2x - 1$, discutía con su grupo que le negaba un funcionamiento adecuado y les insistía que "sí funcionaba" pero luego, al observar el cálculo efectuado con su fórmula por otro alumno, advirtió la incorrección de su expresión simbólica. Su cálculo mental era correcto y su razonamiento impecable. El error derivaba de la falta de correspondencia entre el cálculo y la escritura simbólica correcto: $y = 2^{x-1}$. Otros advirtieron que $y = 2^{x}$ no funcionaba porque "daba la posición siguiente" de la tabla. "Había que restarle uno" y se planteó la discusión de la ubicación del 1 en la expresión simbólica: a continuación del exponente o a continuación de la base. Nueva discusión.

(Intercalar dibujo 1, resolución de Eugenia)

La posibilidad de una discusión significativa y adecuada al problema, referida a una u otra escritura simbólica y la diferencia numérica resultante de efectuar el cálculo con símbolos y cantidades idénticas y en el mismo orden, pero ocupando "alturas" distintas evidenciaba la riqueza matemática de esta actividad.

$y = 2x - 1$ $y = 2^{x-1}$ $y = 2^{x} - 1$

Comparé con ellos esta cuestión de exactitud, precisión y significación del lenguaje algebraico y los distintos resultados que originan la "posición" del símbolo, con la interpretación de una frase ante la ausencia o presencia de "un acento" en una palabra en un conocido cuento humorístico: "La pérdida de mi mujer" y "La perdida de mi mujer" o la ubicación de comillas y guiones en frases como las siguientes *José dijo: -"Mariana es muy inteligente"* y *"José"- dijo Mariana- "es muy inteligente"*.

Sin haber anticipado tantas posibilidades al momento de seleccionar el problema, el mismo estaba abriendo oportunidades de aprendizaje del lenguaje algebraico en un contexto que daba sentido a la necesidad de una escritura algebraica adecuada, por lo cual se aprovechó el momento para efectuar este trabajo de identificación de diferencias sintácticas y de formalización algebraica progresiva. Habitualmente, estas diferencias no son advertidas por los alumnos a pesar de los esfuerzos docentes, generando uno de los mayores obstáculos en el tratamiento de cuestiones matemáticas posteriores que presuponen un buen manejo del lenguaje algebraico.

Como el tiempo de clase había finalizado y anticipaba la necesidad de calcular potencias con exponentes elevados, les solicité traer calculadoras científicas para la clase siguiente en la que les propuse la resolución del problema 2.

PROBLEMA 2: "La recompensa por el ajedrez"

Se relata la historia de la invención del ajedrez y la solicitud del anciano inventor de ser recompensado por el rey con una cantidad de granos de trigo resultante de la suma de los granos colocados sobre el tablero de modo tal que en el primer casillero hubiera uno, en el segundo dos, cuatro en el tercero y así sucesivamente hasta el último, siempre duplicando la cantidad del anterior.

Preguntas:¿Por qué los escribas del rey anunciaron que no existía en todo el reino la cantidad solicitada?. 1)¿Cuántos granos de trigo quería el inventor del ajedrez?. 2)¿Hay una expresión que permita determinar la cantidad final –total- sin efectuar cálculos parciales y sumas?. 3) ¿Cuál es esta cantidad?

A pesar de que ambos problemas tenían el mismo modelo algebraico, el cambio de contexto (del papel doblado a los casilleros del ajedrez) les obligó a dedicar una buena parte del tiempo a reflexionar sobre el mismo, sin advertir la similitud con el anterior. Se observaba, no obstante, mayor autonomía en el uso de estrategias de pensamiento en la resolución de problemas: selección de una representación adecuada -ordenamiento de los datos en columna, construcción de tablas- identificación de las variables relacionadas, búsqueda del "salto" hacia la generalización, verificación del "funcionamiento" del modelo hallado y determinación autónoma de la expresión algebraica.

Al modelizar este problema con una expresión algebraica advirtieron que la que habían explicitado con el ajedrez era la misma del problema 1. Les pedí entonces, que determinaran qué tenían de "igual" ambos problemas para admitir el mismo modelo. ¿Qué significaba el 2 de la base de la potencia en cada problema?. ¿Qué representaba la "x" en cada modelo algebraico?. La matemática los seguía sorprendiendo con resultados idénticos en problemas tan distintos.

Una nueva arista positiva se presentó ante la sorpresa de que dos expresiones diferentes ($\mathbf{y = 2^{x-1}}$;

$y = 2^{x} : 2$) fueran igualmente correctas y eficaces. Les solicité, entonces, que intentaran buscar su equivalencia, tarea que consiguieron realizar con facilidad al preguntarles las propiedades del cociente de potencias de igual base.

(trabajo de Kuky)

Algunos alumnos realizaban cuentas con la calculadora desconociendo la facilidad que presenta la utilización de la tecla de potencia cuando la variable es el exponente. Luego de enseñarles la utilización de dicha tecla, continuaron entusiasmados por la facilidad tecnológica con cálculos de la cantidad de granos de trigo correspondiente a la casilla 17 , 21, ... y a la última : 2^{63} , cantidad que a pesar de ser presentada con exactitud en el "visor" de sus calculadoras, no conseguían leer ni escribir correctamente (la reproducían en el papel como un número decimal con la "coma" indicada o bien como una nueva potencia $9{,}223372037^{18}$)[5].

Nueva pregunta docente: -"Si las potencias sucesivas de dos resultan ser, 4, 8 16, 32, ¿ puede ser 2^{63} un número decimal?" "¿La cantidad de granos puede ser un número decimal?". Nuevos cálculos y comprobaciones con calculadora. Los alumnos anticipaban que el resultado debía ser un número entero e insistían en repetir el cálculo con la calculadora. "¿Por qué sale decimal?" La actividad era intensa. Los alumnos mantenían la curiosidad y el entusiasmo y el uso de teclas nuevas en la calculadora les atraía.

Lo interesante de esta situación es que el nuevo conocimiento – en este caso la notación científica que desconocían- era demandado por ellos y no impuesto por el docente o un currículum preestablecido. Luego de cálculos de resultados "supuestamente incorrectos", sentía en mí las miradas ansiosas de todos que exigían una respuesta a ese "fallo electrónico".

Esta es la sensación satisfactoria de enseñar utilizando la resolución de problemas como método de aprendizaje. Ante el problema y su interés por descubrir y comprender ¡ellos demandan la enseñanza del contenido que precisan!. Qué diferente hubiera resultado si al comenzar la clase les hubiera anunciado: "hoy aprenderemos la notación científica"

(Cálculos de Andrés referidos al problema 1, luego de aprender el uso de teclas de potencia)

Tuve que dedicar una clase intermedia a este aprendizaje y a la lectura y escritura de números de 20 ó30 cifras con situaciones de distancias estelares, superficies planetarias, volumen del Sol, etc., antes de continuar con el problema 3. Aproveché la oportunidad para plantear la diferencia de lectura entre el sistema norteamericano y argentino en cuanto al "billón" que en el país del norte se escribe con 9 ceros -

mil de millón para nosotros- y en el nuestro con 12, situación que sería de importancia unas clases después, al resolver problemas de crecimiento de la población mundial con datos publicados por Estados Unidos que utilizan esta notación.

Durante esta clase adicional, al efectuar cálculos con medidas de superficie y volumen, advirtieron la necesidad de reducir las unidades de medida "de distinta manera" según fueran lineales, cuadráticas o cúbicas. Su experiencia anterior estaba limitada a reducciones "de uno en uno" –medidas lineales- y los cálculos de superficies y volúmenes resultaron el contexto adecuado para esta práctica.

La respuesta a la tercera pregunta del problema 2: número total de granos que debía recibir en recompensa el inventor del ajedrez fue encomendada como tarea extraclase. Algunos alumnos realizaron el engorroso trabajo de sumar las cuentas parciales de las potencias de cada casillero. (En anexo el trabajo de Sara ilustra este procedimiento).

Otros pudieron obtener la suma total expresándola de un modo algebraico y explicaron a la clase su estrategia para encontrar la solución: Habían imaginado primero un casillero de "dos por dos" y advirtieron que la cuarta contenía 8 granos, que era 1 más que la suma de las tres primeras:

1	2
4	8

$$1+2+4 = 7$$

Luego probaron esta observación en un casillero de 3x3 y observaron la repetición de este hecho: 1+2+4+...+64+128= 255, un grano menos que los que contiene la novena casilla (256).

1	2	4
8	16	32
64	128	256

Para un tablero de 8x8 generalizaron que la suma de los granos desde la casilla uno hasta la 63 debía tener un grano menos que los de la casilla 64 por lo tanto la suma total sería $2^{63} - 1 + 2^{63}$ o bien $2 . 2^{63} - 1$

y para cualquier tamaño de casillero $S = 2 . 2^{x-1} - 1$

(También se discutió aquí el significado de los "unos" en distinta posición y el por qué de su ubicación en cada caso, reforzando los aspectos sintácticos y semánticos del lenguaje algebraico). Se destacó la estrategia de pensamiento utilizada para resolver este problema de probar con casilleros de 2 por 2, de 3 por 3... reconociéndola como la que Miguel de Guzmán[6] llama: "hacerlo más simple, comenzar por un problema más sencillo" .

Como los enunciados de los problemas fueron relatados de manera verbal y rápida, al término de la solución los alumnos debían escribir el mismo en sus cuadernos en una versión personal. Esta tarea resultó un interesante ejercicio adicional de comunicación matemática que exigía claridad en los razonamientos y en la exposición de los procesos, que conducirían a la modelización algebraica y precisión en las preguntas. Los estilos personales de redacción se pusieron de manifiesto: minucioso en las chicas, sintético en los varones, con matices fantásticos o simpáticos en otros. El nuevo grupo, en términos generales, demostraba claridad expositiva y buena redacción.

Antes de trabajar con las expresiones formales de las funciones exponenciales y sus propiedades, pareció oportuno presentar un último problema que presentara algunas novedades: una base de potencia diferente y un exponente "más complicado", ya que el hecho sucedía cada 10 minutos.

PROBLEMA 3: "Las chismosas"

Una persona se entera de un secreto a las 10 de la mañana y lo cuenta a sus tres mejores amigas pidiéndoles que lo mantengan en secreto. Diez minutos después éstas rompen el pacto de confianza contándoselo cada una a otros tres íntimos amigos. Si este secreto fuera contado de este modo hasta las 10 de la noche, siempre cada diez minutos y a tres nuevos amigos que no lo conocían, ¿Cuántos son los últimos en enterarse a las 11 de la mañana?. ¿Cuántos conocen el secreto al mediodía?. ¿Cuántas personas se habrían enterado del mismo hasta la noche?.Considerando que en Santiago del Estero hay 650.000 habitantes, ¿se enterarán todos hasta la noche?

Las soluciones de Andrés y Florencia ($y = 3^{x:10}$); de Antonella ($y = x . 3$); de Gabriela ($y = 3^{x-1}$) y de Kuky ($y = 3^{x} : 3$) ilustran algunas de las soluciones aportadas.

Antonella, descubre la relación existente: "cada 10 minutos multiplico por 3", pero se apresura a generalizar sin probar que su modelo no funciona: $y = x . 3$.

Como las preguntas del problema conducían a reducciones horarias en las cuales existe una relación de proporcionalidad, algunos alumnos como Kuky elaboraron un buen modelo, pero extendieron errónea-mente este razonamiento proporcional al cálculo de personas: "si en una hora lo saben 729 personas en 10 horas lo saben 7290 personas". Esta confusión presentó un nuevo punto de interés: identificación y reconocimiento de diferencias cuantitativas y gráficas entre las funciones proporcionales y las exponenciales.

Otros habían modelizado el problema con facilidad pero estaban enfrascados en discusiones grupales por haber dado significado y valor distinto a la variable independiente: para Andrés y Florencia ($\mathbf{y = 3^{x:10}}$) x representaba los minutos transcurridos comenzando en el minuto cero mientras que en los otros modelos ($\mathbf{y = 3^{x-1}}$;$\mathbf{y = 3^{x} : 3}$) x representaba los "momentos":1er. Momento = minuto 0; 2do. Momento =10 minutos ...

La pregunta final ¿Se enterarán todos los santiagueños hasta la noche" brindó aportes pintorescos como el de Daniel "Si en Santiago hay 650.000 habitantes, esto alcanza para contar el chisme y es necesario otras provincias"; o la de Laura: "A las 10 de la noche se habrá enterado más que toda la provincia".

Con frecuencia, en nuestra provincia se reciben las llamadas "cadenas de dinero", consistentes en un sobre que llega por correo con un listado de 10 personas con sus respectivas direcciones y la instrucción de enviar un peso al primero de dicha lista y luego confeccionar diez nuevas listas a enviar a otros tantos amigos en las que el primero es eliminado, los subsiguientes ascienden un puesto y el nuevo integrante se agrega en décimo lugar.

Considerando que una buena educación matemática debe preparar a los alumnos para saber defenderse de los oportunistas que generan estas formas de obtención de dinero, se les solicitó que modelizaran la "cadena" y respondieran a ciertas cuestiones elementales en la toma de decisiones de esta naturaleza: ¿Cuánto dinero recibirían si estuvieran en un lugar determinado de la lista?. ¿Cuántas personas deben estar participando para que el que figura en el décimo lugar reciba su parte de dinero?. ¿Importa cuándo empezó el juego y qué número ocuparía si no se volviera a numerar cada vez que se hace una lista? ¿Quién gana más, el que inicia el juego o el último en anotarse? ¿Cuántos jugadores se necesitan para recibir 1000 pesos?... Esta potencia de base 10 les resultó más sorprendente aún que las anteriores.

Se complementó la unidad didáctica con un tratamiento formal de las funciones exponenciales, sus propiedades, gráficas, crecimiento, características y funciones inversas y se propusieron problemas derivados que evidenciaron tanto las múltiples conexiones existentes entre la matemática y otras disciplinas como las de esta ciencia con la realidad. Se incluyen a continuación el enunciado de algunos de ellos.

IV . PROBLEMAS DERIVADOS

DATACIÓN DE LA ANTIGÜEDAD DE FÓSILES [7] :

1) ¿Qué antigüedad en miles de años tiene un fósil cuya masa inicial de carbono (M_o) cuando estaba vivo era de 820 g y ahora, por la desintegración radioactiva es de 310 g? (Utiliza la expresión $M = M_o \cdot 0{,}886^{t}$).
2) Si la variación de la masa de una sustancia radioactiva se produce según la función $M = M_o \cdot 0{,}5^{t}$, ¿su desintegración es más rápida o más lenta que la del C-14 ?.
3) Calcula el período de semidesintegración del C-14. [8] (Tiempo que tarda una masa inicial de C-14 en reducirse a la mitad y que no depende de la masa inicial sino de la sustancia radiactiva)

TASAS BANCARIAS DE INTERÉS :

4) ¿Cuánto dinero tendremos en 5 años si colocamos a plazo fijo $30.000 al 7% anual?
5) ¿Cuál es la tasa de interés de un préstamo que al cabo de 10 años nos hace devolver el doble de lo recibido?

CONCENTRACIÓN DE SOLUCIONES [9] :

6) Un shampoo tiene un pH de 4,5 (grado de acidez de una solución determinada por la concentración de iones de hidrógeno en la misma) a) ¿Cuál es la concentración de iones de hidrógeno?, b) ¿Es más ácido que otro que tiene una concentración dede iones de hidrógeno de 0,0000467?. ¿Porqué?
7) ¿Qué pH tiene la sangre,si tiene aproximadamente $3{,}981 \cdot 10^{-8}$ iones $[H^{+}]$ por litro?

NOTA: La fórmula que relaciona el pH de una solución con la concentración de iones de hidrógeno es : **pH = log** $\left(\frac{1}{[H+]}\right)$

CRECIMIENTO POBLACIONAL:

8) La población de un país aumenta por término medio un 10 por mil anual. Si actualmente tiene 30 millones de habitantes, ¿Cuántos tendrá dentro de un siglo?
9) Las últimas estimaciones indican que Argentina duplicará su población en 50 años , ¿cuál es su crecimiento anual con estas características?
10) Si en un experimento biológico hay inicialmente 5000 bacterias de *Esterichia coli* y ésta se reproduce duplicando su población cada 15 minutos ¿Cuántas bacterias tendrá el ensayo al cabo de dos horas?

INTENSIDAD SONORA [10] :

11) La intensidad del sonido emitido por una discoteca, medido en watts por metro cuadrado, está entre los valores $10^{-1,5}$ y $10^{-0,5}$. ¿Se encuentra por debajo o por encima del *umbral de dolor*?
12) ¿Cómo es detectada por el oído humano la intensidad sonora de un trueno de aproximadamente 10 W/ m^2?.

NOTA: Un concierto de rock de unos 120 decibeles está en el umbral de dolor. Un susurro de las hojas de árboles o una respiración normal es apenas audible –10 decibeles- un martillo neumático es un ruido doloroso –130 decibeles- La fórmula que relaciona la intensidad detectada por el oído β medida en decibeles (dB) con la intensidad emitida por la fuente sonora ***I*** medida en watts por metro cuadrado W/ m^2 es: $\beta = 10 \,.\, \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$

INTENSIDAD SÍSMICA [11] :

13) ¿Cuál fue el grado de intensidad sísmica en la escala de Richter de un terremoto de 1989 en San Francisco si se sabe que fue 19,95 veces más potente que uno anterior de 1906, que tuvo una magnitud de 8,2?
14) En el año 1964 hubo en Alaska un terremoto devastador que fue de 9,2 grados en la escala de Richter. Comparado con el de San Francisco de 1906 ¿cuántas veces más potente fue el terremoto de Alaska ?

NOTA: La magnitud de un terremoto en la escala de Richter –escala logarítmica de base 10- está dada por la fórmula M = log p (M es el grado en la escala de Richter y p es la potencia, que indica cuántas veces mayor fue la amplitud de la onda sísmica del terremoto en comparación con una onda de referencia correspondiente a la situación normal. Por ejemplo si un terremoto fue mayor que otro con una diferencia de 2 grados en la escala de Richter, significa que su intensidad fue 10^2 veces mayor).

REFERENCIAS DEL AUTOR:

Delia Castiglione de Renolfi. Profesor de Matemática. Tel.: 54 385 4314179. E-mail : delicasti@yahoo.com
Línea de trabajo: Pensamiento algebraico y competencias comunicativas (desarrollo e implementación de proyectos educativos para educación polimodal)

NOTAS Y REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] La Escuela Normal Manuel Belgrano es una escuela pública de gestión estatal en la provincia de Sgo. del Estero, provincia mediterránea de Argentina, que ofrece educación a tres mil alumnos de los niveles inicial, EGB y Polimodal. En el turno mañana, turno en el que se realiza la experiencia, coexisten 35 divisiones de EGB 3 y Polimodal con alrededor de 40 alumnos por división. El nivel social del alumnado es clase media y baja. Provienen del centro de la ciudad , barrios aledaños y otros distantes hasta 8 km.
La institución ha implementado en todos sus niveles la transformación educativa pautada por la Ley federal de Educación y ofrece en sus tres últimos años el nivel polimodal con las modalidades de Economía y Gestión de las Organizaciones, Ciencias Naturales Salud y Ambiente y Humanidades y Ciencias Sociales. Cuenta con un establecimiento moderno y confortable en excelentes condiciones edilicias que ocupa 10000 metros cuadrados a seis cuadras del centro de la ciudad.
No obstante ser una escuela pública, los aportes efectuados por los alumnos a la cooperadora escolar y un eficiente funcionamiento de la misma, permiten mantener en óptimo estado sus completos laboratorios, aulas, canchas de deportes y piscina techada, siendo, actualmente, la numerosa cantidad de alumnos por división, el único obstáculo pedagógico para una atención individualizada .

[2] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000) Principles and Standards for School Mathematics Association Drive, Reston, VA , USA .
[3] BETINA ZOLKOWER , compiladora, "Principios fundamentales de la didáctica realista", City College of New York, EEUU . Traduccion de Ana Bressan. Con referencias de trabajos de Freudenthal (1868, 1971, 1973, 1983, 1991), Goffree (1977, 1993), Gravemeijer (1994), Treffers (1978, 1987), Streefland (1991), de Lange (1987), van den Heuvel Panhuizen (1996), van den Brink (1984), Beshuizen et al. (1997), y otros investigadores del Instituto Freudenthal, Universidad de Utrecht (Holanda)
[4] FREUDENTHAL INSTITUTE (1997) The Role of contexts and models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures. Utrecht. M.Beishuizen, K.P.E.Gravemeijer & E.C.D.M. van Lieshout (eds.)
[5] Si bien Notación científica es un contenido del currículum de cursos anteriores, por diferentes razones, éste no había sido aprendido por los alumnos.
[6] DE GUZMÁN,M.; COLERA, J. (1989): Matemáticas II. Barcelona. Editorial Anaya.
[7] KACZOR,P;SCHAPOSCHNIK,R.; FRANCO,E.; CICALA,R y DÍAZ,B. (1999) Matemática 1 Buenos Aires, Argentina.Ediciones Santillana S.A..Colección Polimodal.
[8] MIRÓ,R. (1999) La Matemática fuera de la Matemática . Buenos Aires. Argentina. Editorial Angel Estrada y Cía.S.A.
[9] CAMUYRANO,B;NET,G; ARAGÓN,M. (2000) Modelos matemáticos para interpretar la realidad . Buenos Aires. Argentina. Editorial Angel Estrada y Cía.S.A.

[10] FONSECA,G; MIRAGAYA,M.(2000) La matemática en las ciencias, el arte y los juegos. Buenos Aires.Argentina. Editorial Angel Estrada y Cía.S.A.
[11] KACZOR,P; SCHAPOSCHNIK,R.; FRANCO,E.; CICALA,R y DÍAZ,B. (1999) Matemática 1 Buenos Aires, Argentina.Ediciones Santillana S.A..Colección Polimodal.

La profesora Delia Inés Castiglione de Renolfi realiza sus tareas como profesora titular de polimodal, en el área Matemática en la Escuela Normal Manuel Belgrano de Santiago del Estero, Argentina. Tiene 20 años de experiencia en la docencia matemática durante los cuales ha dado conferencias, presentado trabajos en congresos y seminarios internacionales y nacionales y dictado cursos de capacitación docente a través de la Red Federal de Formación Docente Continua . Es autora de los Diseños Curriculares Jurisdiccionales de su provincia en los niveles Inicial, EGB 1, EGB 2, EGB 3 y Polimodal. Presentó un trabajo de investigación en la línea de evaluación como tesis de grado de la licenciatura en Gestión Educativa de la Universidad Nacional de Santiago del Estero.