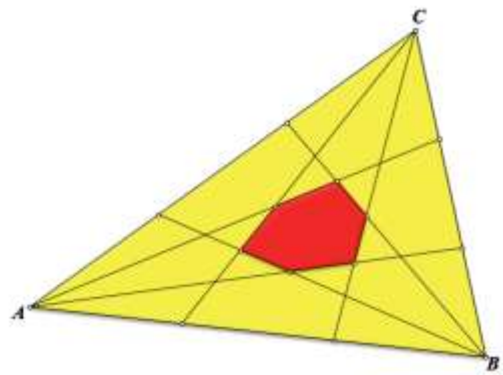
RELACIÓN ENTRE EL ÁREA DE UN TRIÁNGULO Y UN HEXÁGONO CENTRAL INTERIOR AL MISMO

Autora: Adriana Rabino

Dividir cada lado de un triángulo en n partes congruentes, con n ≥ 3. Analizar y fundamentar si existe alguna relación entre el área triangular y el área del hexágono central resultante de unir los dos puntos de corte, más próximos al punto medio de cada lado, con el vértice opuesto del triángulo



Camino a la solución

Se puede encarar este problema utilizando un software de geometría dinámica como Geogebra o Cabrí. Entonces:

- Dibujar un polígono de 3 lados
- Dividir cada lado en n partes iguales.
- Trazar segmentos al vértice opuesto, desde los dos puntos más próximos al punto medio de cada lado,
- Definir como polígono el hexágono que quedó determinado
- Calcular las áreas del triángulo y del hexágono
- Con el puntero "tomar" un vértice del triángulo y moverlo para todos lados. Las áreas van a ir cambiando.
- Tabular las áreas correspondientes a medida que se transforma la figura.
- En la misma tabla hacer el cociente área del triángulo/área del hexágono.

Así surge **la primera conjetura**: para **cada n partes, el cociente entre el área del triángulo y la del hexágono se mantiene constante, cualquiera sea el triángulo**. (Puede haber alguna diferencia en los centésimos o milésimos por el truncamiento de los decimales).

Por ejemplo:

Para n = 3

Área triángulo(cm^2)	Área hexágono(cm^2)	$Área_T/área_H$
68,3	6,83	10
47,93	4,79	10
50,02	5,02	10
31,43	3,14	10
26,1	2,61	10

Para n = 4

Área triángulo(cm^2)	Área hexágono(cm^2)	$Área_T/área_H$
30,5	6,95	4,388
46,68	10,67	4,386
19,89	4,55	4,37
64,95	14,85	4,37
26,23	6	4,37

Para n = 7

Área triángulo(cm^2)	Área hexágono(cm^2)	$Área_T/área_H$
81,93	1,48	54,99
51,35	0,93	55,21
22,4	0,41	54,63
65,05	1,18	55,12
96,84	1,76	55,02

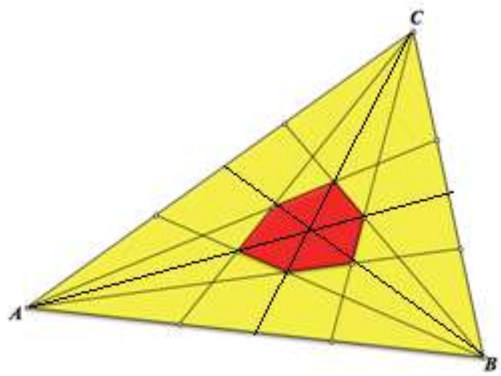
Para n = 8

Área triángulo(cm^2)	Área hexágono(cm^2)	$Área_T/área_H$
36,15	2,02	17,89
51,33	2,87	17,88
42,41	2,37	17,89
18,28	1,02	17,90
44,1	2,47	17,85

Para n = 20

Área triángulo(cm^2)	Área hexágono(cm^2)	$Área_T/área_H$
88,19	0,78	113,06
102,76	0,91	112,92
61,06	0,54	113,07
69,28	0,62	111,74
31,59	0,28	112,82

Segunda conjetura: las áreas de los distintos triángulos generados son proporcionales a las áreas de los hexágonos interiores correspondientes. Basta tomar dos triángulos y calcular sus áreas y las de los hexágonos correspondientes para un determinado n, hacer el cociente y ver que son razones equivalentes.



Tercera conjetura: si trazamos las medianas de cada lado del triángulo uniendo los puntos medios de cada lado con el vértice opuesto, las mismas pasan por los vértices opuestos del hexágono y se cruzan en un punto del triángulo denominado baricentro (donde se halla el centro de gravedad del triángulo). Probarlo con software moviendo el triángulo.

Cuarta conjetura (que surge de la anterior): los segmentos que unen los vértices opuestos de un hexágono se cortan en un mismo punto. Esta conjetura no se cumple, salvo para el triángulo. Basta encontrar un **contraejemplo:** dibujar un hexágono no regular y verificarlo.

PERO… las conjeturas hay que demostrarlas, sino quedan ahí…como conjeturas.
Vamos a ver como ejemplo la demostración de la **primera conjetura**: *Si se dividen los lados de un triángulo en n partes iguales, uniendo los dos cortes más próximos al corte central con el vértice opuesto, queda determinado un hexágono dentro del triángulo.* ***Para un mismo n, la relación entre las áreas del triángulo y del hexágono es constante.***

Cuando se trazan los dos segmentos de los dos puntos de corte de cada lado al vértice opuesto queda determinado un triángulo cuya área **va a ser 1/n si n es impar y 2/n si n es par del área total del triángulo**. Esto se repite para cada uno de los lados del triángulo. La intersección de estos tres "sub triángulos" va a formar el hexágono y su área va a depender del área del triángulo mayor**. Por lo tanto, la relación entre área del triángulo y área del hexágono es constante.**

Se puede organizar otra información para ver si sale otra conjetura. Se puede hacer una tabla con distintos valores de n y con la relación antes descripta de las áreas, para ver si existe alguna regularidad:

n	Área triángulo/área hexágono (aproximado)
3	10
4	4,37
7	55,30
8	17,89
20	113

<u>No se observa relación entre el número de divisiones y la relación entre las áreas.</u>