<u>*TRES DOCENTES, TRES REALIDADES*</u>

El siguiente artículo corresponde a un proyecto elaborado por tres docentes de enseñanza primaria, integrantes del GPDM, llevado a cabo en tres cuartos grados de escuelas de San Carlos de Bariloche. Su objetivo fue alentar estrategias personales de resolución de problemas de multiplicación y división e introducir nuevos modelos por su riqueza probada dentro de la RME. Si bien este trabajo no reúne los requisitos metodológicos de una investigación rigurosa, tiene el valor de explicitar los procesos de anticipación, reflexión y evaluación de su propia práctica, en concordancia con los principios que sustenta la mirada de la aritmética según la Educación Matemática Realista, pudiendo servir a otros docentes como ejemplo y motivación para trabajos similares de innovación en sus aulas.

<u>*Proyecto*</u>: Multiplicación y división: contextos, situaciones, estrategias y modelos.
Responsables: Docentes Elba Vicens, Ana Castillo y Liana Eduards
Colaboración: Ana Bressan, M.Fernanda Gallego, Betina Zolkower

<u>OBJETIVOS</u>:

- Alentar el uso de distintas estrategias y modelos para la resolución de problemas de multiplicación y división en función de la naturaleza de los mismos.
- Analizar las consecuencias de la enseñanza prematura y única de los algoritmos convencionales para la resolución de problemas de multiplicación y división y su incidencia en la obtención de un pensamiento aritmético flexible por parte de los alumnos.

<u>Primera etapa:</u>

- Búsqueda y elaboración por parte de los docentes participantes en la experiencia, de problemas rutinarios y no rutinarios con distintas representaciones, en base a contextos comprensibles e imaginables para los alumnos, con distintos niveles de dificultad y que permitan diferentes estrategias de solución.
- Anticipación de las estrategias y el uso de modelos posibles para resolver estos problemas.

<u>Segunda etapa:</u>

- Aplicación de un pretest con situaciones que puedan ser resueltas a través de distintas herramientas o modelos además del algoritmo convencional (suma y resta reiteradas, modelo de área, tabla de razones, etc.) (Anexo 1)

<u>Tercera etapa</u>:

<u>Período de instrucció</u>n: (tiempo 2 meses)

- Trabajar en el aula situaciones de multiplicación y división que admiten distintos modelos, explicitando sus ventajas de uso en cada caso.

<u>Cuarta etapa</u>:

- Aplicación de un postest con problemas, mezclando modelos y operaciones. (Anexo 1)
- Recolección de materiales a través de:

a) autorregistros de las clases
b) observaciones hechas por terceros
c) poster con producciones de los alumnos
d) borradores de los alumnos o copias del trabajo de sus cuadernos

<u>CARACTERIZACIÓN DE LAS ESCUELAS DONDE SE LLEVÓ A CABO LA EXPERIENCIA</u>

Esta experiencia se realizó en los 4º grados de tres escuelas de San Carlos de Bariloche con características muy diferentes: una escuela pública (a la que identificaremos con la letra Q); una escuela pública de gestión privada (A) y una escuela privada (T) durante el año 2004. A continuación se extraen textos de los informes de los docentes participantes:

<u>La escuela Q:</u> *es una de las escuelas más antiguas de San Carlos de Bariloche y se halla ubicada en el Barrio las Quintas del Alto de esta ciudad. Es de jornada simple y a ella concurren alumnos de clase media baja, con un número de padres desocupados que perciben algún tipo de Plan Social (Trabajar, Municipal) y otros con trabajos inestables y de baja calificación. Un alto porcentaje de los mismos posee la escolaridad primaria completa, pero no la secundaria.*

<u>Caracterización del grupo de la experiencia</u>

Hasta mitad de año el grupo estaba formado por 10 varones y 16 nenas. Tres alumnos eran repitentes y, en el año 2004, se incorporaron 4 alumnos nuevos, 3 provenientes de otras escuelas y 1 *del turno tarde de la misma escuela, y dos alumnos de nacionalidad chilena. La edad promedio de los alumnos era de 10 años y su asistencia a clase fue regular.*

"Los papás de mi aula se preocupaban mucho por sus hijos y los acompañaban en forma constante a lo largo del año, apoyando mis propuestas".(Informe de A, docente a cargo)

Este grupo trabajó con el enfoque didáctico de la Educación Matemática Realista (Freudenthal) desde 1º grado de primaria y tuvo la misma docente de esta experiencia en 3º grado. Había trabajado con situaciones problemáticas muy variadas, no rutinarias, acompañadas de imágenes, con datos de más, etc. y, sobre todo, en contextos con sentido para ellos. Disfrutaban de los desafíos, para los cuales siempre estaban dispuestos, siendo el área de matemática la que más les gustaba.

Salvo los 4 alumnos nuevos, el grupo ingresó a 4º grado utilizando estrategias variadas para la resolución de problemas, los cuales siempre intentaban resolver, eligiendo a veces algunas muy trabajosas, pero que sin desanimarse, terminaban con el resultado correcto.

La mayoría sabía exponer su estrategia a los demás. Estaban acostumbrados a realizar puestas en común con el objetivo de detectar la estrategia más conveniente, la más fácil, la más económica, etc.

Era un grupo que trabajaba muy bien el cálculo mental, les gustaba hacerlo y eran muy rápidos; lo que los ayudaba al momento de resolver una situación problemática, por ejemplo, para completar las tablas de razones o estimar resultados.

Ya se había trabajado con la multiplicación y la división, afianzando el uso de las tablas de multiplicar y utilizando operaciones inversas (ejemplo: 81: 9 =... porque 9 x 9 =…)

Se notaron diferencias con los alumnos que venían de otras escuelas porque ellos tenían "incorporado casi totalmente el algoritmo convencional y no utilizaban otra estrategia". (Informe de A)

Si bien manejaban los algoritmos de la suma y la resta, no ocurría lo mismo con los de la multiplicación y división, entonces SI usaban otras estrategias.

La escuela A: *es pública de gestión privada (recibe subsidio del estado provincial para solventar los salarios de los docentes y el comedor). Posee Nivel Inicial, Primaria y Secundaria.*

A partir de 4° grado, los alumnos asisten en contra turno a distintos talleres (telar, costura, cestería, carpintería y huerta).

Los alumnos provienen de barrios marginales, cercanos a la escuela y de la periferia de Bariloche, pertenecen a familias numerosas y un alto porcentaje de ellos vive solamente con su madre. La figura del padre está ausente. En sus familias hay un gran nivel de desocupación.

Es evidente la preocupación de la escuela por el grado de violencia de estos niños y se trabaja arduamente para revertir esta situación, implementando talleres de mediación y charlas cotidianas para solucionar conflictos que suceden dentro y fuera de la escuela, ya que en muchas ocasiones los alumnos traen a la escuela la problemática del barrio. Esta última aclaración es oportuna de hacer aquí ya que este aspecto se manifiesta también en las horas de clase y repercute directamente en la dinámica de la misma.

Pese a que estos niños poseen grandes carencias afectivas y materiales, en general tienen buena predisposición para aprender, son curiosos y, frente a situaciones novedosas y creativas, la mayoría responde con interés.

Caracterización del grupo de la experiencia

El grupo, muy heterogéneo cognitivamente, estaba compuesto por 17 varones y 11 niñas. Los varones tendían a imponer su voluntad frente a las niñas, quienes generalmente tenían una actitud muy sumisa.

Desde 1° a 3° grado tuvieron una enseñanza muy tradicional y, en lugar de protagonistas, fueron pasivos receptores de la enseñanza de sus docentes. Situación que fue un obstáculo importante porque les costó acostumbrarse a una metodología distinta, más dinámica e interactiva, donde se les pedían opiniones, y donde la maestra no era la que siempre daba la clase sino que, a veces, eran ellos los que tenían que hacerse cargo de las explicaciones de su trabajo.

Al comenzar el año la mayor debilidad del grupo se presentó en el área de Matemática y sobre todo, en la resolución de situaciones problemáticas, sean escolarizadas o no.

En este aspecto se observó:

- La falta de interpretación y comprensión del problema, con serias dificultades para comunicar lo que decía el enunciado. Cuando se les preguntaba ¿qué dice el problema?, contestaban con la cuenta que tenían que hacer o lo volvían a leer nuevamente.

- La carencia de estrategias. Sólo se les ocurría hacer una cuenta y decían: "Srta, dígame si está bien la cuenta que hice...".

- El desconocimiento de los usos o aspectos de las operaciones, sobre todo de la multiplicación y división. Tenían incorporados los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división pero con dificultades: memorización excesiva y sin entender su significado. El algoritmo de la suma fue el que mejor manejaban.

- La falta de coherencia entre lo que había que averiguar y la respuesta que daban en forma escrita.

También las actitudes fueron un aspecto a considerar, dado que manifestaron:

- Falta de respeto por el trabajo propio y ajeno. No se escuchaban. Los líderes querían imponer con gritos su propio punto de vista.

- Temor al error por la burla de los compañeros.

- Falta de esfuerzo y perseverancia en la resolución.

La escuela T : *es privada, bilingüe y de jornada doble (de 8:00 a 16:00h). Está inmersa en el bosque y de cada salón de clases se puede observar la belleza de la naturaleza que ofrece la costa y el Lago Nahuel Huapi. Posee Nivel Inicial, Primaria y Secundaria.*

Los alumnos que asisten a este colegio son de clase social media-alta, con un alto porcentaje de padres con estudios superiores. La mayoría son empresarios, profesionales y comerciantes. Existe un número significativo de padres separados o familias vueltas a constituir, situaciones que frecuentemente repercuten emocionalmente en los alumnos y, por consiguiente, en su proceso de aprendizaje.

Caracterización del grupo de la experiencia

El grupo de 18 alumnos estaba conformado por 7 varones y 11 mujeres.

Fue un grupo poco participativo, pero comprometido e interesado en lo que se les planteaba, con dificultades para mostrar sus estrategias, con poca tolerancia al error y una actitud negativa hacia la materia.

Asimismo se creían incapaces de resolver por sí solos las situaciones propuestas, manifestando poca autonomía y confianza en sí mismos. También presentaban dificultades en cuanto al cumplimiento de las tareas y a la necesidad de practicar en casa.

En 3º grado habían trabajado con situaciones problemáticas, pero sin profundizar en la propuesta de la Educación Matemática Realista.

Para realizar cálculos mentales usaban la descomposición en decenas y centenas, pero con poca agilidad. No tenían apropiado los algoritmos convencionales de la multiplicación y la división.

El algoritmo convencional de la suma estaba afianzado, no así el de la resta dado que planteaban la cuenta, pero un alto porcentaje de alumnos invertía las cifras para restar. Se trabajó para afianzarlo retrabajando la resta por descomposición.

En el caso de las situaciones multiplicativas por una cifra planteaban el cálculo estándar, pero lo resolvían como suma reiterada o por descomposición del multiplicando en centenas, decenas y unidades, es decir, aplicaban la propiedad distributiva.

En el caso de las divisiones, planteaban la cuenta pero la resolvían por medio de multiplicaciones o descomponiendo el dividendo y, en el caso de que el cálculo no fuera con números altos, lo hacían con dibujos.

Si bien llegaban a plantear las cuentas clásicas, poseían errores en su resolución y no podían justificarlas.

Frente a las situaciones problemáticas manifestaban cierta resistencia y dependencia para resolverlas, les costaba admitir que existieran distintas maneras de resolver un mismo problema.

También se observó en el grupo poca participación en las puestas en común, en las cuales no querían equivocarse, ni valoraban su trabajo.

DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

Primera etapa: Planificación

En el mes de mayo se reunieron las 3 docentes interesadas en llevar a cabo la experiencia, para planificar su desarrollo con los coordinadores del GPDM.

En primer lugar se organizaron las etapas del proyecto: pretest, período de enseñanza y postest.

Luego se seleccionaron los problemas a tomarse en el pretest, de manera que resultaran situaciones variadas por los contextos y los aspectos de las operaciones de multiplicación y división implicados **(agrupamiento, proporcionalidad, filas por columnas, partición o medida, repartir, búsqueda de un factor).** También se anticiparon los estrategias y modelos posibles de ser utilizados para su solución **(el dibujo, la tabla de razones, la suma reiterada, cuentas horizontales o verticales aplicando la propiedad distributiva, cuenta horizontal usando la descomposición multiplicativa en factores, el algoritmo convencional, el dinero, el modelo rectangular)** (Ver Anexo 1)

Segunda etapa: Pretest y análisis de los resultados

El pretest integrado por 7 problemas (uno con dos partes) que figuran en el Anexo 1, se administró en los 3 grupos de alumnos de las escuelas ya caracterizadas.

El código de corrección empleado fue:

- ***Correcto***: si la estrategia y la resolución fueron correctas.
- ***Parcialmente Correcto***: si la estrategia elegida fue correcta pero presentaba errores en la resolución de la misma.
- ***Incorrecto***: si tanto la estrategias elegidas como la resolución fueron incorrectas.
- ***No Hace***: no presenta ninguna estrategia

Los resultados obtenidos fueron:

Escuela Q:

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1A	83%	0%	12,5%	4%
Problema 2A	75%	12,5%	4%	8%
Problema 3A	13%	68%	18%	0%
Problema4A.1	54%	4%	19%	23%
Problema4A.2	87,5%	8%	0%	4%
Problema 5 A	75%	17%	4%	4%
Problema 6A	60%	8%	28%	4%
Problema 7A	84%	8%	4%	4%
Rendimiento	**66,46%**	**15,68%**	**11,18%**	**6,37%**

Expresa la docente experimentadora:

Más de la mitad de los alumnos resolvieron correctamente la mayoría de los problemas, salvo el Nº 3 que resultó ser el más difícil, aunque ninguno dejó de hacerlo. En éste se les planteó la complicación de tener que multiplicar 347 por un número decimal, para lo cual usaron estrategias muy trabajosas y terminaron equivocándose.

El problema Nº 4A2 fue el más fácil, con mayor porcentaje de aciertos y en el que usaron la tabla de razones, un modelo que manejaban con seguridad.

Cabe señalar el bajo porcentaje de alumnos que ***No hace*** *los problemas (4% representa un alumno).*

El problema Nº 4A1 es el que presenta mayores porcentajes en las categorías de ***Incorrecto o No hace*** *consideradas en forma conjunta (42%). Si bien la mayoría encaró correctamente la resolución (seccionar los campos de tulipanes), tuvieron errores en el conteo de los mismos – quizás por ser dibujos muy pequeños- o en el cálculo de las partes.*

Si se toman las categorías ***Correcto y Parcialmente Correcto*** *en forma conjunta, representan aproximadamente el 82% de los alumnos, porcentaje importante que hablaría del buen rendimiento matemático del grupo en este test.*

En cuanto a las estrategias, se comprobó la tendencia generalizada de usar la tabla de razones - ya enseñada en tercer grado- para resolver tanto las situaciones de multiplicación como de división (su uso aparece en 7 de los 8 problemas dados y en 5 de ellos la usan entre el 50% y el 83% de los alumnos)[1]. Entre otras estrategias emplearon la suma reiterada, la descomposición de un factor en la multiplicación, el cálculo mental y el dibujo.

Escuela A:

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1A	75%	20%	5%	0%
Problema 2A	4%	0%	68%	28%
Problema 3A	0%	12%	76%	12%
Problema4A.1	88%	12%	0%	4%
Problema4A.2	61%	23%	16%	0%
Problema 5 A	no se dio			
Problema 6A	0%	88%	11%	1%
Problema 7A	62,5%	29%	8,5%	0%
Rendimiento	**44%**	**25%**	**19%**	**12 %**

La docente experimentadora de este establecimiento expresa:

Los problemas fueron resueltos correctamente por más del 60% de los alumnos, mientras que prácticamente ninguno de los restantes los pudieron resolver en forma correcta. El problema Nº 4A1 fue el de mayor porcentaje de aciertos posiblemente por no haberles presentado dificultad la comprensión del enunciado. Surgieron más estrategias que en los problemas restantes (suma reiterada, descomposición en partes y, luego, suma con resultados parciales y total) y la apertura de los alumnos fue mayor y se mostraron entusiasmados en resolver el problema.

Los problemas Nº2A y Nº3A son los que presentan los mayores porcentajes en las categorías ***Incorrecto y No hace****. En el caso del 2A puede ser que la dificultad se atribuya a la extensión del enunciado lo que los lleva a perderse, hacer cualquier cosa o directamente no hacerlo. En el problema Nº3A, aunque el contexto del dinero era cercano a ellos, el dato de un número decimal fue un obstáculo.*

En cuanto a las estrategias utilizadas, predominó el uso del algoritmo convencional. Sin embargo, cuando los problemas eran de multiplicación por dos cifras, abandonaron esta estrategia, sin poder transferir lo que hacían cuando multiplicaban por una cifra y, por eso, recurrieron a una cuenta de suma reiterada o de resta.

[1] El subrayado es nuestro.

Asimismo, en los problemas en que en la respuesta se debía considerar el resto, contestaron directamente el resultado del cociente obtenido. Al concluir cada problema, se observó que ningún alumno juzgó la razonabilidad de su resultado. El problema 5A no se dio.

Escuela T:

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1A	71%	18%	11%	0%
Problema 2A	36%	30%	17%	17%
Problema 3A	0%	65%	12%	23%
Problema4A.1	75%	12,5%	0%	12,5%
Problema4A.2	65%	6%	29%	0%
Problema 5 A	76%	12%	6%	6%
Problema 6A	30%	64%	6%	0%
Problema 7A	82%	12%	0%	6%
Rendimiento	**52%**	**26%**	**14%**	**8%**

Dice la docente**:**

*Del total de las 8 cuestiones planteadas, más del 60% de los alumnos resolvieron correctamente 5 de ellas. En los 3 restantes los porcentajes fueron inferiores al 40%. Ninguno pudo resolver correctamente el problema Nº3A, quizás por falta de herramientas alternativas al algoritmo convencional y/o poco manejo del dinero. También fue el que presenta el mayor porcentaje en la categoría **No hace.***

*Si se toman las categorías **Correcto y Parcialmente Correcto** en forma conjunta, representan aproximadamente el 80% de los alumnos. Un porcentaje significativo que daría cuenta de la comprensión de las situaciones planteadas y de la posibilidad de encarar alguna estrategia de resolución por la mayor parte de los alumnos del grupo.*

El problema Nº 7A fue el más fácil a juzgar por el porcentaje de soluciones correctas, seguramente por ser un problema convencional y con la pista de la palabra clave "dividida".

En general, las estrategias utilizadas fueron extensas y trabajosas con distinto grado de esquematización. Emplearon el dibujo, el cálculo convencional (que en muchos casos no pudieron resolverlo) y descompusieron un factor y aplicaron la propiedad distributiva. El error más común fue que se perdían en el uso de esta propiedad.

En relación con las dificultades planteadas, la más significativa fue la falta de otras herramientas para resolver determinados problemas, más allá de los algoritmos convencionales. También, la presentación de los problemas no rutinarios y el vocabulario empleado fueron causas de muchas preguntas y cuestionamientos, tales como: ¿qué significa recaudó?, ¿qué es estimar?, ¿qué es etapa?, ¿qué es renovar?, etc.

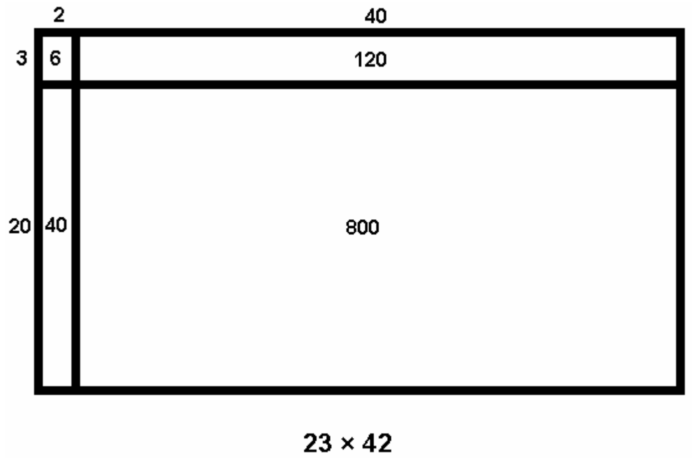
Tercera etapa: Período de enseñanza

En este período las docentes debían dar problemas que alentaran al uso de procedimientos diversos de solución, introduciendo ellos otras herramientas y modelos de resolución para la multiplicación y división, según los contextos de los problemas dados. Ellas acordaron que estos serían:

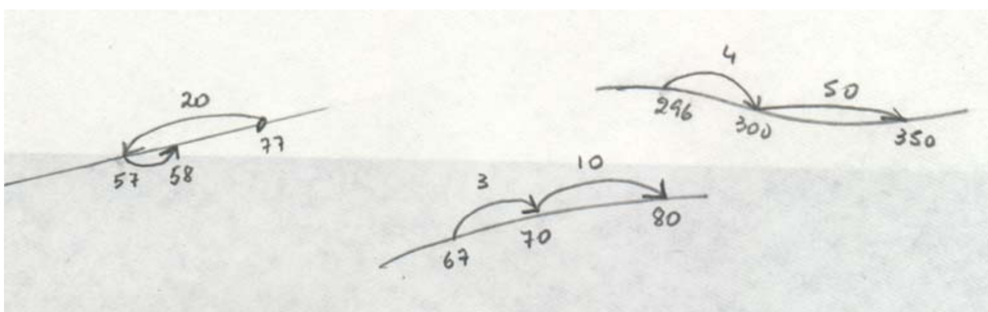
- **La tabla de razones**: es una tabla horizontal de dos filas con varias columnas para organizar situaciones de proporcionalidad, manteniendo un registro adecuado de las operaciones y de sus resultados. Esto crea un patrón visible de razones equivalentes que los estudiantes pueden analizar con facilidad. En cuarto grado se la usa para operar con multiplicaciones y divisiones escalares, aprovechando la propiedad de isomorfismo entre magnitudes proporcionales. (Middleton y Panhuizen, 1995),

		x2		x7	
Pizzas	3		6		42
Niños	5		10		70
		x2		x7	

- **El modelo de área** (rectangular): consiste en representar una multiplicación por un rectángulo de lados igual a los factores intervinientes, los cuales se suelen descomponer en, por ejemplo, miles, cientos y unidades sueltas, que dan lugar a partir el rectángulo mayor en otros que lo integran evidenciándose el uso de la propiedad distributiva. Es el modelo que guarda más relación con el algoritmo convencional de la multiplicación. Los contextos que incentivan su uso son los referidos a disposiciones en filas por columnas.



- **La línea numérica abierta (LNA)**: modelo lineal que ajusta a muchos contextos de la vida real, tales como distancias, temperaturas, colas, fechas, páginas, talles, puntajes, etc. donde se trabaja pensando los números como extremos de un intervalo que se conectan por saltos. Cuando se salta en una línea numérica vacía o abierta, se pueden incluir todo tipo de sumas y restas. Los niños también pueden aprender multiplicación y división haciendo saltos repetidos. La línea numérica abierta es solamente un modelo de apoyo que debe ser superado por cálculos a nivel más formal. Sin embargo, además de ser usado para trabajar las cuatro operaciones fundamentales con números naturales, también da pie al trabajo con operaciones con fracciones, porcentajes, razones, decimales, etc. (Menne, 2004). En los ejemplos se presenta el uso de la línea para efectuar: 77-19; 296 + 54 y 80-67



El modo de presentación de estos modelos/herramientas que se convino fue el siguiente: dar el problema, confrontar con la clase los modelos y estrategias usadas por los alumnos y proponer el nuevo modelo y su forma de uso, como una solución más. Dar otros problemas que podrían llevar este modelo, analizando sus ventajas, pero no imponiendo su uso como único recurso. (En el anexo referido a los problemas del pre y postest se destacan los modelos posibles de ser trabajados con ellos, además de los algoritmos estándares)

A continuación se expone lo expresado por cada docente acerca de este período

Escuela Q: 21 horas cátedra.

La mayoría de las clases comenzaban con un trabajo de resolución de cálculos mentales: de multiplicación y de división. Luego se realizaba la puesta en común de las situaciones resueltas: presentación de las estrategias empleadas, análisis y evaluación de la más conveniente.

Los problemas de multiplicación y de división que se resolvieron, fueron dados mezclados:

El modelo de la tabla de razones fue el más usado por los alumnos, seguramente porque ya lo tenían incorporado de 3º grado.

En cuanto a la resolución de los problemas, se les proponía que los resolvieran solos y que leyeran las veces necesarias antes de comenzar, mientras que las puestas en común se realizaban siempre en forma de plenario.

Una vez que todos leían el problema, se les daba la oportunidad de preguntar si había alguna palabra o algo en el enunciado que no estuviera claro. Los alumnos sabían que podían consultar, pero que no siempre obtendrían una respuesta acerca de la solución. Se leía una vez y otra vez la situación con ellos o se les pedía que lo hicieran solos para que tratasen de empezar y se les decía: "dale, si lo leés otra vez despacito, seguro que podés resolverlo".

Se insistió mucho en que observaran muy bien las imágenes que acompañaban a los enunciados de las situaciones y que debían tomarse un tiempo para mirar.

Cada vez que se entregó una situación distinta a las habituales (campo de flores, pelotas de golf, estantes con latas, etc.) se propició el diálogo.

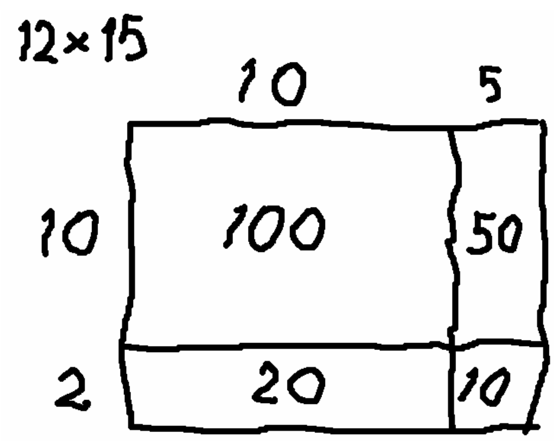
Las consultas versaron sobre si podían usar tablas, cuenta, hacerlo mentalmente, dibujar, separar monedas de pesos, calcular mentalmente: 10 monedas de 25c = \$2,50 entonces 100 monedas de 25c = \$250. Las preguntas se devolvían al grupo: "¿qué les parece?, ¿por qué creen que *es conveniente usar una tabla?, ¿están seguros que esa es la estrategia más conveniente para resolverlo?, ¿se podría resolver de otra manera más rápida?"*

Continuamente se trató de guiarlos a que piensen cómo resolver brindándoles, en general, poca ayuda. Permanentemente se les pidió que escribieran todo lo que pensaban en su hoja de trabajo. En algunas ocasiones se les solicitó que fueran ellos los que explicaran a los que no podían comenzar y les dijeran cómo podían resolver los problemas.

Respecto de la línea numérica abierta, ya en 3º grado los chicos la conocían y la manejaban muy bien para la suma y sobre todo, para la resta. Pero, como tenían la tendencia de hacer todo mentalmente, la fueron dejando de usar y en 4º grado, cuando se les pedía que resuelvan un problema usándola, se resistían bastante porque decían que ya no la necesitaban. Ellos, y los papás (!) ya querían las cuentas paradas. Con la multiplicación no la usaron porque no le encontraban utilidad.

En 3º grado se había presentado el modelo rectangular para resolver multiplicaciones del tipo 12 x18 (se les entregaba una fotocopia donde ellos podían hacer los recortes que les fueran útiles para multiplicar usando cálculos conocidos, por ejemplo descomponían el 12 en 6+6 y el 18 en (10 +8) y resolvían sobre el rectángulo: 6 x10 + 6 x 8 + 6 x 10 + 6 x 8 o cualquier otra descomposición que se les ocurriera hacer de ambos factores. Luego se constataban las soluciones. También se usó este modelo en ese grado, con la finalidad de que analizaran la propiedad conmutativa de la multiplicación, viendo en papel cuadriculado todas las descomposiciones enteras de un rectángulo de 24 cuadraditos, por ej: 12 x 2; 6 x 4; 8 x 3; 2 x 12; 1 x 24; 4 x 6; 3 x 8, etc. (En el momento no les dije el nombre de la propiedad; si sabían que si 4 x 8 era 32, entonces 8 x 4 era 32)

En 4º grado se presentaron algunas situaciones con distribuciones rectangulares, tales como un campo de flores, una plancha de etiquetas o de stickers. Si bien la intención era que fuera un modelo que los ayudará en la multiplicación por dos cifras: 15 x 12 por ej., ellos primero trabajaban sobre el dibujo de la situación (no descomponían los números y luego partían el dibujo en función de esa descomposición). Partían el campo y resolvían por partes y luego dibujaban el rectángulo (como un área) y colocaban los números en los lados:



Posteriormente abandonaron el modelo de área y empezaron a usar directamente la propiedad distributiva escribiendo, por ejemplo:

15 x 12 → 15 x 10 15 x 2
150 30 = 180.

La tabla de razones se introdujo en 3º grado como una estrategia para resolver situaciones problemáticas, tanto de multiplicación como de división, antes de que conozcan el algoritmo convencional. Fue también muy útil para el aprendizaje de las tablas, la memorización. Como les gustaba el cálculo mental enseguida empezaron a buscar la forma de acortar el trabajo, haciendo multiplicaciones o divisiones por números mayores y bien buscados). El uso de la tabla les daba seguridad y sobre todo orden en la resolución, veían y seguían paso a paso lo que estaban resolviendo. También era fácil encontrar los errores en ella.

Mientras los chicos resolvían, yo observaba e iba anotando las estrategias más interesantes para luego compartir en la puesta en común. Recoger las producciones de los chicos casi siempre, me facilitaba la organización de la misma. Ella radicaba en la presentación de las estrategias empleadas por los alumnos, por lo general traídas en un poster preparado por la docente, para ser analizadas y evaluar las ventajas de las más eficientes.

Escuela A: 32 horas cátedra

Desde que comenzó el año, las situaciones problemáticas se trabajaron durante todo el año dos veces por semana, debido a las dificultades que presentaban los alumnos.

Con el propósito de mejorar su forma de resolver problemas, se elaboró con ellos el siguiente plan de trabajo que se escribió en una lámina, se puso en el frente y, cada vez que tenían que abordar un problema, los alumnos leían los pasos:

FRENTE A UN PROBLEMA ¿QUÉ TENGO QUE HACER?

1. *Leerlo.*
2. *Entenderlo. Interpretarlo. Contar a los demás de que se trata el problema*
3. *Reconocer los datos necesarios para resolverlo y qué tengo que averiguar*
4. *Resolverlo ¿Cómo?*
   Con un dibujo.
   Con una cuenta. *Se fueron incorporando a medida*
   Con una tabla de razones. *que se iba trabajando.*
   Con una línea numérica.
5. *Escribir la respuesta (acorde a lo que tengo que averiguar).*

En las clases, la docente copiaba el problema en el pizarrón y los alumnos lo hacían en sus cuadernos o bien, les entregaba una copia con el mismo. Al principio, mientras iban copiándolo, vociferaban la cuenta que tenían que hacer (bien o mal) y no dejaban lugar para pensar y reflexionar.

Al principio les interesaba hacerlo rápido para "sacárselo de encima". Había gran ansiedad en el que lograba resolverlo fácilmente y demasiada pasividad en quién no lograba hacer nada. Esto se fue revirtiendo poco a poco.

Una vez dado el problema se les daba tiempo para leerlo en forma individual y, a medida que surgían dudas o preguntas, iban levantando la mano. Terminado ese tiempo varios alumnos leían y se les pedía que lo explicaran con sus palabras. En ese momento se solventaban todas las dudas. Una vez asegurada la comprensión se ponían a trabajar.

En varias oportunidades se intentó trabajar los problemas en grupo, pero se observó que los alumnos que tenían mayor dificultad se copiaban de los otros. Por eso se optó por el trabajo individual.

En las puestas en común, la docente indicaba que pasara un alumno y los demás se enojaban mucho si el expositor no podía explicar con claridad la solución. Esto ocasionaba peleas y burlas que, inclusive, continuaban hasta el recreo.

Durante las clases, la docente recorría los bancos o grupos de trabajo, observando el trabajo de los alumnos. A veces les daba algún apoyo o ayuda a los que lo necesitaban, ya que aquellos con mayores dificultades no preguntaban y se quedaban sin hacer nada hasta la puesta en común.

Para la puesta en común se presentaban todas las estrategias, de las más simples a las más complejas, correctas e incorrectas. Frente a varias estrategias correctas se analizaba la más económica y clara para elevar el nivel de matematización.

Los nuevos modelos fueron presentados por la docente en las puestas en común y, una vez comprendidos, los alumnos se apropiaron o no de ellos.

La línea numérica fue presentada a los alumnos, para la suma y la resta, tanto como para algoritmos puros o para resolver cualquier problema y llegar al resultado. La idea era que los alumnos se apropien de ella y que la usen en otras situaciones que no sea la cuenta. En realidad, lo que sucedió fue que el día que se trabajaba bien esa herramienta, la usaban pero después en otras situaciones, no fue espontáneamente incorporada. Ha de tenerse en cuenta que estos alumnos tenían "enquistados" los algoritmos tradicionales y cuando se les pedía que usarán la línea, la usaban para conformar al docente, pero al lado hacían la cuenta tradicional, para corroborar si el resultado estaba bien.

El modelo rectangular se trabajó muy poco. Se propusieron contextos con baldosas, plantaciones de flores o escenarios como el cine o las tribunas, pero no fue lo suficientemente explotado. Fue un error mío no trabajar más este modelo, quizás por esa razón no se observó un progreso en el uso del mismo. Hubiera faltado más análisis del modelo para que se pudieran apropiar del mismo.

La tabla de razones, fue el modelo, con mayor aceptación. Fue novedoso, divertido, de fácil acceso para los alumnos, ya que les permitía resolver operaciones de multiplicar y dividir, lo usaban sobre todo, para la multiplicación por dos cifras. Se manejaban con soltura con ella. Seguramente, como fue el modelo más aceptado se le dio mayor tiempo para analizarlo, los alumnos mostraron diferentes modos de resolución, y los hechos numéricos que se habían trabajado se evidenciaron en su uso (multiplicación por 10, 5, 20, 100, uso de la mitad, el doble, el triple, etc etc), enrriqueciéndose el cálculo mental. (Este modelo fue usado hasta 7º grado. Esto lo puedo decir con certeza, ya que volví a tener esos alumnos en ese grado en el 2007 y para trabajar proporcionalidad fue usada totalmente, enriqueciéndose con el análisis de otras propiedades)

La docente registraba en su carpeta las estrategias de los alumnos, los modelos usados y también comentarios textuales, tales como: "el problema resultó complicado, tendría que cambiar los números", "habría que haber explicado el significado de la palabra envasar con mayor claridad ya que fue un obstáculo, "A Florencia, Tamara, Soledad les costó mucho resolverlo" para tenerlos en cuenta en las puestas en común y en el trabajo futuro.

Escuela T: 28 horas cátedra

Las situaciones seleccionadas fueron dadas mezclando problemas de multiplicación y de división. En cada clase, la selección de los mismos tenía como objetivo el uso de un modelo *determinado y, si esto no sucedía, era dado por la docente en la puesta en común como una estrategia más.*

En algunas situaciones se mostró el uso de la línea numérica abierta como modelo de las mismas o como herramienta de cálculo, pero los alumnos no la tomaron a pesar de que ya la conocían del año anterior, manifestaban resistencia a uso de la misma. Quizás la realidad era que no la notaban apropiada para las situaciones planteadas.

El modelo rectangular se presentó para mostrar y evitar errores en la descomposición de los factores para el uso de la propiedad distributiva. No se apropiaron, pero cada vez que surgía este error era presentado nuevamente. También se mostró en estrategias dadas para analizar.

Fui yo quien presenté la tabla de razones, en mi grado, ya que los chicos no la conocían. Al principio usaron muchos pasos en su desarrollo, pero cuando la situación fue con números más grandes vieron la necesidad de acortarla y en la medida que los chicos acortaron pasos usando distintas estrategias, éstas se analizaban en las puestas en común. Se apropiaron rápidamente de esta herramienta, ya que les permitía resolver fácilmente situaciones de multiplicación y de división

Una vez dados los problemas en fotocopias o copiados del pizarrón, se les daba tiempo para leerlos, que subrayaran los datos que debían usar, se hacían aclaraciones de vocabulario y se aclaraban dudas. Mientras los alumnos trabajaban, la docente recorría los bancos guiando a quienes equivocaban el camino, solicitando en este caso que volvieran a leer el problema y, al mismo tiempo, seleccionando las estrategias para la puesta en común.

El trabajo fue siempre en forma individual, modalidad decidida porque observé que en varias situaciones, trabajaban algunos y otros tomaban un papel pasivo, esperando que resuelvan los más emprendedores

Cuando en un problema había un alto porcentaje de alumnos que no lo entendían, se paraba la clase por unos minutos y se solicitaba a quienes habían comenzado a resolverlo que explicaran qué estrategia estaban usando. Esto permitía encontrar un camino a los que no se les ocurría cómo comenzar.

Finalmente se hacía la puesta en común. Al principio la participación fue escasa, pero finalmente todos quisieron pasar y mostrar sus estrategias. La docente solicitaba que pasaran a explicar su resolución, seleccionando desde las estrategias más extensas hasta las más económicas y eficientes. Justamente éstas quedaban registradas en un cartel para que los alumnos pudieran apropiarse de ellas y usarlas según la situación a resolver. También las copiaban en sus cuadernos.

En otras ocasiones, me llevaba los problemas a casa para analizarlos y traía las estrategias seleccionadas en un cartel para analizarlas con los alumnos.

Cuarta etapa: Postest y análisis de los resultados

El postest integrado por 7 problemas que figuran en el Anexo 1, se administró en los 3 grupos de alumnos de las escuelas ya caracterizadas, con los siguientes resultados. Se empleó el mismo código de corrección que en el pretest.

Escuela Q:

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1B	92%	8%	0%	0%
Problema 2B	88%	4%	0%	8%
Problema 3B	75,9%	0%	20%	4%
Problema 4B	92%	6%	2%	0%
Problema 5B	75%	17%	0%	8%
Problema 6B	78%	13%	9%	0%
Problema 7B	80%	4%	12%	4%
Rendimiento	**82,99%**	**7,43%**	**6,14%**	**3,43%**

*En promedio, el 83% de los alumnos resolvió correctamente los problemas planteados. Porcentaje que supera el obtenido en el pretest (66,46%). Asimismo, los porcentajes en las categorías **Incorrecto** y **No hace** disminuyeron prácticamente a la mitad.*

*En forma conjunta, las categorías **Correcto** y **Parcialmente Correcto** representan alrededor del 90% de los alumnos, hecho que da cuenta del rendimiento de los alumnos en Matemática.*
*El mayor porcentaje en **No Hace** se da en los problemas: 2B, quizás por ser una situación no rutinaria y con preguntas no convencionales, y 5B por los números y la operación involucrados (6570 y 9).*

*El 92% de los alumnos resolvió correctamente el problema 1B y el resto se ubica en la categoría **Parcialmente Correcto**. En este problema utilizaron estrategias variadas, desde la suma reiterada hasta otras menos trabajosas y seguras, como la realización de cuentas separadas por descomposición de un factor y uso de la propiedad distributiva (61%) y el algoritmo convencional (22%), estrategias más económicas. Sin embargo, no emplearon la tabla de razones, modelo muy usado en el pretest.*

*El problema 3B resultó con el mayor porcentaje en la categoría **Incorrecto,** posiblemente porque presentaba cinco cuestiones a resolver y responder, cuando habitualmente en las situaciones, por lo general, se plantean uno o a lo sumo dos preguntas.*

En esta etapa del trabajo, la estrategia más usada para la multiplicación fue el algoritmo convencional en lugar de la tabla de razones utilizada en el pretest. Para la división no aparece el *algoritmo convencional sino otras estrategias más seguras y eficientes que la resta reiterada, tales como la descomposición del dividendo, el cálculo mental directo, la multiplicación y la estimación.*

Cabe señalar que el manejo ágil del cálculo mental propició su uso como una estrategia de resolución.

<u>Escuela A</u>

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1B	87%	13%	0%	0%
Problema 2B	5%	21%	57%	17%
Problema 3B	35,5%	0%	34%	30%
Problema 4B	27%	11%	36%	26%
Problema 5B	59%	37%	0%	4%
Problema 6B	40%	20%	24%	16%
Problema 7B	86%	11%	3%	0%
Rendimiento	**48,5%**	**16,14%**	**22%**	**13,29%**

En general y con respecto al pretest, los porcentajes se mantienen en todas las categorías.

De los siete problemas planteados, dos (1B y 7B) fueron resueltos correctamente por la mayoría de los alumnos y uno (5B), por más de la mitad de ellos dado que el problema era rutinario y, además, en su enunciado estaba "indicada" la operación a realizar.

Es significativo el bajo porcentaje de resoluciones correctas en el problema 2B, quizás porque el enunciado era largo y además, resultó ser no rutinario para este grupo de alumnos. También, los porcentajes en los problemas 3B, 4B y 6B indican que menos de la mitad de los alumnos lograron resolverlos correctamente, siendo más del 40% que los resuelve incorrectamente o no los hacen.

En cuanto al 3B, se resolvía con una cuenta que los alumnos no manejaban y los números implicados eran muy grandes. En el 4B se detectaron dificultades en la interpretación y, por consiguiente, en la comprensión del mismo; y en el 6B, aumenta considerablemente el porcentaje en la categoría ***Correcto*** *(de 0% a 40%) usando la tabla de razones como estrategias de resolución.*

Cabe destacar que en esta etapa, disminuye el uso del algoritmo convencional dada la incorporación de otras estrategias, desde la más elemental del dibujo hasta otras más eficientes como la tabla de razones, el cálculo mental y la línea numérica.

En este grupo de alumnos, los resultados no reflejan mejoría en cuanto a la resolución correcta de las situaciones problemáticas planteadas en el pretest y postest, sino que dan cuenta de la incorporación de nuevas estrategias en el abordaje de las mismas. También la metodología y dinámica de trabajo fueron motivo de enseñanza, y se avanzó en cuanto a la actitud frente a los problemas ya que tomaron conciencia de la posibilidad de otras formas de resolución y se apropiaron de estrategias más elaboradas y eficientes.

<u>Escuela T</u>

	CORRECTO	P/CORRECTO	INCORRECTO	NO HACE
Problema 1B	87%	13%	6%	0%
Problema 2B	65%	21%	11%	6%
Problema 3B	63%	31%	6%	0%
Problema 4B1	81%	0%	19%	0%
Problema 5 B	94%	0%	0%	6%
Problema 6B	69%	6%	25%	0%
Problema 7B	81%	13%	6%	0%
Rendimiento	**77,14%**	**12%**	**10,43%**	**1,71%**

De los siete problemas dados, más del 60 % de los alumnos los resolvieron correctamente.

Sólo dos alumnos (6% representa un alumno) no hacen uno de los siete problemas planteados. En el caso del 2B, tal vez porque se trata de un problema poco convencional en el que la palabra "repartir" se presta a confusión y por eso el alumno no encuentra el camino para resolverlo. En el caso del 5B, el alumno no hace este problema por falta de tiempo. Este problema presenta el mayor porcentaje de respuestas correctas por tratarse de un problema tipo con la palabra clave "repartir" que conduce a la división.

En el problema 6B se observa el mayor porcentaje de respuestas incorrectas, en dos de los casos se ve que los alumnos aún no tienen afianzado el algoritmo convencional de la división por dos cifras; en otros dos casos los alumnos hacen cálculo mental directo pero con error en la respuesta.

En relación con los resultados del pretest, se registra un mayor porcentaje de respuestas correctas, menor porcentaje de parcialmente correctas, poca disminución en las incorrectas, aunque los mayores porcentajes se registran en tres de los siete problemas, y prácticamente desaparece el porcentaje en la categoría ***No hace****.*

En cuanto a las estrategias, sólo en cuatro problemas aparece como estrategia de resolución el cálculo mental directo, observándose mayor manejo de los algoritmos convencionales. Hay más concentración de alumnos que usan determinadas estrategias, siendo éstas de mayor nivel que en el pretest.

Aparece como nueva estrategia el uso de la tabla de razones en cuatro de los problemas planteados en esta instancia. El dibujo sólo aparece en el problema 7B por tratarse de una situación que implica el uso de la fracción dado que se debe agotar el entero.

COMENTARIOS DE LOS DOCENTES Y COORDINADORES ACERCA DE LOS RESULTADOS DE ESTA EXPERIENCIA

De la escuela Q:

Los alumnos de 4ª grado de esta escuela venían trabajando desde 1º grado con el enfoque de la EMR, teniendo incorporado el cálculo mental y el trabajo con situaciones problemáticas variadas, incluso no rutinarias (acompañadas de imágenes, datos de más, etc.). Manifestaban gusto por la matemática y abordaban los problemas con situaciones variadas, pudiéndolas exponer a sus pares. Los alumnos manejaban los algoritmos convencionales de la suma y de la resta. En cuanto a la multiplicación y la división, resolvían las situaciones con otras estrategias, sobre todo con la tabla de razones, lo cual se evidencia en el pretest.

Respecto del postest, es notoria la mejora en el desempeño en todas las categorías. Particularmente en la categoría Correcto, pasan del 66% al 83%

En relación a las estrategias empleadas, abandonan la resta reiterada para la división. En el caso de la multiplicación abandonan la tabla de razones (solo la usan en tres problemas: 1B el 13%, 3B el 71% y 6B el 82% de los alumnos) para adoptar el algoritmo convencional. Lo antedicho marca la evolución positiva de los alumnos hacia una mayor eficiencia en el cálculo algorítmico.

De la escuela A:

En años anteriores, los alumnos no trabajaron con el enfoque de la EMR. Su aprendizaje era mecánico y memorístico, centrado en el cálculo escrito y convencional. No poseían estrategias para encarar problemas ni trabajar en grupo y tenían temor al error por la burla de sus compañeros.

En el pretest, la categoría Correcto es del 44%, los alumnos presentan dificultad en la resolución de los problemas y predomina el uso del algoritmo convencional para la multiplicación y la división.

En el postest, aumentan levemente las respuestas correctas (48,5%), disminuyen las parcialmente correctas, pero hay un incremento mínimo de PC y No Hace.

Si bien incorporan otras estrategias distintas de las que traían, por ejemplo, usando la tabla de razones (la usan en el 1B el 4%, en el 4B el 13,5% y en el 6B el 76%) y el cálculo mental (en 3B, 4B1 y 7B), no hay mejora significativa en cuanto a la resolución correcta de las situaciones planteadas Esto parecería demostrar, en coincidencia con varios autores, que el tratamiento prematuro y único del calculo convencional escrito, se torna un obstáculo para un pensamiento matemático más flexible.

De la escuela T:

Los alumnos de 4ª grado de esta escuela, habían trabajado con la resolución de problemas rutinarios en 3ª grado, sin profundizar en la propuesta de la EMR. Tenían afianzado el algoritmo convencional de la suma, no así el de la resta y desconocían los de la multiplicación y la división (los cuales resolvían por suma reiterada o por descomposiciones). Frente a las situaciones problemáticas manifestaban dificultades, una actitud dependiente respecto del docente, les costaba admitir distintas maneras de resolver un problema, expresarse ante sus pares y valorar su trabajo matemático.
En el pretest, la categoría Correcto muestra el 52%: del total de las 8 cuestiones planteadas, más del 60% de los alumnos resolvieron correctamente 5 de ellas.

En general, las estrategias utilizadas fueron extensas y trabajosas con distinto grado de esquematización. Emplearon el dibujo, el cálculo convencional (que en muchos casos no pudieron resolver), descompusieron un factor y aplicaron la propiedad distributiva con errores y, en varias soluciones, aparece como estrategia el cálculo mental. Cabe destacar la ausencia de otras herramientas, más allá del algoritmo convencional, para resolver los problemas.

En el postest, se nota una clara mejoría en la categoría Correcto (pasa al 77%) y los resultados en las otras categorías disminuyen considerablemente, es significativo que prácticamente desaparece el porcentaje en la categoría No hace (1,71%).

En cuanto a las estrategias, se mantiene el cálculo mental directo, se nota mayor dominio de los algoritmos convencionales de la multiplicación y división, y se incorpora la tabla de razones como modelo para resolver tres de los problemas planteados (1B, 3B y 6B) aunque no en un alto porcentaje de alumnos.

CONSIDERACIONES FINALES

Es importante analizar lo acontecido en los tres grados de las distintas escuelas en función de los objetivos propuestos.

En cuanto al primer objetivo, si bien en la propuesta planificada aparecen tres modelos a incorporar (o afianzar, en el caso de la escuela Q): tabla de razones, línea numérica abierta y modelo de área, queda en evidencia, al hacer los análisis de las estrategias usadas en el postest en cada grado, que ni el segundo ni el tercer modelo fueron usados por los alumnos.

La tabla de razones fue utilizada en los tres grados, manifestándose evolución en su uso a través del acortamiento de las mismas (no usando solamente la duplicación sino multiplicaciones por números mayores, en particular múltiplos de 10 y de 100)

En cuanto a la línea numérica abierta cabe explicitar que parece más conveniente para la suma y la resta que para la división y la multiplicación (esto también es expresado por muchos docentes que asisten a nuestros cursos). Además, si no está ligada a un buen cálculo mental que permita acortamientos en su uso (saltos mayores) resulta poco útil en la multiplicación y división con números de dos o más cifras.

El modelo de área resulta especialmente útil en la multiplicación por dos o más cifras, pero se nota que los alumnos pudieron acceder a otras estrategias numéricas que les resultaron más sencillas que este modelo (¿Se debería haber trabajado y profundizado más en el período de instrucción?)

En cuanto al segundo objetivo de esta experiencia y como se puede apreciar de la lectura de lo acontecido en los distintos grados, se desprende la importancia de no trabajar con los alumnos los algoritmos convencionales sin apelar primero a sus estrategias personales que le permitan conectar comprensiones.

En la escuela A, los algoritmos mecanizados memorísticamente se tornaron un verdadero obstáculo para pensar los problemas con otras herramientas.

La escuela T, resalta el uso del cálculo mental y esto, más no tener afianzado el cálculo algorítmico convencional, hizo que los alumnos pudieron acceder al uso de estrategias intermedias en la resolución de los problemas.

Los resultados y análisis de la escuela Q muestran claramente cómo los alumnos pueden transitar de modelos más acordes con su pensamiento al cálculo convencional, utilizado con éxito, pero a su vez indica que los procesos son largos y es imprescindible pensar en trayectorias de aprendizaje a largo tiempo con continuidad de enfoque (Van Panhuizen, 2001)

También resulta interesante resaltar, en relación con nuestro trabajo en el Grupo Patagónico de la Matemática que:

Si bien las tres docentes encaran la enseñanza de diferente forma y con su propia modalidad, hay algo que es común a las tres que responde a una comprensión acertada del enfoque de la Educación Matemática Realista:
- La búsqueda de **contextos** significativos para los alumnos, lo cual se puede apreciar en los problemas seleccionados por ellos mismos y
- La relevancia que le dan a la resolución de problemas como **actividad esencial** del quehacer matemático de sus alumnos y la valorización de las estrategias personales e intermedias para dar sentido a los algoritmos convencionales.
- La presentación simultánea de problemas de multiplicación y división que permite, al mismo tiempo, **integrar** y **diferenciar** estas operaciones.
- La promoción de avances en los **niveles de esquematización y formalización matemática** de los alumnos en función de los modelos y estrategias de cálculo empleados por ellos.
- El rol desempeñado en sus clases (ver los comentarios del período de instrucción) que tiene que ver con guiar, asistir, dar ayuda (no respuestas o soluciones), evacuar dudas, es decir, facilitar la reinvención de procesos de cálculo de la multiplicación y de la división. Esto a través de momentos de trabajo individual y otros de discusión grupal, donde se presentan, comparan, analizan distintas estrategias de resolución para un mismo problema. Esta forma de trabajo se encuadra dentro de una mirada constructivista y de reconocimiento del aprendizaje como hecho social de **intercambio y reflexión** que mejora las comprensiones individuales.

"Cuando los docentes han internalizado una mirada de una trayectoria de enseñanza-aprendizaje, se sienten más eficientes y son estimulados a actuar más profesionalmente" (Menne pág. 18)

OPINIONES FINALES

"Este trabajo fue muy lindo hacerlo y sobre todo un desafío para mí, ya que fue duro porque había que revertir muchas situaciones desde el aprendizaje y desde lo actitudinal. Si bien los resultados no son notorios, con respecto a las otras escuelas, creo que darles a los alumnos la posibilidad de

conocer otros modelos, para facilitar el aprendizaje es realmente interesante y satisfactorio, y más aún cuando han pasado tres años y el docente observa que si bien la experiencia fue corta, aprendieron mucho. Cuando el aprendizaje es significativo el alumno no lo olvida y de eso estoy convencida." Elba (elbavicens@hotmail.com)

"A partir de este trabajo aprendí a seleccionar problemas, que se vean todos los aspectos no sólo para este tema sino para otros ejes y a darle a los chicos una variedad de herramientas de acuerdo a la situación planteada y al tema trabajado. También a analizar con mayor profundidad las estrategias y el camino empleado por los alumnos y así guiarlos para que evolucionen en sus conocimientos." Liana (wyllys@speedy.com.ar)

"El participar de esta experiencia me sirvió mucho para compartir y conocer el trabajo de otras docentes en realidades totalmente distintas. La importancia de poder ayudarnos, de compartir las dificultades y ponernos contentas por los buenos resultados. A pesar de ser nosotras parte del GPDM vimos como se nota que cada una le ponía su sello a la forma de encarar la situación de enseñanza – aprendizaje, pero siempre volvíamos a las coincidencias, al rescate de lo positivo y al análisis de lo negativo gracias al apoyo que nos brindó en todo momento el equipo de Coordinación del Grupo.
Con referencia al grupo de alumnos considero que eran valientes a los que les encantaba Matemática, ellos siempre intentaban resolver. Ponían empeño en la resolución valiéndose de distintas estrategias que conocían sin importarles si eran trabajosas, largas, poco seguras, etc. Rescato como muy importante el darle tiempo dentro de la clase a la puesta en común. Es una herramienta muy valiosa que facilita mucho la adquisición de diferentes estrategias. El alumno se siente muy bien al poder mostrar cómo resolvió. El escuchar a los chicos explicar cómo resolvieron un problema es fantástico, con seguridad esas estrategias serán adoptadas por el resto de sus compañeros". Ana. (alepalma@speedy.com.ar)

Bibliografía de consulta

BRESSAN A., ZOLKOWER B. Y GALLEGO F.: "Los principios de la educación matemática realista". En Perspectivas teóricas en Educación Matemática. LIBROS DEL ZORZAL – MALKOK SRL. Julio 2005.

GRAVEMEIJER, K (1994): *Developing Realistic Mathematics Education.* Freudenthal Institute. Universidad de Utrecht. Holanda.

GOFFREE, F. (2000). *Principios y paradigmas de una "educación matemática realista*". En *Matemática y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Gorgorió N, J. DEULOFEU AND A. BISHOP (Coords) pág 151-168. ICE, Universidad de Barcelona, Ed. GRAÓ. España

MENNE J (2004): Jumping ahead. En Drijvers, P. (Ed): *Classroom -based research in Mathematics education.* Overview of doctoral research published by Freudenthal Institute. Utrech. FI. Holanda, pp 9- 24. Saltando hacia adelante: un programa de entrenamiento innovador hasta 100. *Traducción: Graciela Cohen*

MIDDLETON, J. Y VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. (1995), The ratio table. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *1* (4), 282-288. Traducción: Nora Doorm (GPDM)

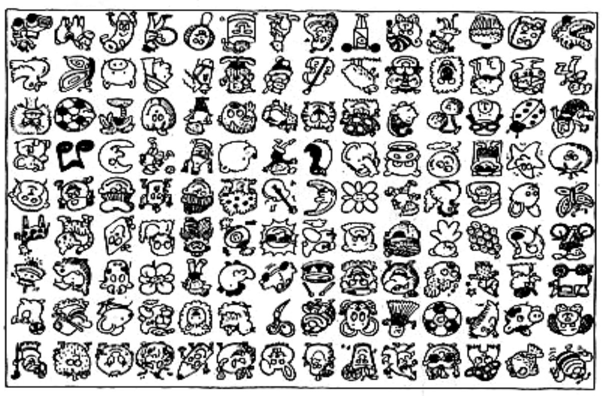
MARTÍNEZ, M., DA VALLE, N., BRESSAN, A. Y ZOLKOWER, B. (2002), "La relevancia de los contextos en la resolución de problemas de matemática." *Paradigma, 22* (1), 59-94. Venezuela.

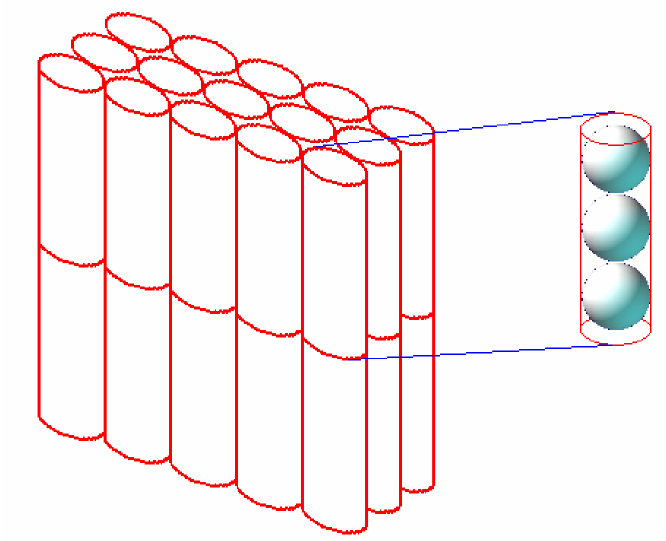
VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN M. (2001): Realistic Mathematics Education in Netherlands. Cap. 4 del libro Principles and Practices in Arithmetic Teaching. Innovatives approaches for the primary classroom. Ed por Anghileri J. Open University Press. Filadelfia

VAN PANHUIZEN M. (Ed.) (2001): *Children Learn Mathematics. A learning - teaching trayectory with intermediate attainment targets.* Materiales desarrollados por TAL Team. Freudenthal Institute (Utrech University) and National Institute for Curriculum Development. Holanda.

Anexo 1: Problemas seleccionados y analizados por los docentes

Análisis de los problemas utilizados en la experiencia

PRETEST	***POSTEST***
1A. Cada mesa de invitados lleva 6 guirnaldas. Son 19 mesas. ¿Cuántas guirnaldas debo comprar? - Contexto: real, relevante; adornar mesas en una fiesta - Operación: multiplicación (proporcionalidad) - Estrategias: suma reiterada, recta numérica abierta, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional. -Problema rutinario	***1B. En la biblioteca ordenaron los libros colocando 45 en cada estante. La biblioteca tiene 14 estantes. ¿Cuántos libros tienen?*** - Contexto: real, relevante; biblioteca - Operación: multiplicación (proporcionalidad) - Estrategias: suma reiterada, recta numérica abierta, modelo de área, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional. -Problema tradicional
2A. ***Somos una clase de 20 alumnos y queremos ir a una excursión. El colectivo cuesta $ 380. Dos de nosotros y el profesor acompañante no pagan. Pensamos que si los 18 restantes ponemos $ 20 cada uno reuniremos el dinero que se necesita. ¿Será así?*** - Contexto: real, relevante; excursión - Operación: multiplicación (proporcionalidad) o división - Estrategias: tabla de razones, suma reiterada, suma con agrupamientos parciales, algoritmo por descomposición y convencional. -Problema no rutinario: posee datos de más, la pregunta es poco común y la respuesta no es el resultado de la cuenta.	***2B. En un casamiento se sirvieron empanadas en 152 platos con 8 empanadas cada uno. El cocinero había preparado 1224 empanadas y dijo que de ésas comió solo 5 y repartió el resto en los platos.*** ***¿Puede ser cierto lo que dijo el cocinero? ¿Por qué?*** - Contexto: real, relevante; comida en una fiesta - Operación: puede pensarse de dividir o de multiplicar y restar o sumar. - Estrategias: suma/resta reiterada, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional. - Problema no rutinario, con preguntas no convencionales.
3A. La entrada al circo cuesta $ 3,25. Fueron 347 personas. ¿Cuánto se recaudó? - Contexto: real, relevante; venta de entradas de un espectáculo - Operación: multiplicación por un decimal, (proporcionalidad) - Estrategias: tabla de razones, suma reiterada, suma con agrupamiento parciales, descomposición de algún factor, algoritmo por descomposición y convencional. - Problema tradicional y con dificultad en el multiplicando muy grande y el multiplicador, decimal.	***3B.*** **OFERTA** **3 DOCENAS DE MEDIALUNAS** **$ 7,50** ***En la panadería de Don Juan: 3 docenas cuestan $ 7,50 (dibujo).*** ***a) ¿Cuánto cuestan 6 docenas? b) ¿½ docena?*** ***c) ¿Una docena y media?*** ***d) Con $ 10, ¿cuántas docenas podrá comprar?*** ***e) ¿y con $ 15?*** -Contexto: real, relevante; ventas en la panadería -Operación: multiplicación (proporcionalidad) y división (como partir) -Estrategias: suma reiterada, suma con agrupamiento parciales, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional. -Problema rutinario pero con varias cuestiones para responder
4A1. Campo de flores 15 x 18 (u hoja con stickers 14x9)Dibujo 	***4B. Observa detenidamente la figura y responde las preguntas:*** ***a) ¿Cuántas cajas hay en total? b) ¿Cuántas pelotas hay en total?*** - Contexto: real, relevante; empaquetados - Operación: multiplicación (filas x columnas x profundidad) - Estrategias: suma reiterada, proporcionalidad, modelo espacial o de área por profundidad - Problema no rutinario en su presentación imagen con parte visible y otra no visible. De mayor dificultad que los problemas de filas por columnas, dada por la profundidad.

- <u>Contexto</u>: real, relevante; stickers o campo de flores - <u>Operación</u>: multiplicación (filas por columnas) - Estrategias: modelo de área, suma reiterada, - Problema no convencional, el enunciado incluye un dibujo y los alumnos tienen que extraer los datos del mismo. ***4A2. Antonio está renovando la entrada de su casa. Coloca 5 baldosas en cada fila. Posee 85 baldosas para colocar. ¿Cuántas filas de 5 hará?*** -<u>Contexto</u>: real, relevante; embaldosados -<u>Operación</u>: división (como partir o medida) -<u>Estrategias</u>: modelo de área, suma o resta reiterada, tabla de razones, multiplicación -Problema convencional que podría pensarse como 5 x ? = 85	
5A. Un cine al aire libre tiene 356 sillas arregladas en cuatro secciones iguales. ¿Cuántas sillas hay en cada sección? - <u>Contexto</u>: real, relevante; arreglo de sillas en un espectáculo - <u>Operación</u>: división como repartir - <u>Estrategias</u>: modelo de área, resta reiterada, línea numérica abierta (muy trabajosa), tabla de razones, algoritmo tradicional - Problema convencional	***5B. Hay $6570 para repartir entre 9 escuelas. ¿Cuánto dinero para cada una?*** - <u>Contexto</u>: real, relevante; repartir $ - <u>Operación</u>: división como repartir - <u>Estrategias:</u> resta reiterada, línea numérica abierta (muy trabajosa), tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional. - Problema rutinario
6A. Durante un paseo los alumnos querían subir al cerro Otto. Ellos eran 135 chicos y las cabinas llevaban 6 personas. ¿Cuántas cabinas ocuparon? -<u>Contexto</u>: real, relevante; excursión -<u>Operación</u>: división como partir -<u>Estrategias</u>: suma/resta reiterada, línea numérica abierta, tabla de razones, dibujo, algoritmo por descomposición y convencional de división. -Problema no convencional donde la respuesta no es el resultado de la cuenta (hay que tener en cuenta el resto). En las escuelas A y W se dio el siguiente problema en lugar del anterior: ***Una amiga está preparando la fiesta de cumpleaños de su hija y estima que vendrán 130 personas aproximadamente. Pondrá 8 personas por mesa. ¿Cuántas mesas necesitará?*** -<u>Contexto</u>: real, relevante; fiesta. En lo demás es igual a la situación de excursión.	***6B. En un colectivo viajan 28 personas. Necesitan transportar a 242 niños a un parque de diversiones. ¿Cuántos colectivos contratarán?*** - <u>Contexto</u>: real, relevante; excursión - <u>Operación</u>: división como partir - <u>Estrategias:</u> resta reiterada, línea numérica abierta, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional de división. - Problema no convencional con tratamiento del resto.
7A. Una carrera en bicicleta que mide 76 Km. se divide en 4 etapas. ¿Cuánto mide cada etapa? - <u>Contexto</u>: real, relevante; carrera con etapas - <u>Operación</u>: división como repartir - <u>Estrategias</u>: línea numérica abierta, tabla de razones, algoritmo por descomposición y convencional de división. - Problema rutinario. Nadie utilizó un modelo lineal y la mayoría usó el algoritmo convencional o la descomposición del dividendo en 70 + 4.	***7B.Tienen 24 salchichas para 18 personas y todos comen lo mismo. ¿Cuánto come cada uno?*** - <u>Contexto</u>: real, relevante; reparto equitativo de salchichas - <u>Operación</u>: división como repartir - <u>Estrategias:</u> resta reiterada, dibujo, algoritmo por descomposición y convencional de división. - Problema convencional, ver cómo agotan el entero.