

## CLAVES PARA ENSEÑAR MATEMÁTICA

*Problemas, secuencias, algoritmos y evaluación*

## ESCUELA Y COMUNIDAD

*Organizaciones barriales, proyectos  
e instituciones de gestión social*

⊕ FORMACIÓN DOCENTE: TIC Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

# Enseñar estadística a partir del contexto

La matemática está en todas partes, sin embargo, a veces resulta difícil para los docentes encontrar en la realidad situaciones que respondan a los propósitos de la enseñanza. También sucede que los alumnos generalmente presentan muchas dificultades frente a los contenidos matemáticos. La siguiente experiencia, desarrollada con estudiantes de primer año de una escuela media de El Bolsón, muestra cómo frente a problemas que les resultan cotidianos o familiares, los chicos son capaces de buscar estrategias y herramientas que les permiten resolverlos y avanzan hacia una matematización progresiva.

## UN CAMBIO EN LA MIRADA

Nuestra institución, CEM N° 48 (Centro de Educación Media), se encuentra ubicada en la localidad de El Bolsón, en la provincia de Río Negro, a 120 km de la ciudad de San Carlos de Bariloche. Durante muchos años la escuela compartió el edificio con otras instituciones. En agosto del año 2013 la situación cambia ya que adquiere su inmueble propio, lo que produjo un cambio de "pertenencia" positivo en la institución. En ese momento invitamos a la profesora Adriana Rabino a coordinar un proyecto en didáctica de la matemática que denominamos "Transformaciones no tan rígidas, un giro metodológico, una traslación de experiencias y una simetría que refleja la construcción conjunta" y que actualmente es parte del Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la escuela. Cabe destacar la buena predisposición y acompañamiento del equipo directivo y el cuerpo docente que nos apoyó permanentemente en este proyecto.

Este proyecto planteó la necesidad de mejorar la enseñanza de la matemática, optimizar la calidad del aprendizaje y aumentar el interés de los estudiantes hacia la disciplina, a través de la resolución de problemas (desde la postura de la Realistic Mathematics Education –REM–, hacemos referencia a problemas significativos, que sean abiertos, que puedan hacer preguntas e implementar variadas estrategias y que planteen un desafío), que propicien un cambio metodológico en la enseñanza de la matemática, significando y contextualizando el contenido matemático, con el fin de generar modelos matemáticos que permitan resolver situaciones problemáticas análogas presentadas en el contexto en el cual se generó dicho modelo, y de esta manera enriquecer el aprendizaje.

Si bien en el mundo real estamos "rodeados" de matemática, algunas veces es difícil para los docentes encontrar la matemática en situaciones de la realidad. También sucede que los alumnos generalmente tienen muchas dificultades con los contenidos matemáticos. Sin embargo, hemos comprobado que frente a problemas que les resultan cotidianos o familiares, son capaces de buscar estrategias y herramientas para resolverlos (como por ejemplo, organizar diversos eventos que requieran de la necesidad de hacer compras en librerías, mercados, etc., realizar trabajos prácticos sobre carpintería, plomería, albañilería, etc.). Por ello, las producciones libres y soluciones informales de los alumnos, guiados por nosotros, jugaron un papel fundamental en este camino de la matematización progresiva.

## PROYECTO EN MARCHA

El trabajo consistió en la elaboración de situaciones didácticas en contextos realistas, que ten-

---

**RUBÉN DARÍO  
EVANS, MARCELO  
JAVIER PONCE Y  
ADRIANA ZITA  
RABINO**  
Docentes de  
Matemática en el  
CEM N° 48, El Bolsón

---

gan una conexión fuerte con el mundo real. Fuimos muy rigurosos en la observación y sistematización de las prácticas, teniendo en cuenta el análisis, la implementación y el reajuste de las secuencias didácticas puestas en aula. También, fue importante la producción de trabajos evaluativos, guías prácticas evaluativas, la confección y socialización del instrumento de evaluación.

El equipo se planteó, de manera constante, el valor de los diferentes contextos presentados para darle sentido al aprendizaje de los estudiantes y orientó el proceso de enseñanza-aprendizaje a la búsqueda de modelos surgidos a partir de contextos realistas, basándose sobre los cinco principios fundamentales de la REM:

1. El uso de contextos.
2. Uso de modelos.
3. Las producciones libres y soluciones informales

como punto de partida hacia una matematización progresiva.

4. Carácter interactivo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
5. Interrelación entre las diferentes disciplinas.

Observamos que la implementación de las secuencias didácticas en contexto ha sido muy útil para introducir un contenido matemático nuevo y desarrollarlo. Destacamos el rol del docente como guía en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que motiva a los alumnos a vivenciar experiencias educativas enriquecedoras que resultan de compartir con el "otro" al socializar producciones, debatir y argumentar al exponer conclusiones. Compartimos una secuencia didáctica correspondiente al eje Estadística, diseñada siguiendo los lineamientos de la Educación Matemática Realista y llevada adelante con estudiantes de primer año.

## SECUENCIA. LA ESTADÍSTICA DE LOS CERROS

El propósito de esta secuencia es trabajar la estadística a partir de un contexto significativo (altura de los cerros de la región) para que los alumnos busquen y organicen datos, representen mediante gráficos (histogramas) y analicen el significado de los resultados.

**Prerrequisitos.** Operaciones básicas – Uso de calculadora – Uso de instrumentos geométricos.

**Conceptos básicos a trabajar.** Recopilación y tabulación de datos, construcción de intervalos de clases y representación gráfica (histograma).

**Contexto.** Alturas de los cerros.

**Modelos.** Tabla de frecuencias en intervalos de clases, histograma.

### ¿CONOCES AL DOCTOR VENZANO?

#### UN POCO DE HISTORIA

El doctor Rodolfo Venzano nació el 11 de diciembre de 1904 en Adrogué, provincia de Buenos Aires. En 1908, junto a sus padres y hermanos se radicó en Ginebra, donde cursó sus estudios primarios y secundarios.

En 1933 se recibió de médico en la Universidad Nacional de Buenos Aires.

Residió en San Carlos de Bariloche desde 1933 hasta 1935 donde, además de integrar el primer Centro Asistencial, recorrió la zona relevándola topográficamente hasta elaborar el primer mapa turístico, publicado en 1935. En este año, se estableció en El Bolsón, donde realizó el primer plano geográfico de la zona que relevó a pie junto a un teodolito y un altímetro. En sus cartas geográficas se observa precisión y un alto grado de conocimiento de la topografía del lugar. Además, fue fotógrafo y piloto aéreo. Como andinista, recurrió a este oficio de



la fotografía capturando sus imágenes que luego vendía como postales<sup>1</sup>.

El contexto histórico fue abordado juntamente con el área de Sociales (Geografía, Historia y Educación para la Ciudadanía). Se utilizó como recurso didáctico el mapa elaborado por Rodolfo Venzano. Se estudió su procedencia. De esta manera, al tiempo que se familiarizaban con el mapa que utilizaríamos para una actividad posterior, los

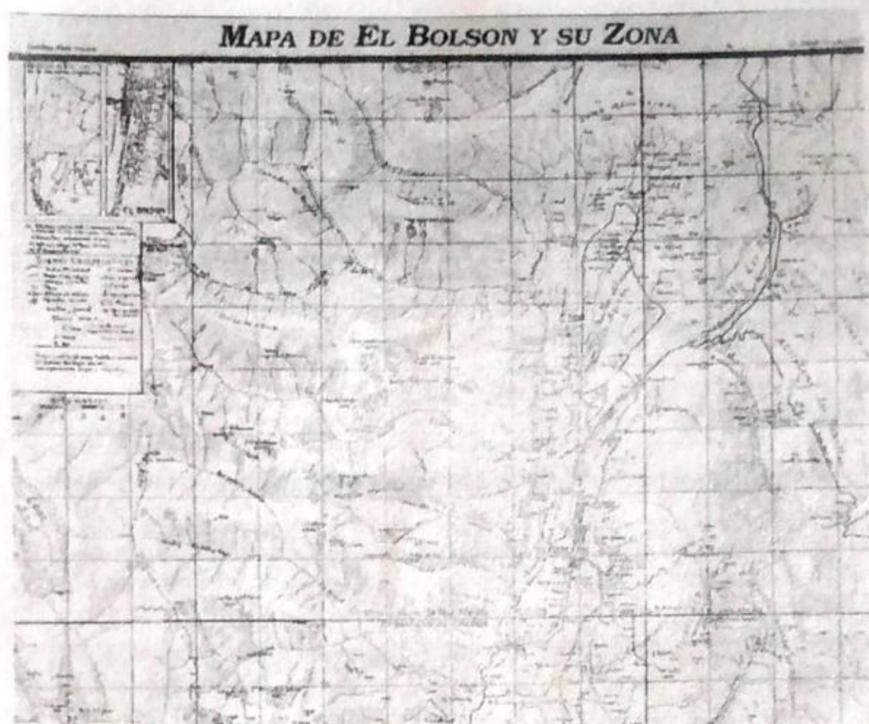
chicos se fueron interiorizando sobre un personaje emblemático de la localidad y pudieron saber por qué muchas calles, cerros y lugares llevan nombres colocados por el doctor Venzano.

A continuación, se propuso a los estudiantes la siguiente actividad:

## ¿QUÉ PODEMOS HACER CON LO QUE NOS LEGÓ VENZANO?

### RECOPIACIÓN DE DATOS

- Utilizando el mapa del doctor Venzano, observa todos los cerros de El Bolsón y su zona.
- Recopila la información de los cerros.



La recopilación de datos fue el primer paso para realizar un estudio estadístico real. En este punto, los estudiantes ubicaron los cerros y sus alturas. La altura de algunos ce-

ros no se apreciaba en el mapa debido a su antigüedad, por ello debieron mirar con lupa o, en última instancia, buscar la información faltante en páginas de internet.

## REDUZCAMOS LA INFORMACIÓN OBTENIDA, ¡MANOS A LA OBRA!

### CONSTRUCCIÓN DE LOS INTERVALOS DE CLASE

- Organiza la información obtenida de la altura de los cerros de la región.

Altura	Cantidad de cerros
[300 M - 600 M]	2
[600 M - 900 M]	0
[900 M - 1200 M]	2
[1200 M - 1500 M]	2
[1500 M - 1800 M]	3 ✓
[1800 M - 2100 M]	13
[2100 M - 2400 M]	16

Si bien la altura de los cerros en el mapa de Venzano está representada por números enteros (sabemos que se trata de números reales, longitud) es muy difícil encontrar dos o más cerros con la misma altura. Por lo tanto, la estrategia de hacer una tabla de frecuencia no es óptima. Se guía a los alumnos para que encuentren otra forma de organizar

los datos de tal manera que no quede una tabla tan larga. Se desea lograr que los alumnos propongan agrupar los datos de alguna manera y así llegar a una tabla de frecuencias en intervalos de clase.

Es muy rica la discusión acerca de cómo elegir esos intervalos, si deben ser todos iguales, qué longitud deben

tener, si en cualquier otra situación se debe elegir la misma longitud de intervalo. Aparece casi naturalmente la necesidad de estudiar el rango o alcance de los datos, es decir, la diferencia entre el valor mayor y el menor.

Se acordó hacer 7 "agrupaciones" con una longitud de 300 metros. Este dato se obtiene de dividir el rango por la cantidad de intervalos que se deseen.

Se discute también en qué intervalo colocar los valores que se encuentran en los extremos del intervalo (por ejemplo, si hubiera un cerro cuya altura es de 300 metros), llegando a la convención de intervalo cerrado al inicio e intervalo abierto

al final. Luego se coloca en otra columna la cantidad de cerros que entrarían en cada intervalo (frecuencia).

Se acordó identificar cada intervalo con un color diferente, porque posteriormente vuelven al mapa y pintan los cerros del color que corresponde, de esta manera se apreciará que los cerros de mayor altura se encuentran más próximos a la Cordillera de los Andes, mientras que a medida que se acercan a la precordillera o a la estepa, los colores corresponden a los intervalos más bajos. Se les puede pedir a los alumnos que elaboren un informe al respecto y que saquen ellos estas conclusiones.

## ¡A MIRAR DE OTRA MANERA!

### CONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DEL HISTOGRAMA

#### PROPUESTA

Representa la información de la tabla en un histograma.



En esta última etapa, los estudiantes, con la ayuda del docente, confeccionaron una escala adecuada y representaron los datos en un histograma sin mayores dificultades. Se analiza la altura de los intervalos, su significado y su relación con la zona en que vivimos (pegados a la cordillera).

Se completó la secuencia con otras actividades análogas de recopilación de datos, organización y gráficos y con los parámetros de posición. Al finalizar la secuencia se tomaron evaluaciones en las que se pudieron apreciar la variabilidad de habilidades adquiridas por los estudiantes, como por ejemplo: organizaban de manera sistemática la información, interpretaban tablas y gráficos, realizaban estudios estadísticos a partir de diversas situaciones.

### TEMAS CLÁSICOS EN CONTEXTOS SIGNIFICATIVOS

Si bien los conceptos matemáticos trabajados en esta secuencia son los "clásicos" de la estadística elemental para un primer año de escuela secundaria, hay que destacar la importancia de la recopilación de datos por parte de los alumnos en un contexto significativo (usualmente se dan ya servidos para que los alumnos organicen esa información). Otra cosa importante es analizar estos resultados buscando un significado a toda esta tarea (esto se puede hacer pidiéndoles a los alumnos que hagan un informe).

Cuando un problema es rico, permite también abordarlo desde otras áreas o desde otros contenidos dentro de la misma matemática. Por ejemplo, este problema permitió que trabajemos ubicación de puntos en coordenadas cartesianas o polares, ya que les pedimos a los alumnos, como actividad complementaria, que ubiquen un centro de referencia (en este caso propusieron paralelo  $42^\circ$  sud y meridiano de Greenwich oeste, pero podría haber sido cualquier otro punto) y desde allí ubicaron cada cerro en coordenadas polares (usando la rosa de los vientos y las distancias según la escala del mapa), o coordenadas cartesianas haciendo desplazamientos horizontales y verticales desde el origen. Dado el carácter abierto y dinámico de la secuencia, esta se puede adaptar a cualquier región de la Argentina, inclusive a cualquier parte del mundo, solo es requisito cambiar el mapa y el contexto. Además, la secuencia puede crecer en dificultad para otros niveles: abordando conceptos como parámetros de dispersión, cuartiles, percentiles, asimetría, curvas de nivel, entre otros. También, se puede realizar una salida pedagógica para describir la geografía del lugar. Estas son algunas de las propuestas que se pueden abordar con la temática.

### MARCO DE REFERENCIA (BASES TEÓRICAS)

En los años setenta, cuando la matemática moderna estaba en todo su "furor", Freudenthal introduce un nuevo abor-

daje en la educación matemática. Él afirmaba que la manera tradicional de enseñar matemática, en la cual se comenzaba desde lo formal, era antdidáctico (Freudenthal, 1973). Por el contrario, este autor propone comenzar por un nivel informal y utilizando contextos significativos para los estudiantes, para darles la oportunidad de reinventar<sup>2</sup>, redescubrir<sup>3</sup> y reconstruir conceptos matemáticos. Así, los conocimientos nacen por una necesidad interna, y no impuestos desde afuera.

Esta corriente didáctica, Educación Matemática Realista (EMR), se guía por el principio de *matematización progresiva* con la intención de evitar los efectos nocivos de la formalización prematura, facilitando a los alumnos transiciones graduales desde niveles informales y preformales a formales. Para ello, en la EMR se parte de situaciones "realistas" (no necesariamente reales), esto es que sean razonables, realizables o imaginables, o sea, que tengan sentido para el alumno.

El uso de contextos en la resolución de problemas matemáticos (y no matemáticos) es fundamental. Esto les brinda a los alumnos la posibilidad de usar su experiencia previa y su sentido común, para que puedan elaborar, argumentar y validar con diversas estrategias de resolución. Las situaciones a través de imágenes, dibujos o gráficos, cobran un papel de gran importancia. Estos ayudan a acercarse comprensivamente a un contexto, iniciando un proceso de razonamiento con apoyatura visual, convirtiéndose en modelos<sup>4</sup> en el proceso de *matematización progresiva*.

Poder utilizar lo que se ve en una imagen para intuir, estimar, medir, razonar y validar (hecho muy frecuente en la vida real), se contraponen al uso más tradicional de los problemas de enunciado verbal donde se conduce por lo general al alumnado al uso de estrategias escritas, más

abstractas y formales, manejando los datos a nivel simbólico directamente.

Desde el punto de vista realístico, el desarrollo de conceptos comienza con una exploración intuitiva por parte de los estudiantes, guiados por el docente y por los materiales de instrucción, dándoles la oportunidad de desarrollar sus propias estrategias informales y de esta manera que todos puedan abordar los problemas. Se promueve el uso de la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la observación (nivel informal), la experimentación inductiva, lo que Treffers (1978) denomina *matematización horizontal*, conduciendo naturalmente a la necesidad de reflexionar, generalizar, demostrar, "rigorizar", simbolizar y esquematizar pasando por niveles preformales y formales en un proceso que denomina *matematización vertical* (matematización progresiva).

En este proceso, es muy importante la *socialización de las producciones*<sup>5</sup>, en donde se refleja el carácter interactivo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El rol del docente también cambia, deja de ser el "poseedor" del conocimiento que imparte para pasar a ser un guía para el alumno en su proceso de aprehender los conceptos. Hay varios aspectos que requieren mayor estudio y predisposición, por ejemplo, el estar preparado ante las producciones libres y abiertas de los estudiantes (tanto por la preparación matemática requerida para interpretarlas como por tener una actitud de apertura a lo diverso).

De este modo, podemos decir que la mirada de la EMR hacia los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas nos invita a pensar en "una matemática para todos", que es posible considerar el contexto y la cotidianeidad del alumno para fortalecer sus estructuras de pensamientos.

## BIBLIOGRAFÍA

Bressan, A. y Zolkower, B. (2005). "Los principios de la educación matemática realista". En Alajia, N. y otros. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Del Zorzal.

Dekker, T. y Querelle, N. (2002). *Great assessment problems*. Utrecht: Freudenthal Institute. Traducción de María Fernanda Gallegos. GPDM. Bariloche, Río Negro.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction: The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer.

## PÁGINAS WEB

Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática: [www.gpdmtematica.org.ar](http://www.gpdmtematica.org.ar)

Rabino, A. (2014). "La estadística de los cerros". En *Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática* [en línea]. Disponible en [www.gpdmtematica.org.ar](http://www.gpdmtematica.org.ar)

Fotografía del doctor Venzano extraída de "Rodolfo Venzano". En *elbolson.com* [en línea]. Disponible en [http://www.elbolson.com/elbolson/arte/artistas/rodolfo\\_venzano.htm](http://www.elbolson.com/elbolson/arte/artistas/rodolfo_venzano.htm)

## NOTAS

1. Datos extraídos de la nota "Homenaje al Dr. Venzano", en *Geografía Temática Solidaria* [en línea], disponible en [sites.google.com/site/geografiatematicasolidaria/home/homenaje-al](http://sites.google.com/site/geografiatematicasolidaria/home/homenaje-al)
2. **Reinvención.** El alumno inventará algo que es nuevo para él, pero bien conocido para el docente.
3. **Redescubrimiento.** El alumno descubrirá algo que también es nuevo para él, pero que ya fuera descubierto.

4. **Modelos.** Los modelos son tomados como representaciones de situaciones problemáticas, las cuales reflejan necesariamente aspectos esenciales de los conceptos matemáticos y estructuras que son relevantes para resolver una situación, pero que pueden tener diferentes representaciones.

5. **Socialización de las producciones.** Después de que los alumnos resolvieron situaciones problemáticas contextualizadas se los invita a que socialicen sus producciones con sus compañeros (si trabajaron en grupos, será un representante de ese grupo el que pase a explicar). De esta manera se ven todas las producciones en paralelo y se discute cuál es la óptima y/o la más económica para avanzar, a partir de ahí, en la *matematización*.

\* Los autores agradecen la lectura crítica de la directora del CEM N° 48, profesora Flavia Scalia, y la corrección de la profesora Aida Angulo.