Una versión de este artículo fue publicada en la Rev. Paradigma: Martínez, Mª., Da Valle, N., Zolkower, B, y Bressan, A. (2002, Junio). La relevancia de los contextos en la Resolución de Problemas de Matemática: una experiencia para docentes y sus capacitadores. Paradigma, XXIII (1); 59-94.

Los contextos en la resolución de problemas de matemática: Una experiencia para docentes y alumnos

María Luz Martínez Pérez, Nora A. Da Valle,
Betina Zolkower y Ana Bressan

Este ensayo da a conocer una experiencia didáctica realizada, como trabajo de evaluación/aplicación final de un curso de capacitación docente, en dos quintos grados de una escuela de San Carlos de Bariloche, Argentina. La investigación examina los primeros pasos hacia la adopción de un nuevo estilo didáctico por parte de los docentes, un estilo en el que la consideración de los contextos en la resolución de problemas de matemática se vuelve central al quehacer en el aula. Después de analizar las posibilidades y dificultades que este proceso conlleva, se propone aquí una redefinición de la tarea de capacitación docente, con miras a desarrollar la capacidad de estos últimos para diseñar situaciones problemáticas realistas, rigorizar los métodos utilizados para el análisis de sus experimentos didácticos y mejorar la capacidad de introspección y tranformación crítica de la práctica tanto de los docentes de matemática como de sus capacitadores.

Introducción

Entendemos como situaciones-problema aquellas narrativas accesibles, imaginables y significativas que orientan a los alumnos tanto hacia la naturaleza de los modelos, herramientas y operaciones a utilizar para su resolución como a las características y el grado de exactitud de las respuestas a obtener. Es sabido que en la escuela y en los libros de texto que en ella circulan son escasas las situaciones didácticas en las que estas narrativas funcionan como objeto del quehacer matemático de alumnos y docentes. Lo que aparecen en cambio son situaciones camufladas o seudo-problemas, enunciados verbales planteados en términos matemáticos y fuertemente ligados al tipo de operación que se quiere ejercitar donde el contexto resulta irrelevante para la comprensión y la resolución matemática del problema (de Lange 1996, Gysin 1997).

Sabemos también que incluso ante situaciones problemáticas auténticas, los alumnos tienden a reaccionar de un modo mecánico, como si se aferraran al juego de lenguaje de la matemática escolar, un juego cuya regla implícita es el tratamiento de los contextos como `ruido' a eliminar (Zolkower 1994). Los alumnos se empeñan en adivinar o decifrar cual es la operación deben realizar, considerando únicamente las respuestas exactas y apelando a formas de razonamiento estereotipadas, sin poner en juego su sentido común y lo que saben acerca de cómo son las cosas fuera del ámbito de la escuela. Esta actitud los lleva por lo general a realizar algún tipo de cálculo o combinación numérica para obtener rápidamente un resultado, ignorando el contexto subyacente, las características del cual indicarían la razonabilidad de los procedimientos numéricos a utilizar (Baruk 1989, Radatz 1983, Greer 1993, Lave 1997, Verschaffel y de Corte 1997).

Considerar al contexto como un aspecto intrínseco al problema y no como un mero ropaje a eliminar, permitiría a los alumnos imaginar la situación planteada, representarla esquemáticamente mediante un modelo y, por medio de esta modelización, llegar al resultado del problema en cuestión. La condición necesaria, aunque no suficiente, para desencadenar este proceso es que las situaciones problemáticas sean familiares y significativas para los alumnos. Sólo asi el sentido común y las formas de razonamiento utilizadas en la vida extraescolar funcionarían como fuente de estrategias de resolución y orientadoras del quehacer matemático de los sujetos de aprendizaje.

La didáctica de la escuela de Hans Freudenthal (1905-1990), desarrollada en Holanda desde fines de los años sesenta, constituye un valioso aporte hacia la solución del problema endémico del sinsentido en las aulas de matemática. Esta corriente didáctica--conocida en el mundo anglosajón como RME, *realistic mathematics education*--da suma importancia al uso de situaciones realistas, entendidas como razonables, imaginables, o realizables.[1] A partir de estas situaciones, se diseñan secuencias curriculares con el objeto de generar, por parte de los alumnos, procesos de matematización progresiva a partir de las soluciones iniciales e informales que ellos mismos inventan.[2] Desde esta perspectiva, se apuesta a que los alumnos, guiados por el docente y trabajando en interacción con sus pares, *reinventen* los objetos, modelos y herramientas de la matemática, a partir de contextos y situaciones susceptibles de ser organizados matemáticamente o *matematizados* (Freudenthal 1973, 1991; Streefland 1991; Gravemeijer 1994).[3] Desde un punto de vista analítico, la actividad de matematización se da tanto en el eje horizontal como en el vertical (Treffers 1987). La matematización horizontal consiste en el pasaje de la realidad a la matemática; la matematización vertical consiste en el trabajo dentro de la realidad matemática misma. Tal como los sintetiza van den Heuvel-Panhuizen (1999), los principios de la didáctica realista son los siguientes:

1) La matemática como actividad humana de organización y no como sistema pre-constituido de saberes (principio de actividad).
2) El uso de contextos y situaciones realistas, en el sentido de realizables o imaginables no sólo como dominio de aplicación sino también y sobre todo como punto de partida para la matematización (principio de realidad).
3) La génesis y el desarrollo de modelos matemáticos a partir de la organizacion de situaciones realistas, los cuales cumplen la función de puentes entre los distintos niveles (de informales a formales) de matematización (principio de niveles)
4) El carácter interactivo del proceso de aprendizaje/enseñanza, el cual hace posible la discusión de los distintas producciones y construcciones de los alumnos desde el punto de vista de su sentido, generalidad, eficiencia, elegancia, etc. (principio de interacción)
5) La fuerte interrelación de las distintos ejes y unidades curriculares (por ejemplo: álgebra y geometría; medida, razón y geometría; etc.), la cual da una mayor coherencia a la instrucción y hace posibles distintos modos de matematizar las situaciones (principio de interrelación).

Estas y otras ideas claves fueron trabajadas en dos cursos dictados en San Carlos de Bariloche en 1999 y 2000 para docentes de Nivel Inicial y Educación General Básica.[4] La cuestión de los contextos realistas, sus características y efectos sobre la actividad matemática de los alumnos, despertó sumo interés entre los asistentes a los cursos (Collado y otros; Rabino y otros 2001, Perez y otros 2001). Esto se debe, en gran medida, al hecho de que la disociación entre la escuela y realidad cotidiana es una de las preocupaciones centrales de la práctica docente en el aula de matemática.

Objetivos del trabajo

Desde el punto de vista de los docentes, esta experiencia se vio motivada por su interés en lograr que los alumnos consideren los contextos específicos en los que se inscriben las situaciones-

---

[1] En holandés, *zich realiseren* incluye el sigificado de realizar o imaginar algo en forma concreta (van den Heuvel-Panhuizen 1996).

[2] Ver, por ejemplo, *Mathematics in Context*, una serie curricular para los grados 5to a 8vo diseñada por investigadores del Instituto Freudenthal (Utrech, Holanda), en colaboración con el National Center for Research in Mathematical Sciences Education (Universidad de Madison, Wisconsin, EEUU). [Nota: Los cuadernillos para el alumno han sido traducidos al castellano, aunque no asi los cuandernos para el docente].

[3] RME concibe a la matemática escolar como un conjunto de actividades progresivas y reflexivas de simbolización, modelización, esquematización y algebraización, guiadas por un docente capaz de anticipar, organizar didácticamente y facilitar estas trayectorias de aprendizaje. Con el objeto de preservar el sentido de la actividad matemática, se insiste en que la instrucción mantenga accesible el camino de retorno a las situaciones y contextos que sirvieron de fuente de la actividad matematizadora.

[4] Los cursos, titulados "Los aportes de la teoría de Freudenthal a la enseñanza de la matemática," estuvieron a cargo de la Dra. Betina Zolkower y la Prof. Ana Bressan, coautoras del presente trabajo.

problema dados y pongan en juego sus conocimientos acerca de tales contextos. Para el docente, problematizar la matemática y su enseñanza es el primer paso hacia la toma de conciencia de la necesidad de redefinir el contrato didáctico en su aula. Los cursos del 99 y del 2000 generaron dicha ruptura epistemológica por parte de las docentes que escriben este trabajo. El paso siguiente fue el diseño y la puesta en acción de una experiencia didáctica destinada a sacudir el (sin)sentido común de sus alumnos en relación con su modo de interpretar los problemas de matemática.

Desde el punto de vista de las capacitadoras, se trató de revisar de qué modo los docentes transforman su práctica a partir de lo aprendido en las instancias de capacitación. En línea con la perspectiva realista, la evaluación de esta experiencia didáctica estuvo guiada por las siguientes preguntas: ¿En qué medida se logró en estas aulas redefinir la matemática como actividad organizadora de la realidad (y de la matemática misma)? y ¿Hasta qué punto fue posible renegociar el contrato didáctico de modo de dar a los alumnos la responsabilidad de reinventar objetos, operaciones y modelos, reservando para el docente un rol de guía de estos aprendizajes?

Enfatizamos aqui el enorme desafío que presentó este intento de transformación debido a la falta de materiales curriculares realistas en castellano y al hecho de que los docentes mismos no habían tenido más que una limitada ocasión para re-pensar la matemática desde esta nueva perspectiva. Si, por un lado, esto reduce las posibilidades de una innovación genuina y duradera, al mismo tiempo constituye una valiosa oportunidad para observar intentos de transformación *in statu nascendi*. Cabe aclarar que las capacitadoras participaron en la elaboración de la secuencia didáctica--preparada como trabajo final para el curso del 2000--sólo después de su implementación. Esto ocurrió en el contexto de discusiones en las que se trabajó colectivamente en el análisis y la intepretación de los registros y las producciones de los alumnos, la selección de categorías para dar cuenta de los resultados y la reflexión de la práctica docente a la luz de la evidencia obtenida.

Este ensayo se organiza en dos partes: la primera centrada en la labor de las dos docentes que llevaron a cabo la experiencia en sus aulas y la segunda, en el trabajo conjunto de dichas docentes con las capacitadoras.

PRIMERA PARTE

Antecedentes de la experiencia

Tal como los describe Lave (1997), los problemas de enunciado verbal no son situaciones genuinamente problemáticas o dilemas que interpelan el sentido común, la imaginación y el deseo de aprender de los niños sino artefactos simbólico-culturales afines al género de los acertijos. Dentro de la misma línea de investigación, Carraher, Carraher y Schliemann (1988), Saxe (1991) y Nunes y otros (1993) coinciden en marcar los contrastes entre la matemática escolar y la utilizada por niños y adultos en ventas callejeras o en oficios, destacando la riqueza de significados y la flexibilidad en los métodos de cálculo de la matemática `de la calle,'en contraposición con la pobreza de sentido y la rigidez algorítmica del quehacer matemático en el aula. En palabras de Lave (1997),

> "En la vida diaria, los problemas cuantitativos tienden a ser dilemas cuyas resoluciones son inventadas en el mismo momento--de hecho la matemática de todos los días es una práctica más improvisada que algorítmica, mecánicamente reproducida o de rutina. En situaciones de todos los días es raro encontrar números; sin embargo, una vez que éstos son determinados se los preserva para un uso posterior; los problemas y las soluciones se definen entre sí; y los problemas pueden ser abandonados, resueltos o reformulados. La gente se apropia de los problemas matemáticos fuera de la escuela de una manera diferente de cómo lo hacen dentro del ámbito escolar".

En los últimos quince años, muchos investigadores[5] se han abocado a examinar las dificultades de los alumnos para modelizar situaciones problema no rutinarias, encontrando que "las

[5] Entre ellos, Greer (1993), de Corte y Verschaffel (1989), Verschaffel y de Corte (1997), Verschaffel (1997), Abreu (2000).

consideraciones del mundo real raramente tienen un rol mediador en las soluciones de los escolares a los problemas aritméticos" (Abreu, 2000). Después de realizar una serie de investigaciones y búsquedas bibliográficas, Verschaffel y sus colegas en la Universidad de Leuven, Bélgica (1997) coinciden en señalar que las dificultades experimentadas por los alumnos en la resolución de problemas escolares son el resultado de modos de enseñanza basados exclusivamente en dietas de problemas estereotipados, presentados por lo general como instancias de aplicación, para los cuales las consideraciones ligadas a la realidad son por lo general irrelevantes y el uso mecánico de algoritmos resulta suficiente y eficiente para su resolución.

Estos autores proponen que es posible modificar este estado de las cosas. Como primer paso, nos sugieren pensar la matemática como herramienta para resolver problemas del mundo real (y de la matemática misma) y concebir a la aplicación de la misma como un proceso que involucra las siguientes fases:

1) Comprender la situación del problema.
2) Construir un modelo matemático describiendo la esencia de esos elementos situacionales y las relaciones que sean de interés.
3) Reorganizar el modelo matemático o la operación sobre él para identificar el elemento o los elementos desconocidos.
4) Interpretar y evaluar el resultado del trabajo de cálculo en términos de la situación inicial.
5) Comunicar los resultados.

Así entendida, la resolución de problemas de matemática es un proceso cíclico, complejo y cargado de sentido y no una progresión lineal de lo datos a la solución mediante el uso de estrategias generales de resolución de problemas.

Verschafel y sus colegas han probado varios programas de instrucción en modelización de situaciones problemáticas no rutinarias centrados en la práctica de resolución de este tipo de problemas (de Corte y otros 1998). Dado el limitado efecto a largo plazo que estas intervenciones tuvieron sobre la capacidad de modelizar de los sujetos experimentales, estos investigadores concluyen, en coincidencia con los investigadores de RME, en la necesidad de trabajar simultáneamente

a) a nivel del currículum: incorporando en forma habitual problemas más realistas y menos rutinarios;
b) a nivel de los métodos de enseñanza: propiciando el aprendizaje cooperativo e interactivo, tanto en grupos pequeños como en la discusión con toda la clase; y
c) a nivel de la cultura del aula: creando un ámbito donde las decisiones acerca de la interpretación de los problemas y la valoración de las estragegias de resolución dejen de ser prerrogativa absoluta del docente y, en cambio, resulten de procesos de "negociación" entre el docente y los alumnos (Verschaffel y otros 1998).

Estos autores concuerdan así con otros investigadores de las corrientes críticas de la didáctica de la matemática (y de la ciencia en general), en señalar la urgente necesidad de abrir las puertas del aula a preguntas tales como ¿qué sentido tiene este problema?, ¿qué significa este objeto matemático?, ¿cómo funciona este algorítmo o procedimiento? ¿para qué se usa este modelo? y ¿qué supuestos subyacen es uso de estos modelos en la esfera de lo humano? En términos generales, se trata de un esfuerzo dirigido a lograr que la relación entre la escuela, la ciencia y la sociedad se vuelva un tema central a la hora de resolver problemas (Skovmose 1985, Keitel 1993, Lemke 1990).

Caracterización de la experiencia de aula

Esta experiencia didáctica fue llevada a cabo por dos docentes (una de castellano y la otra de inglés) en una escuela pública de gestión privada de la ciudad de San Carlos de Bariloche (Argentina), en el marco de un proyecto de integración curricular de castellano e inglés.

El trabajo se realizó con alumnos de dos secciones de quinto grado (10 y 11 años de edad): 19 alumnos (6 varones y 13 niñas) y 23 alumnos (9 varones y 14 niñas) respectivamente. Ambos grupos son heterogéneos en su rendimiento. Si bien en el momento en que se realizó esta experiencia se estaban incorporando aspectos innovadores en la enseñanza del cálculo en los grados inferiories de esta institución, los alumnos que participaron en este estudio no habían tenido contacto previo con la modalidad de trabajo aquí documentada.

En cuanto a las docentes a cargo de la experiencia, ambas poseen título docente y muchos años al frente de aula

Previamente a esta experiencia, las docentes solían utilizar en sus clases problemas extraídos de los libros de texto, seleccionados en base a las necesidades de sus planificaciones. Típicamente, elegían los problemas con la intención de ofrecer a los alumnos instancias de aplicación y ejercicio de los conceptos y operaciones trabajados, sin prestar atención alguna a las características y el sentido de los contextos y las situaciones en que estos problemas se encontraran enmarcados. La evaluación de las soluciones solía orientarse al análisis de los problemas desde el punto de vista de la operatoria convencional y la obtención de respuestas correctas y unívocas. Este proceso de evaluación era conducido por las docentes, con escasa o nula participación de los alumnos.

A partir de los cursos del 99 y del 2000, las docentes se propusieron basar su práctica en una más fuerte interacción socio-cognitiva de alumnos y docentes, desempeñar un papel no directivo sino proactivo en la guía de los aprendizajes, y abordar explícitamente la cuestión de la relevancia de los contextos en la resolución de problemas.

Desarrollo de la experiencia en el aula

En el marco del curso del año 2000, las docentes--coautoras del presente trabajo--eligieron la temática y diseñaron la experiencia utilizando materiales proporcionado por las capacitadoras pero con amplia libertad para crear su propia secuencia didáctica. El eje vertebrador de la experiencia didáctica lo constituyó el artículo de Verschaffel y de Corte (1997). El trabajo conjunto se llevo a cabo de acuerdo con la siguiente planificación:

1) Evaluación inicial: Esta consistió en un problema a resolver en forma individual, con discusión a posteriori de las soluciones realizadas por los alumnos. Problema de inicio: 1438 pájaros están sentados en varios árboles del bosque. Algunos cazadores vienen y les disparan a 725 pájaros. ¿Cuántos pájaros permanecen sentados en los árboles luego de los disparos?

2) Evaluación diagnóstica: Esta incluyó cinco problemas no rutinarios, esto es, problemas en los cuales el contexto es relevante para su resolución (Cuadro No.1, problemas 1A,2A, 3A, 4A, y 5A). Los alumnos trabajaron de manera individual. Si bien los problemas se presentaron en inglés, la docente se aseguró de que todos los alumnos comprendieran el significado de las palabras utilizadas en los enunciados. No se dieron explicaciones de ningún tipo con respecto a la resolución de los problemas presentados.

3) Sesiones de resolución de problemas realistas en base a contenidos vinculados con los temas curriculares de aritmética planificados para esa época del año (Ver ejemplos en Cuadro No.2): Este proceso duró tres meses, a razón de tres bloques semanales de 40 minutos cada uno. En estas sesiones, las cuales fueron debidamente registradas, los alumnos trabajaron en grupos pequeños y heterogéneos o en forma individual, con puestas en común a posteriori. En estas discusiones se encararon los siguientes temas:
   - La identificación y la comprensión de las situaciones problemáticas planteadas.
   - Las distintas estrategias y modelos utilizados por los alumnos.
   - La comparación de estas producciones desde el punto de vista de su sentido y su adecuación para la resolución de los problemas en cuestión.
   - La elección y justificación, por parte de los alumnos y guiada por la docente, de las estrategias de resolución más eficaces para los problemas dados.

4) Evaluación final: Se administró una evaluación final con problemas similares a los presentados en la evaluación diagnóstica (Ver Cuadro No. 1, problemas 1B, 2B, 3B, 4B, y

5B). En esta ocasión, se requirió que el trabajo fuera individual y no se proporcionaron explicaciones de ninguna índole a los alumnos.

Durante el período en que se realizó esta experiencia, las docentes sostuvieron reuniones semanales para analizar los registros e interpretar los datos obtenidos, evaluar el trabajo y reformular la propuesta didáctica en base a las necesidades surgidas de lo implementado en el aula.

Cuadro No.1: Problemas de evaluación inicial (A) y final (B)

Nota: El número los agrupa según la operatoria que requiren. Estos problemas fueron extraídos de Verschaffel y de Corte 1997.

1 A. 1180 hinchas deben ser llevados en colectivo al estadio de fútbol. Cada colectivo puede transportar 48 hinchas. ¿Cuántos colectivos hacen falta?

1 B. 228 turistas quieren disfrutar una vista panorámica de la parte de arriba de un edificio alto. El edificio tiene un solo ascensor. La capacidad máxima del ascensor es de 24 personas. ¿Cuántas veces deberá ascender el ascensor para llevar a todos los turistas a la parte de arriba del edificio?

2 A. Hacia el fin del año escolar, 50 chicos de una escuela primaria trataron de obtener su diploma de atletismo. Para conseguir dichos diplomas tenían que pasar dos pruebas: correr 400 m. en menos de 2 minutos y saltar en alto1,5 m. Todos los chicos participaron en las dos pruebas. 9 chicos fallaron en la prueba de correr y 12 fallaron en la prueba de salto.¿Cuántos chicos no lograron conseguir sus diplomas?

2 B. Carlos y Jorge son compañeros de clase. Carlos tiene 9 amigos que quiere invitar a su cumpleaños, Y Jorge 12. Como cumplen años el mismo día deciden hacer una fiesta juntos. Ellos invitan a todos sus amigos. Todos sus amigos vienen a la fiesta. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta?

3 A. Hace algún tiempo una escuela organizó una fiesta de despedida para su director. Él fue director de la escuela desde el 1 de enero de1959 hasta el 31 de diciembre de1993. ¿Cuántos años fue director de esa escuela?

3 B. Este año el festival de rock Torhout/Werchter fue llevado a cabo por quinceava vez. ¿En qué año se hizo por primera vez?

4 A. Un hombre quiere tener una soga lo suficientemente larga como para unir dos postes que están a una distancia de 12 m., pero sólo tiene pedazos de soga de 1,5 m.de largo. ¿Cuántos de estos pedazos necesitaría atar para unir los dos postes?

4 B. Esteban ha comprado 4 planchas de madera de 2,5 m. cada uno. ¿Cuántas planchas de 1 m. puede serruchar de estas tablas?

5 A. El mejor tiempo en que Matías puede nadar los 50 m. pecho es 54 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará nadar los 200 m. pecho?

5 B. Este frasco está siendo llenado por una canilla a un ritmo constante. Si el agua tiene 4 cm. de profundidad después de 10 segundos, cuán profunda será después de 30 segundos? (Este problema fue acompañado por un dibujo de un frasco)

Cuadro No. 2: Ejemplos de contextos, situaciones y problemas utilizados durante las sesiones de enseñanza/aprendizaje de modelización realista

Módulo A: El día de un soldado (Estos problemas fueron extraídos de Verschaffel y de Corte 1997)

- 300 soldados deben ser transportados en jeep a su lugar de entrenamiento. Cada jeep puede llevar 8 soldados. ¿Cuántos jeeps se necesitan?

- En el lugar de entrenamiento, los soldados son llevados a un hangar. Este hangar está lleno de un gran número de cajas pesadas que necesitan ser transportadas a otro hangar. Estas cajas son tan pesadas que se necesitan 8 hombres para levantarlas. ¿Cuántas de estas cajas pueden ser transportadas a la vez por estos 300 soldados?

- De vuelta en sus barracas, todos los soldados tienen mucha hambre. El cocinero ha preparado 300 l. de guiso. Por lo tanto él necesitó 8 cacerolas grandes completamente llenas, todas del mismo tamaño. ¿Cuántos l. de guiso contiene una cacerola?

- A la tarde los soldados tienen que participar en un desfile militar. Ellos tienen que formar filas de 8. ¿Cuántos soldados sobran después de haber formado el máximo número posible de filas?

Módulo B (Estos problemas fueron seleccionados y adaptados de Dickenstein A y otros 1999).

1) Cumpleaños y empanadas: La Sra Isabel decidió festejar su cumpleaños invitando a sus amigos a comer empanadas. Como no sabía calcular la cantidad de empanadas llamo a su amiga Miriam, que había hecho una reunión la semana anterior. Miriam le dijo que eran 27, cada uno tenía un plato con 5 empanadas y se comieron todas. En la cocina quedaron 4…
-¿Qué cuentas hizo Isabel para calcular la cantidad de empanadas que había en la casa de Miriam?
-¿Cuántas empanadas había?
-Para su cumpleaños Isabel cocinó 163 empanadas. Cada invitado comió 5 empanadas, como en la fiesta de Miriam, y sobraron 3.
-¿Cuántos invitados fueron a su fiesta?
-¿Qué cuentas hicieron para calcular el número de invitados?

2) Casamiento y empanadas
En un casamiento sirvieron 152 platos con 8 empanadas. El cocinero había preparado 1224 empanadas en total, y dijo que de esas él había comido sólo 5 y había distribuido el resto en los platos.
-¿Puede esto ser cierto? ¿Por qué? ¿Qué piensan que podrá haber sucedido?
-Si él tuviera un ayudante cuántas empanadas se pudo haber comido?
-A la hora del té sirvieron 152 platos con 23 masitas. El cocinero y su ayudante dicen que ellos comieron 6 masitas de las 3500 que se habían comprado para la fiesta.
-¿Puede esto ser cierto? Explica tu respuesta.

3) Todo marcha sobre ruedas
Los papás de Yésica le prometieron que vendrán a Bariloche a conocer la nieve el próximo invierno. Ella y sus dos hermanos menores están muy entusiasmados preparando el viaje y los papás hacen cuentas para saber cuánto gastar. Lo primero que tienen que decidir es cómo viajar. El pasaje de avión cuesta $ 155. Una posibilidad es ir en micro. En la empresa "Buenas Noches Bariloche" cada pasaje cuesta $ 55. Van a viajar Yésica, sus dos hermanos menores y los papás.
-¿Cuánto costará el viaje de ida, y el de vuelta?
-¿Cuánta ropa tendrán que llevar?

Como les pareció caro, la mamá de Yésica buscó otra empresa que le ofreció el siguiente plan familiar: Los chicos de hasta 4 años no pagan; desde 5 años y hasta los 13 años inclusive, pagan medio pasaje y los mayores de 14 años pagan el pasaje entero, que es de $ 75. Yésica tiene 13 años, los hermanitos tienen 5 años y 3 años de edad.
- Para la familia de Yésica ¿es esta empresa más barata que la anterior?
- ¿Cuál es la diferencia de precio con la otra empresa?

Al papá de Yésica se le ocurrió que quizás era más barato ir en auto. Para saber cuánto costaba el viaje, averiguó que el recorrido que tienen que hacer es de 1600 km.; el auto gasta 11 l. de nafta por cada 100 km. que recorre en la ruta y la nafta cuesta $ 0.95 el litro.
-¿Cuántos litros de nafta necesitan para llegar?
-¿Cuánto les cuesta el viaje de ida?

Resultados y conclusiones

A continuación se transcribe textualmente lo que escribieron las docentes en su informe final, después de realizada esta experiencia.

Respecto del problema de inicio: "Cuarenta alumnos resolvieron el problema por medio de una resta. La mayoría comentó lo fácil que les había resultado la tarea. Durante la puesta en común, dos alumnos indicaron que no podía haber quedado ningún pájaro porque los que no se habían caído sin duda habrían de haber huido al escuchar los disparos. No obstante, al observar sus carpetas, notamos que habían hecho la cuenta ("Por las dudas.") Todos los niños coincidieron de inmediato con que no quedaría ningún pájaro en los árboles. Cuando se les preguntó por qué hicieron la cuenta, la mayoría respondió que es porque `ellos no saben pensar.' Algunos niños comentaron que éste era un problema "con trampa" y una alumna preguntó si se trataba de un problema de `matemática o de ingenio.' Durante las puestas en común, se enfatizó la importancia de leer las consignas de los problemas completa y cuidadosamente, comprender la situación y distinguir los datos relevantes de los que no lo son".

Respecto de la evaluación diagnóstica: "Notamos dificultades para la resolución de los problemas en la mayoría de los alumnos. Nuestra hipótesis es que no realizaron una lectura comprensiva de los enunciados ni una interpretación de las consignas. En cambio, resolvieron los problemas de modo mecánico utilizando algoritmos conocidos. Muchos alumnos demostraban un absoluto desinterés por resolver los problemas. Hubo un alto porcentaje de problemas sin respuesta y altos porcentajes de respuestas ilógicas y errores de cálculo. La percepción de la actividad como examinación, a pesar de que se aclaró que no lo era, produjo malestar en la mayoría de los alumnos".

Respecto del período de enseñanza: La participación activa de los alumnos en las discusiones aumento muchísimo, aunque con distintos niveles de captación de la problemática. Se notaron resistencias de los alumnos a cambiar su forma rutinaria de encarar problemas, manifestadas a través de intentos de modificar el problema o incluir comentarios poco relacionados al mismo.

Respecto de la evaluación final: El porcentaje de respuestas realistas, o sea respuestas que tienen en cuenta el contexto y la situación, se incrementó entre los problemas de la evaluación inicial y final. Observamos que el rendimiento menor en el área de la resolución de problemas se concentró en aquellos alumnos que poseen dificultades en otras áreas de la currícula escolar. Esta vez la situación de evaluación no creó malestar en los alumnos. Por el contrario, los alumnos se abocaron a la tarea con un grado mucho mayor de flexibilidad de razonamiento y de interés".

Fragmentos de diálogo en torno a la resolución de los problemas dados

Episodio No.1
Contexto: El día de un soldado
Situación: 300 soldados; cajas tan pesadas que cada una requiere de 8 hombres para ser cargada.

-Mavi: "Sobran 4 y no pueden llevarla."
-Glenda: "Ah no, pero no es lo mismo. Se necesitan 38 hombres."
-Johanna: "No, los 37 y los 4 que sobran no hacen nada."
-Belén: "Sabemos cuántas cajas tienen que llevar al mismo tiempo."
-Gastón: "4 pueden llevar una caja."
-Amely: "No le entra que 4 no pueden llevar la caja!" [refiriéndose a Gastón]. "Cuando los otros terminen de llevar las cajas, ellos pueden ayudar a los 4 que quedan."
-Nicol: "Los 4 que quedan se van a desmayar!"

Episodio No.2
Contexto: El día de un soldado
Situación: 300 soldados muy hambrientos; el cocinero preparó 300 litros de guiso, usando 8 cacerolas. ¿Cuántos litros de guiso caben en cada una de las cacerolas?

-Ramiro: "¿De dónde sacás los 4? Los que sobran…"
-Agustina: "Es como si una cacerola midiera 8 m. y 4 es la mitad, por eso medio más."
-Guido: "Quedan 4 litros, entonces los dividimos por 8 y agregamos ½ litros a cada cacerola."
-Catalina: "Sobran 4, entonces dividimos 8 por 4 y nos da exacto."
-Clara: "Podemos dividir 300 por 8."
-Florencia: "Podemos hacer la mitad para que sea más fácil. 150 dividido 4 y después por 2."
-Francisco: "Pero es lo mismo. Tenés que hacer dos cuentas."
[El grupo hace el cálculo: 300 dividido 8. Algunos recurren al algoritmo tradicional].
-Florencia: "Es más fácil con la mitad."
[Nadie le presta atención aunque la docente señala que la escuchen].
-Francisco: "Es menos de 40."
-Glenda: "Necesito decimales para que llegue a 20 y te dé exacto. De 280, necesito 20 más para que lleguen a 300. Necesito la mitad de 8, entonces necesito decimales."
-Nico: "Sobran 4"
-Mora: "4 no comen. Quizás la respuesta sea una fracción o un decimal."
Rodrigo y su grupo construyen la siguiente tabla de razones

Litros	300	150	75	37.5
Cacerolas	8	4	2	1

-Docente: ¿Cómo saben que es la mitad de 75?
-Rodrigo: Sabemos que la mitad de 70 es 35 y la mitad de 5 es 2.5 entonces los sumamos y nos da 37.5

Después de resolver y discutir las distintas situaciones planteadas dentro del contexto "El dia del soldado," muchos alumnos concluyeron que si bien todos los problemas involucraban una división con los mismos números (300 ÷ 8), el resultado debía adaptarse a la situación.

Episodio No.3
Contexto: Todo marcha sobre ruedas.
Situación: Averiguar el precio del pasaje en "Buenas Noches Bariloche"

Johanna y su grupo construyeron una tabla:

Pasaje	55	110	220	275
$	1	2	4	5

Johanna: Averiguamos el 5 sumando el de 4 y el de 1. Después dividimos 75 por 2 por cálculo para saber el precio del boleto de Yésica. Después hicimos 75 x 3 porque es obvio que dos medios van a costar $75. Y nos dio $ 225. Después restamos
-Docente: ¿Hay algún cálculo en la segunda parte que podrían haber evitado?
-Johanna: Sí, 75 dividido 2.
-Docente: ¿Alguno tuvo en cuenta el precio del avión?
-Varios: No, porque querían lo más barato.
-Docente: ¿Había otro dato que consideran que no era necesario?
-Belén: Sí, la ropa. Es como una trampita para pensar.
-Docente: ¿Para pensar qué?
-Belén: Lo que me sirve y lo que no.

Situación: El viaje en auto

-Clara: La distancia es de 1600 km y cada 10 km., 10 l. Es obvio que va a ser 160.

-Docente: No es obvio. ¿Cómo lo hicieron?

-Clara: Nosotros hicimos una recta doble:

l.	10	20	30	40
km.	100	200	300	400

Y cuando la empezamos nos dimos cuenta de que no era necesario seguirla porque le íbamos agregando un cero porque multiplicábamos por 10. Entonces nos dimos cuenta de que era un cero menos. El precio lo aproximamos a $ 1 . Nos dio $ 160 aproximadamente.

-Philippe: Yo hice directamente 1600 dividido 10. Cada 100 km. gastaba 10 l. de nafta, se saca un cero. Después multipliqué 0.95 x 160 y me dio $ 152.

-Male: Yo hice $ 0.95 x 10 que me dio $ 9.5. Hice la recta hasta 1000 para saber a 1600, para ver cuántos l. habían gastado. Después sumé 1000 + 600. Después hice 9.5 x 16 y me dio $ 152.

-Docente: ¿Por qué por 16 y no por 160?

-Nati: Porque ya habíamos averiguado x 10 l. Lo del precio lo aproximé a $1. Como me dio 160, son 16000 centavos. Como lo había aproximado, le resté los centavos que sobraban para saber exacto. Como sobraban 5 centavos por cada peso, los multipliqué por los 160 l. Esos centavos se los quité a los anteriores. Lo dividí por 100 y me dio $ 152.

-Francisco: Hubiera sido más fácil hacer una tabla que una recta.

Conclusiones elaboradas por las docentes a cargo de la experiencia

Los alumnos que más se involucraron en el proyecto fueron generalmente aquellos más fuertes en el área de matemática y éstos son también los que realizaron un avance mayor del pre al post test que los otros.[6]

No todos los problemas presentaron para todos los alumnos el mismo nivel de dificultad. Muchos tuvieron dificultates para comprender las situaciones, sobre todo en los casos en que los contextos no les resultaban familiares. En relación con el problema del festival de rock (Cuadro No. 1, 3B), un alumno dijo “No se puede saber si se hizo el festival en un año 15 veces o 1 vez cada año. Se pudo hacer por primera vez este año.” En trabajos futuros, sería importante cerciorarse de que éstos queden claros. En el problema de las tablas (Cuadro No.1, 4B), algunos pensaron que las maderas no se pueden pegar y otros argumentaron que sí es posible, y que eso depende de para qué se usen los tablones. Algunos alumnos mostraron una tendencia a cuestionar la información dada en los problemas, aduciendo que tal como estaban éstos no podían resolverse. Frente al problema del ascensor, la opinión de Victoria fue la siguiente: “En realidad no se puede saber por qué en el ascensor entran 24 personas porque si hay bebés, los bebés también son personas, y pesan menos. Y también si entran personas flacas, también puede ser que entren más personas y si entran gordos, no entran 24 personas. Así que ni con cuentas se puede saber!”

En muchos casos, los alumnos se vieron influidos por sus pares en cuanto a la interpretación de los contextos. Notamos un cambio en la cultura del aula: se comenzó a valorar el escuchar, hacerse comprender y pedir y dar razones y justificaciones. Enfrentarse con situaciones en las que la aplicación de las operaciones aritméticas requeridas a primera vista por la estructura del problema daban lugar a respuestas incorrectas y soluciones absurdas, llevó a los alumnos a reconsiderar sus supuestos acerca de la relevancia de los contextos. A medida que los alumnos se fueron acostumbrando a trabajar con esta metodología se fueron entusiasmando y comenzaron a tomarle el gusto a la matemática.

[6] Verschaffel y de Corte (1997) obtuvieron resultados similares.

SEGUNDA PARTE

Análisis realizado en conjunto por los docentes y sus capacitadores

El informe presentado por las docentes generó por parte de las capacitadoras una serie de acciones. Estas acciones están motivadas por la meta global de contribuir a la transformación de la práctica docente en la dirección de una toma de conciencia de la relevancia de los contextos en el aula de matemática. Para ello convenimos con ellas en los siguientes puntos:

a) Analizar los problemas desde el punto de vista de la noción de contexto realista trabajada en el curso.
b) Revisar y en lo posible mejorar la metodología empleada para el análisis de resultados.
c) Evaluar las inferencias realizadas por los docentes en relación con la experiencia realizada.
d) Contribuir al análisis y la interpretación de los comentarios y producciones de los alumnos.
e) Efectuar una devolución que provoque, tanto por parte de las docentes a cargo de la experiencia como por parte del resto de los participantes del curso, al análisis crítico de la tarea de enseñar la matemática.

a) Análisis de los problemas y sus contextos

Al revisar la noción de contexto junto con las docentes, ellas mismas notaron los siguientes errores:

1) El problema de inicio: los números seleccionados alejan al problema de la realidad. El objetivo de este problema fue averiguar si los alumnos pondrian en juego su sentido común, respondiendo que los pájaros habrían salido volando al escuchar los disparos. Lo absurdo de la situación restó toda verosimilitud a la tarea, logrando una vez más que los alumnos usaran el algoritmo convencional de la resta sin detenerse a pensar en el sentido del problema. A problema "escolarizado," respuesta "escolarizada."

2) El problema casamiento - invitados - empanadas (Cuadro No. 2, módulo B) es una situación “camuflage” donde el contexto sólo sirve como revestimiento formal de la situación de cálculo, en este caso de división. La estructura matemática prima sobre la lógica de la solución, dando lugar a cuestionamientos irrelevantes en la realidad. (¿Qué importa cuántos se come el cocinero si cumple con la cantidad de empanadas a entregar? ¿Cómo juzgar lo que pasa en la cocina como cierto? ¿Mintió el cocinero o contó mal? ¿La distribución por platos es siempre homogénea? Etc.)

3) Dado el desconocimento por parte de los alumnos de la frecuencia con que se realiza este evento, el problema acerca del festival de rock Torhout/Werchter (Cuadro No 1, 3B), dio lugar a respuestas divergentes. (por ejemplo: “No se puede saber si se hizo el festival en un año 15 veces o 1 vez cada año. Se pudo hacer por primera vez este año”). Esto podría haberse evitado substituyendo esta situación por otra equivalente relacionada con un acontecimiento local.

b) Análisis de los resultados obtenidos por los alumnos

En base a la lectura de las conclusiones aportadas por los docentes, surgen preguntas tales como: ¿Qué tipo de respuestas se juzgaron correctas para esta experiencia? ¿Se notó un cambio en la disposición de los alumnos hacia dar una mayor significación y relevancia a los contextos? ¿En qué medida esta nueva disposición afectó su capacidad para resolver los problemas?

Al analizar los resultados, notamos la falta de explicitación de los criterios utilizados para categorizar las estrategias y respuestas de los alumnos, aunque las conclusiones evidencian que las docentes manejaron categorías a nivel intuitivo. Esto nos llevó a releer el trabajo de Verschaffel y de Corte (1997), con atención a la metodología que estos utilizan para evaluar el trabajo de los alumnos. En base a esto, elaboramos conjuntamente categorías de respuestas y revisamos nuevamente las producciones de los alumnos a la luz de estos criterios. A continuación se detallan las categorías utilizadas.

Respuestas realistas (R): Surgen a partir del uso efectivo del conocimiento del mundo real acerca del contexto implicado en el problema en una o más etapas del proceso de resolución. Se consideran tanto los problemas con respuestas lógicas como aquellos que sin explicitar cálculos evidencian la consideración efectiva del contexto en cuestión.
Ejemplo: Para el problema del ascensor (Cuadro 1, 1B), Nicolás hace la siguiente tabla:

Personas	24	240	216
Veces que sube	1	10	9

Y responde: *"El ascensor deberá ascender 10 veces para llevar a los turistas a la parte de arriba del edificio"*.

Respecto del problema 5B acerca del llenado del frasco: *"No se puede hacer con precisión porque 4cm abajo no es lo mismo que arriba…Se hacen más de 4cm en el pico"*

Problema 4B: *" Puedo serruchar 8 de 1m porque de cada uno corto 2 y los 50cm que sobran los tiro"*

Respuestas no realistas (NR): Resultan de una aplicación de una operación aritmética implicada en el problema de una manera directa y no crítica, anticipada al análisis.
Ejemplos: Para el problema de los amigos invitados a la fiesta (Cuadro 1, 2B), una alumna hace el siguiente cálculo rápidamente:
"13 +10 = 23 amigos. 13 de Jorge y sus amigos y 10 de Carlos y sus amigos"
Problema 4B: *"Son 10 porque 2,5 x 4 son 10 tablones"*

Error técnico (ET): Resultan de la aplicación directa de una operación aritmética provocada por el enunciado, pero difieren de las respuestas no realistas por cambiar los números dados o una inadecuada ejecución de la operación.

Ejemplos:
Problema 4B: *"2,5 x 100"*
Problema 5A: *"216 seg = 2, 16 minutos"*
Para el problema del ascensor, un alumno realiza la siguiente cuenta: 228 : 24 = 90. Luego dice:*"El ascensor debe subir 91 veces para que lleguen todos arriba, porque en la cuenta me dio 90, pero 12 turistas faltaban así que 1 vez más."*(Acá se une la cuenta mal hecha y la falta de sentido común para juzgar el resultado)

Otra respuesta (OR): En esta categoría se incluyen todas aquellas respuestas que no pueden ser clasificadas como pertenecientes a las categorías anteriores ya sea por tener operaciones incorrectas o porque no se logra comprender la argumentación.

c) Organización de la información

Una vez realizado nuevamente el análisis de las producciones de los alumnos a la luz de los criterios antedichos y triangulándose las categorizaciones de respuestas entre docentes y capacitadores, decidimos organizar la información en una tabla, para asi poder comparar y contrastar las respuestas de los alumnos en cada uno de los problemas de las pruebas inicial y final.

Tabla 1 Comparación de resultados entre la evaluaciones inicial y la final

	Evaluación inicial (38 alumnos)						Evaluación final (39 alumnos)				
	Tipo de respuestas (%)						Tipo de respuestas (%)				
Problema	R	NR	ET	SR	OR	Problema	R	NR	ET	SR	OR
1A colectivo	10	60	10	10	10	1B Ascensor	54	15.3	28.2	0	2.5
2A Diploma	0	45	35	20	0	2B Cumpleaños	28.2	69.2	2.5	0	0
3A Director	2.5	30	35	32.5	0	3B Festival	10.25	72	10.25	7.5	0
4A Soga	18.4	10.5	50	18.4	26	4B Madera	48.7	23	7.7	10.25	10.25
5A Nadador	0	0	5.3	26.3	68.4	5B Frasco	43.6	41	2.6	10.2	2.6

A partir de la lectura crítica de la tabla, surgen las siguientes conclusiones:

- Entre la primera y la segunda evaluación bajan drásticamente los porcentajes de "sin respuesta" y de "otras respuestas".
- En la evaluación final aumentan considerablemente los porcentajes de respuestas realistas y no realistas y disminuyen los errores técnicos (salvo en los problemas 1A y 1B).
- Los porcentajes de respuestas realistas tanto en la evaluación inicial como en la final tienen marcadas diferencias según los problemas.
- En la prueba final, en los problemas 2 B y 3 B, aumentan notoriamente las respuestas no realistas con respecto a los problemas correspondientes de la prueba inicial.
- El problema 4B (maderas) posee el mayor porcentaje de SR y OR en la prueba final, mientras que el problema más dificultoso en la prueba inicial fue el del nadador, 5A.
- Los problemas ordenados en relación al mayor porcentaje de respuestas realistas en la prueba inicial fueron 4-1-3-2-5, mientras que en la prueba final fueron: 1-4-5-2-3.

d) Interpretación de los resultados

Como lo anticipabamos, los resultados obtenidos concuerdan fuertemente con los obtenidos por Verschaffel y sus colegas:

- Los problemas de división, donde debían tener en cuenta el resto; fueron en donde los alumnos obtuvieron mejores logros.
- Los más dificultosos fueron:

a)Los problemas 2A y 2B, que poseen distinto grado de dificultad lógica con respecto a los otros ya que admiten respuestas múltiples.

b)Los problemas 3 A y 3B exigen el uso correcto del calendario como referente mental donde importan los intervalos temporales transcurridos y no el resultado de una resta

- El problema 4B presentó confusión a los alumnos al centrarse en la posibilidad de usar todos los pedazos y no centrarse estrictamente en la información del problema, que decía cuántas tablas de 1m se podían serruchar.

- El problema 5 B (frasco) resultó más sencillo a los alumnos que el 5B del nadador, posiblemente por la presencia del dibujo.
- El problema 3B debió ser cambiado por un evento conocido por los alumnos. El no saber la frecuencia estipulada para el festival de rock (implícitamente dada por la naturaleza del mismo en Bélgica) confundió a los alumnos. Se debería haber utilizado un acontecimiento conocido por los alumnos como,por ejemplo, las Fiesta Annual de las Colectividades.
- Finalmente, y como era de esperar, los problemas en contextos donde los alumnos parecieran tener mayor experiencia como los de colectivo, ascensor y soga obtuvieron el mayor porcentaje de respuestas lógicas y correctas.

Conclusiones: Entre el problema del contexto y el contexto del problema , nuevas perguntas

A continuación citamos las reflexiones de las docentes que realizaron esta experiencia:

"Nos resultó difícil seleccionar situaciones problemáticas realistas porque no teníamos suficientemente en claro las propiedades de éstas ni tampoco qué contextos resultarían significativos para nuestros alumnos. Una vez que nos reunimos con los capacitadores y analizamos el material obtenido, comprendimos la verdadera diferencia entre problemas acertijo o puzzle y contextos. También notamos que al trabajar de este modo capacitamos a los alumnos para que en el futuro puedan analizar criticamente y con mayor profundidad las formas de pensamiento matemático que se usan en la vida diaria y en la ciencia y la tecnología y que por cierto difieren en gran manera de nuestras prácticas escolares habituales. Aprendimos a iniciar discusiones manejando nuestra ansiedad e incertidumbre acerca de las posibles respuestas de los alumnos, dando lugar a una producción colectiva de ideas y argumentos. Los alumnos ni querían salir a recreo ni nosotros irnos de la clase. La búsqueda del justo equilibrio "entre la fuerza de la instrucción y la libertad del aprendizaje de enseñar"[7] es un proceso arduo y lleno de obstáculos pero es a la vez una elección que crea un mayor compromiso por parte de docentes y alumnos con la tarea de enseñar y aprender matemática.

Como capacitadoras, esta experiencia nos lleva a una mayor toma de conciencia de:

- las dificultades y los obstáculos para la comprensión, por parte de los docentes, de la noción de contexto tal como se la utiliza dentro de la matemática realista;

- la necesidad de incluir en cursos, seminarios, y talleres de capacitación el análisis crítico, el diseño y la puesta prueba de contextos y situaciones problemáticas desde el punto de vista de la lógica de lo cotidiano, el sentido común, y el potencial de estos contextos y situaciones para generar procesos de modelización y simbolización matemática; y

- la indispensabilidad de un cambio radical a nivel de la cultura del aula, desde el modelo docente conocedor- problema estereotipado- alumno dependiente , hacia el modelo docente como mediador entre el saber matemático informal de los alumnos y la matemática formal, provocador de discusiones y generador de preguntas, capaz de devolver a los alumnos el control de las situaciones "manejando la ansiedad e incertidumbre acerca de las posibles respuestas de los alumnos" y abriendo el discurso pedagógico y la negociación hacia las nuevas normas (de autonomía, interacción, cooperación, respeto por el razonamiento ajeno) que se deben introducir en la clase para que esta tarea de frutos.

El análisis de la práctica de los docentes puso de manifiesto las dificultades que tienen los docentes para comprender y hacer uso de, sin banalizar, la noción de contexto realista. Esto incluye

---

[7] "… guiding reinvention means striking a subtle balance between the freedom of inventing and the force of guiding, between allowing the learner to please himself and asking him to please the teacher" (Freudenthal 19991, p. 48).

tanto el sentido amplio de esta noción--realista no significa realmente existente, sino realizable o imaginable--como el carácter relativo de la misma: que un contexto sea o no realista depende de la experiencia previa de los alumnos y/o de su capacidad para imaginarlo o visualizarlo.

Dicho esto vale subrayar una vez más que no se trata de utilizar la realidad como única fuente de actividades en el aula de matemática. Hacer esto limitaría seriamente las oportunidades para que los alumnos aprendan a matematizar en el eje vertical, esto es, a operar dentro del ámbito mismo de la matematica. De los que se trata es de incorporar al aula un modo de trabajo en el cual la pregunta por el sentido de la actividad matemática tenga lugar, donde haya espacio para que los alumnos contribuyan a la discusiones no sólo acerca de sus estrategias y las soluciones sino también y sobre todo **en lo que respecta a interpretación de las situaciones problemáticas mismas**. Lave (199) afirma que

> "…para saber algo, el que aprende debe estar separado o distanciado de la experiencia situada en un contexto específico para así comprenderla; así que el que aprende debe extraer características y transferirlas a una variedad de situaciones nuevas en las cuales éstas pueden ser reconocidas como aplicables. La escuela se define como un lugar en donde la gente aprende "fuera de contexto", aprende conceptos generales, o se prepara para el mundo fuera de la escuela. Quizás la escuela incluya problemas de palabras *porque están allí* (y lo han estado por varios cientos de años). Aprender sobre lo que tratan los problemas de palabras, cuando estos escenarios cotidianos están estilizados y distanciados de las escenas y las experiencias que representan, es un proceso sistemático por el cual los niños absorben un género de actividad que es la resolución de puzzles" (….p.)

O, como nos recuerda Meira (2000),

> "…la práctica escolar puede llevar consigo actividades matemáticas que no son ligadas al mundo real extraescolar de forma obvia y directa, desarrolladas en el sentido de construcción de significados robustos ligados a lo cotidiano de los niños dentro de la escuela en tanto es posible también pensar tareas culturalmente ligadas a la escuela como una práctica cotidiana específica" (p. 69)

Coincidimos con estos y otros autores que las prácticas de matemática dentro y fuera de la escuela son siempre diferentes porque se trata de ámbitos e instituciones diferentes. Aún cuando se intente importar el afuera hacia adentro (por ejemplo, mediante el trabajo con situaciones familiares dela vida cotidiana como el supermercado, el colectivo, el correo, etc.), a la hora de resolver problemas de matemática, la lógica escolar seguirá funcionando en el aula. Esto es así porque se trata de la escuela como institución, dentro de la cual el modo de hacer las cosas (resolver problemas, calcular, aproximar, etc.) responde a una lógica diferente de lo que acontece afuera de la escuela. En el primer caso se trata de enseñar y aprender, y este es el objetivo último de la resolución de problemas en la escuela (Walkerdine 1988, Nunes y otros 1993, Säljö 1993, Lave 1997). En el segundo caso, la matemática funciona como medio o herramienta para conseguir lo que se busca (e.g. manejar un presupuesto limitado, comparar y elegir entre dos ofertas diferentes, y llegar a fin de mes!) y no como disciplina escolar y campo del conocimiento.

Desde 1999, el GPDM (Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática) se dedica a la tarea de estudiar, traducir, adaptar y poner en práctica las contribuciones de la didáctica realista a la enseñanza de la matemática. No nos mueve la intención de adoptar una serie de consignas o recetas.

Lo que nos interesa de RME es que esta perspectiva permite la apertura del aula de matemática al sentido común, la imaginacion, el deseo de aprender, y el potencial de matematizar de los alumnos. Lo que hemos hecho hasta ahora es modesto y es mucho lo que tenemos por delante en la tarea de diseñar, adaptar, probar, revisar y difundir secuencias didácticas para el trabajo en el aula, utilizando como inspiración los materiales producidos por la corriente realista. (Y todo esto sin casi nada de recursos!) Sin embargo, aun si tuvieramos materiales realistas al alcance de la mano, la cosa no terminaría ahi. Utilizar contextos y situaciones razonables e imaginables es condición necesaria pero no suficiente para transformar la práctica en una dirección realista. Para desconsuelo de los tecnócratas, no hay material didáctico a prueba del docente. Testimonio de esto son las deformaciones y banalizaciones que sufren los materiales curriculares realistas en manos de docentes que no entienden la filosofía subyacene al deseño de estos materiales.[8] Si no se da a los docentes la oportunidad de re-aprender y re-pensar la matematica que enseñan desde la prespectiva de la matematización progresiva, ni el mejor material del mundo va a lograr resignificar la práctica de la matematica escolar y hacer este modo de saber accesible a todos los alumnos. Esto pone una vez más a la cabeza de las agendas "para el cambio" la ardua y costosa tarea de capacitar a los docentes.

Por último, la reflexión conjunta de capacitadores y capacitandos acerca de los logros y las limitaciones de esta y otras experiencias didácticas, nos recuerda una vez más que la tarea de capacitación de docentes es un proceso espiralado que va de la práctica a la teoría, desde ésta, reconstruida otra vez a la práctica y asi sucesivamente, en un camino incierto en busca de aquellos modos que mejor permitan dar cuenta de la complejidad de los procesos de enseñanza/aprendizaje y preparar a los docentes para enfrentar los dilemas de su práctica en el aula de matemática.

Bibliografía

Abreu, G. de, 2000. *El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos*, en Gorgorió, Balachef y otros (comp.), *Matemática y educación. Retos y cambios en una perspectiva internacional*. ICE, Universidad de Barcelona, Ed. Grao.

Carraher, T., D. Carraher. y A. Schliemann, 1987. *Written and oral mathematics*, Journal for Research in Mathematics Education, no.18 (2): pp. 83-97.

Collado, M. y otros, 2000. *El colectivo y las operaciones de suma y resta*, Documento Interno del GPDM.

de Corte, E. y otros, 1998. *Design and Evaluation of a Learning Environment for Mathematical Modeling and Problem Solving in Upper Elementary School*, ponencia presentada en el Simposio EARLI SIG "Instructional Design for Problem-Based Learning," en Maastricht, Holanda (26-7 de junio).

de Lange, J.,1996. *Real problems with Real World Mathematics*. Ponencia presentada en el ICME 8 (julio) en España.

Dickenstein y otros, 1999. *Pensar con matemática 5*. Ed. Estrada. …

Freudenthal, H., 1985. *Mathematics starting and staying in reality* en *Developments in School Mathematics Education Around the World*, texto compilado por Wirszup y Streit, Reston, VA: NCTM. (Traducido .Documento Interno del GPDM).

Freudenthal, H., 1991. *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Goffree, F., 2000. *Principios y paradigmas de una educación matemática realista*, en Gorgorió, Balachef y otros (comp.), *Matemática y Educación. Retos y cambios en una perspectiva internacional*, ICE, Universidad de Barcelona, Ed. Graò

Gravemeijer, K., 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*, Utrecht: Freudenthal Institute.

Greer B., 1993. *The mathematical modeling perspective on wor(l)d problems*, Journal of Mathematical Behavior 12: pp. 239-250.

Gysin L., 1997. *¿Por qué? …¿Cómo?…¿Cuál? Hacia una mejor comprensión de los CBC de matemática para la EGB*, en *Los CBC y la enseñanza de la matemática*, Ed. A-Z.

Keitel, C., 1993. *Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematics teaching in application*, en J. de Lange y otros (comp.), *Innovation in Maths Education by Modelling and Applications*. New York: E. Horwood.

Lave J., 1997. *Word problems: A microcosm of theories of learning*, en P. Light y G. Butterworth (comp.), *Context and Cognition*, Nueva York y Londres: Harvester Wheatsheaf (pp.74-92) [Versión traducida al castellano: Los problemas de enunciado verbal: Un microcosmos de teorías del aprendizaje, Documento Interno del GPDM].

[8] Nos referimos aqui al uso de *Mathematics in Context* en distritos y escuelas de la ciudad de Nueva York (y otros centros urbanos). Por razones muy complejas de detallar aqui, que incluyen la falta de presupuesto y de respeto por los docentes, en estos lugares se le impone a los docentes el uso de estos (u otros) materiales curriculares sin dársele la capacitación necesaria para una implementación apropiada de los mismos.

Lemke, J., 1990. *Talking Science: Language, Learning, and Values*, Norwood, N.J.: Ablex.
Meira, L., 2000. *Lo real, lo cotidiano y el contexto en la enseñanza de las matemáticas*, *Revista UNO de Didáctica de las Matemáticas,*Nº 25 (julio): pp. 59-74.
Nunes T. y otros, 1993. *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
Säljö, R. and J. Wyndhamn, 1993. *Solving everyday problems in the formal setting: An empirical study of the school context as context for thought*, en S. Chailkin y J. Lave (comp), *Understanding Practice: Perspective on Activity and Context*, Cambridge: Cambridge University Press.
Saxe G., 1991. *Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematical Understanding*, Hillsdale: L.Erlbaum Associates.
Skovmose, O., 1985, Mathematical education versus critical education, *Educational Studies in Mathematics* 16 (4): pp. 337-354.
Streefland, L. (comp.), 1991, *Realistic Mathematics Education in Primary School*, Utrecht: Freudenthal Institute.
Treffers, A., 1987, *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction--The Wiskobas Project*, Dordrecht: D. Reidel.
van den Heuvel-Panhuizen, M., 1996, *Assessment and Realistic Mathematics Education*, Utrecht: Freudenthal Institute.
van den Heuvel-Panhuizen, M., 1999. *Mathematics Education in The Netherlands,* ponencia presentada en una Conferencia en la Universidad de Cambridge, Inglaterra.
Verschaffel, L. y de Corte, 1997. *Teaching realistic mahematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders*, Journal of Research in Mathematics Education 1997, Vol 28 N° 5: pp. 557-601).
Verschafel, L., 1997. *Young children's strategy choices for solving elementary arithmetic wor(l)d problems: The role of task and context variables,* en M. Beshuizen y otros (comp.), *The Role of Contexts and Models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures*, Utrecht: Freudenthal Institute.
Zolkower, B., 1994. *Ficciones matemáticas*, Propuesta Educativa, Año 5, No. 11 (Diciembre): 5-18.