El modelo de desarrollo del pensamiento geométrico de Dina y Pierre Van Hiele

Ana Bressan
GPDM

Una fuente importante en el enfoque geométrico de la EMR lo constituye el trabajo de los esposos Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof. El primero planteó una teoría acerca del desarrollo del pensamiento geométrico que su esposa probó en los años 50. Ambos profesores, en sus disertaciones doctorales en la Universidad de Utrecht, Holanda[1], proponen un modelo acerca de cinco niveles de razonamiento geométrico, niveles que no dependen tanto de la edad de los alumnos, sino de sus experiencias previas y de los contenidos y métodos de enseñanza por los que pasaron

Este modelo puede ayudar al docente a diagnosticar el nivel de comprensión geométrica de sus alumnos respecto de un determinado tema y a reflexionar sobre la naturaleza de las actividades que debe seleccionar con el objetivo de provocar la evolución del razonamiento geométrico en ellos.

…"Según van Hiele cada nivel se caracteriza por habilidades de razonamiento específicas e importantes y un alumno no podrá avanzar de un nivel a otro sin poseer esas habilidades, ya que en un determinado nivel se explicitan y toman como objeto de estudio los conceptos, relaciones y vocabulario usados en el nivel anterior, incrementándose así la comprensión de los mismos. Además, según van Hiele, el que un alumno llegue a un nivel de razonamiento en un contenido geométrico <u>no asegura</u> *que, frente a otro contenido nuevo para él, pueda funcionar con el mismo nivel. Es probable que tenga que recurrir a formas de razonamiento de los niveles anteriores según un orden de complejidad creciente.*

En la teoría de van Hiele se afirma que para conocer en qué nivel de razonamiento se encuentra un alumno es necesario atender tanto a sus estrategias de resolución de problemas como a su forma de expresarse y al significado que le da al vocabulario que escucha, lee o utiliza para expresar sus conocimientos. Desde este punto de vista resulta relevante detenerse en la comprensión y uso que los alumnos muestran de lo que para ellos significan los términos "definir" y "demostrar". Las concepciones de los alumnos sobre el significado de estos términos son dos valiosas pistas, para que el docente comprenda con qué nivel de razonamiento matemático los alumnos están operando." (Bressan, 2000, 2006. p.76)

A continuación se caracteriza sintéticamente cada nivel y se especifica el comportamiento acerca de la definición y la demostración en cada uno.

Bibliografía para profundizar el tema:

BRESSAN, A.. BOGISIC, B. y CREGO, K. (2000, 2006). *Razones para Enseñar la Geometría en la Educación Básica*, Buenos Aires, Ediciones Novedades Educativas.

BRESSAN, A. REYNA, I. y ZORZOLI G. (2003). *Enseñar geometría. Redescubrir una tarea posible*. Ed. Styrka.

[1] El Dr. H. Freudenthal fue director de tesis de los esposos van Hiele.

BURGUER, W. y SHAUGNESSY, M. (1986). Caracterización de los Niveles de Van Hiele de Desarrollo de la Geometría. *Journal of Research of Mathematics Education*. Jannuary. Vol 17. Nº 1.

VAN HIELE-GELDOF, DINA and PIERRE (1984), The Didactics of Geometry in the Lowest Class of Secondary School. In D. Fuys *et al* (Eds), *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Gelsdof and Pierre M. van Hiele*, Brooklyn, NY: Brooklyn College, City University of New York, ERIC No. 289 697.

Niveles de Desarrollo del Pensamiento Geométrico de Van Hiele	Comprensión y uso del término “definir”.	Comprensión y uso del término “demostrar”.
N1: De Reconocimiento. El alumno - Se maneja sólo con información visual. Posee percepción global de los objetos como unidades aisladas. - Compara y clasifica objetos en base a su apariencia global utilizando expresiones como “ se parece a…”, “tiene la forma de…”, “es como…”, etc. usando propiedades físicas más que geométricas. - Puede aprender vocabulario geométrico, pero en general no lo usa en forma apropiada.	- No define. - Describe o identifica los objetos basándose en atributos irrelevantes (color, textura, posición, materiales, etc.)	- No llega al establecimiento de generalizaciones y la palabra demostrar no tiene sentido para él.
N2: De Análisis El alumno: - Reconoce la presencia de propiedades matemáticas en los objetos, si bien el razonamiento se sigue basándo en la percepción física. - Puede considerar elementos como representantes de clases, pero no puede relacionar clases entre sí.	- No comprende el valor ni la necesidad de la definir. - Enuncia una lista de propiedades necesarias para identificar los objetos geométricos, en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes. - Rechaza las definiciones dadas en los libros o el profesor en favor de las “definiciones” propias.	- No demuestra formalmente. - Puede hacer conjeturas mediante la observación y hacer generalizaciones que ejemplifica y comprueba experimentalmente. - No es capaz de deducir unas propiedades (tomadas como premisas) de otras, porque percibe cada una de ellas en forma aislada y sin relación con las demás.
N3: De Deducción Informal El alumno: - Comienza a desarrollar la capacidad de razonamiento riguroso, reconociendo que unas propiedades pueden deducirse de otras. - Es capaz de utilizar los elementos más simples del sistema formal (definiciones e implicaciones de un solo paso) - Sus razonamientos siguen apoyándose en la	- Comprende y construye definiciones correctas. - Define clases por sus propiedades específicas. - Puede modificar definiciones y usarlas inmediatamente - Hace referencia explícita a definiciones en sus demostraciones. - Es capaz de aceptar formas equiva-lentes de	- Demuestra informalmente haciendo cadenas deductivas cortas utilizando implicaciones simples y la transitividad lógica. - Comprende el significado de los cuantificadores. - Puede entender una demostración explicada por el profesor o el libro de texto, pero no es capaz de construirla por sí mismo.

manipulación.	una definición.	- No ve cómo podría alterarse el orden lógico de una demostración ni sabe como construir una demostración a partir de premisas diferentes de las que ha visto. - No distingue con claridad una implicación de su recíproca. - Utiliza las representaciones físicas de las figuras más como una forma de verificar sus deducciones que como un medio para realizarlas.
N4: De Deducción Formal. El alumno: - Completa el desarrollo del razonamiento lógico formal - Reconoce el valor de la deducción en matemática como único medio para verificar la validez de una afirmación.	- Define correctamente utilizando vocabulario especializado. - Acepta la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto y son capaces de demostrar su equivalencia pues comprende las interacciones entre las condiciones necesarias y las suficientes y distingue entre una implicación y su recíproca.	- Puede entender y realizar razonamientos lógicos formales. - Acepta la necesidad de las demostraciones como único medio para verificar la veracidad de una afirmación. - Organiza distintas secuencias de implicaciones formales basadas en la hipótesis de un problema y en otros elementos del sistema axiomático (definiciones, otras propiedades, etc.). - No investiga el sistema axiomático en que trabaja, ni lo compara con sistemas axiomáticos diferentes
N5: De Rigor. El alumno: - Posee los conocimientos y habilidades propias del matemático profesional.	- Define con el máximo rigor matemático	- Es capaz de prescindir de cualquier soporte concreto para desarrollar sus demostraciones. - Acepta la existencia de sistemas axiomáticos diferentes y puede analizarlos y compararlos.