¡25 años!

NOVEDADES EDUCATIVAS

Julio 2013 | N° 271 | Año 25

AR $24 | MX $90 m/n | ISSN 0328-3534

www.noveduc.com

Haciendo matemática en las aulas

» Situaciones, contenidos y competencias
» Formular, resolver e interpretar problemas
» Proyectos interdisciplinarios

La escuela debate su sentido

» Razones para ir / no ir a la escuela
» Realidad y simulacro
» La motivación y el deseo de aprender

FORMACIÓN DOCENTE

De profesores y residentes

TIC EN LA ESCUELA

Aprender sobre el mundo social y natural

ADOLESCENCIAS

Transformación física y emocional

DOSSIER

HACIENDO MATEMÁTICA EN LAS AULAS

Estrategias

La estimación en la escuela primaria.

Redondeando ideas

Ana Bressan y Silvia Pérez

El objetivo de este trabajo es abordar algunos conceptos centrales a tener en cuenta en la enseñanza de la estimación por redondeo de cantidades y números puros y sus aportes al cálculo elemental, brindando algunos ejemplos para ilustrar las ideas que se exponen.

Al estudiar los aspectos novedosos en relación con la enseñanza del número y las operaciones en los diseños curriculares desde 1989[1] a la actualidad, tanto nacionales como internacionales, se aprecia la alta valoración del cálculo mental y la estimación numérica.

En ellos se postula un cálculo mental enseñado, no como aprendizaje mecánico de hechos numéricos aislados, sino precedido por la comprensión que facilita la conexión entre ellos, su integración y memorización, de modo que, desconociendo o no recordando un hecho, es posible para el alumno reconstruirlo sobre la base de otros conocidos.

La estimación[2] aparece tanto como instrumento de cálculo aproximado, como facilitadora del cálculo exacto. Por ejemplo, en la Argentina, en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios y en varios diseños, se habla de la importancia de enseñar a encuadrar números entre órdenes de magnitud, de anticipar resultados a priori y de evaluar su razonabilidad una vez ejecutados, sea por escrito o por calculadora.

> La escuela ofrecerá situaciones de enseñanza que promuevan en los alumnos y alumnas, durante el Segundo Ciclo de Nivel Primario... el análisis y el uso reflexivo de distintos procedimientos para estimar y calcular en forma exacta y aproximada (NAP. Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. Área matemática. 2° Ciclo. Argentina. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Junio 2006).
>
> La estimación resulta ser una forma privilegiada de cálculo, no sólo en aquellas situaciones en que una respuesta aproximada es suficiente, sino también en aquellas que requieren del cálculo exacto, en tanto ayuda a anticipar los resultados, orientar los cálculos y controlar la razonabilidad de las respuestas obtenidas (Diseño Curricular. Área matemática. Provincia de Río Negro. 1990, 1995, 2011).
>
> Disponer de variados procedimientos y técnicas de cálculo, ser capaz de seleccionar los más pertinentes en función de los problemas a resolver y utilizar alternativas para controlar procesos y resultados constituyen propósitos fundamentales de toda la escolaridad. Un enfoque diversificado en el trabajo con cálculo que incluya el cálculo exacto y aproximado, el cálculo mental, el uso de la calculadora, crea un ambiente de resolución de problemas que lleva a los alumnos a analizar, preguntar, elaborar estrategias, justificar y validar respuestas (Diseño Curricular para la Educación Primaria. Dirección General de Planeamiento. C.A.B.A. 2004, pág. 302).

A pesar del reconocimiento de su valor de uso en la vida cotidiana y para la formación en los alumnos, del aporte al sentido del número y de las operaciones en todos los conjuntos numéricos, incluyendo una mejor comprensión del sistema de numeración decimal, todavía no se le da a la estimación suficiente relevancia y continuidad en las aulas, a pesar de que es un contenido de valor transversal en toda la aritmética.

Su enseñanza demanda un proceso largo de aprendizaje basado en la resolución de problemas y cálculos que, partiendo de las estrategias espontáneas e informales de estimación que utilicen los alumnos, los oriente al desarrollo de una variedad de habilidades, tanto heurísticas como algorítmicas).[3] Si este procedimiento, de naturaleza subjetiva y mental, no se enseña intencionalmente, los alumnos perdurarán en sus conocimientos espontáneos y parciales y su aplicación indiscriminada a cualquier tipo de situación.

Además de ser usada en la vida diaria, toda la ciencia contemporánea utiliza esta estrategia de pensamiento y cálculo, pues si bien necesita de razonamientos correctos y lenguaje preciso, no puede sino trabajar con resultados aproximados, probables y globales, en tanto en la casi totalidad de los casos se mueve con variables reales, solo expresables aproximadamente. La enseñanza de la matemática en la escuela ha de incorporar entonces este enfoque, superando la concepción de ciencia exacta (asimilada al cálculo exacto) que restringe la visión de los alumnos acerca de la real potencia de esta disciplina.

Por otro lado, la estimación tiene validez interdisciplinaria, no sólo por su abundante aplicabilidad a diversos ámbitos de la vida diaria y de las ciencias, sino porque también se basa en la misma estructura lógica en que se sustentan otras estrategias generales de uso en otras áreas curriculares. Por ejemplo, la anticipación que supone la predicción de sucesos que se lleva a cabo a lo largo del proceso de comprensión de textos escritos y su posterior contrastación, así como también el procedimiento de emisión de hipótesis y corroboración desplegado durante el proceso de investigación científica y que abarca diferentes disciplinas escolares (Barberà Gregori, 1996).

La estimación admite diversas estrategias según los números y las operaciones intervinientes:

- De *reformulación*, sobre los datos numéricos por redondeo, truncamiento o sustitución (que implica el reemplazo de esos datos por números próximos o por otra representación).
- De *traslación*, sobre el orden de las operaciones.
- De *compensación*, mediante ajustes en los datos y/o en el resultado para equilibrar errores (Sowder, J., en Segovia, 1996).

No es posible trabajar todas estas estrategias en un artículo como el presente, por lo cual nos hemos limitado a la de redondeo, que es la base de todo proceso de estimación.

Si bien este documento trata de la estimación numérica y, en particular, sólo del proceso de redondeo de números y cálculos, es importante señalar la necesidad de trabajar esta operación mental en forma simultánea a la estimación en medida, relacionada a determinar y expresar el valor aproximado de una medida y evaluar la precisión requerida en una medición, ya que se apoyan mutuamente.

Consideraciones didácticas

De acuerdo con lo expresado, la enseñanza escolar de la estimación, lejos de centrarse sólo en lo algorítmico, se orientará a que los alumnos descubran la potencialidad y flexibilidad de uso de esta operación en diversas situaciones que admitan vías de razonamiento y actuación diferentes.

> Desde el primer ciclo se podrá usar la estimación de números y cantidades trabajándose ambos aspectos en forma simultánea, lo que colaborará a una mejor comprensión de los alumnos sobre las propiedades de esta estrategia. Los distintos procedimientos de estimación para cardinalizar y comparar colecciones, cuantificar cantidades relativas a objetos y sucesos familiares, encuadrar resultados de operaciones, calcular el resultado de las mismas redondeando a la cifra de mayor orden, se pueden comenzar a trabajar desde primer grado junto con los de cálculo exacto.
> A medida que se avance en los ciclos se irán profundizando estos procedimientos y se aplicarán a números racionales y reales y a las distintas operaciones sobre estos conjuntos numéricos (Bressan y Bogisic, 1996, 8).

- Como todo contenido matemático, la estimación se ha de introducir como necesidad surgida de situaciones problemáticas motivadoras donde valga la pena estimar.

Los problemas deben ser pensados de tal manera que

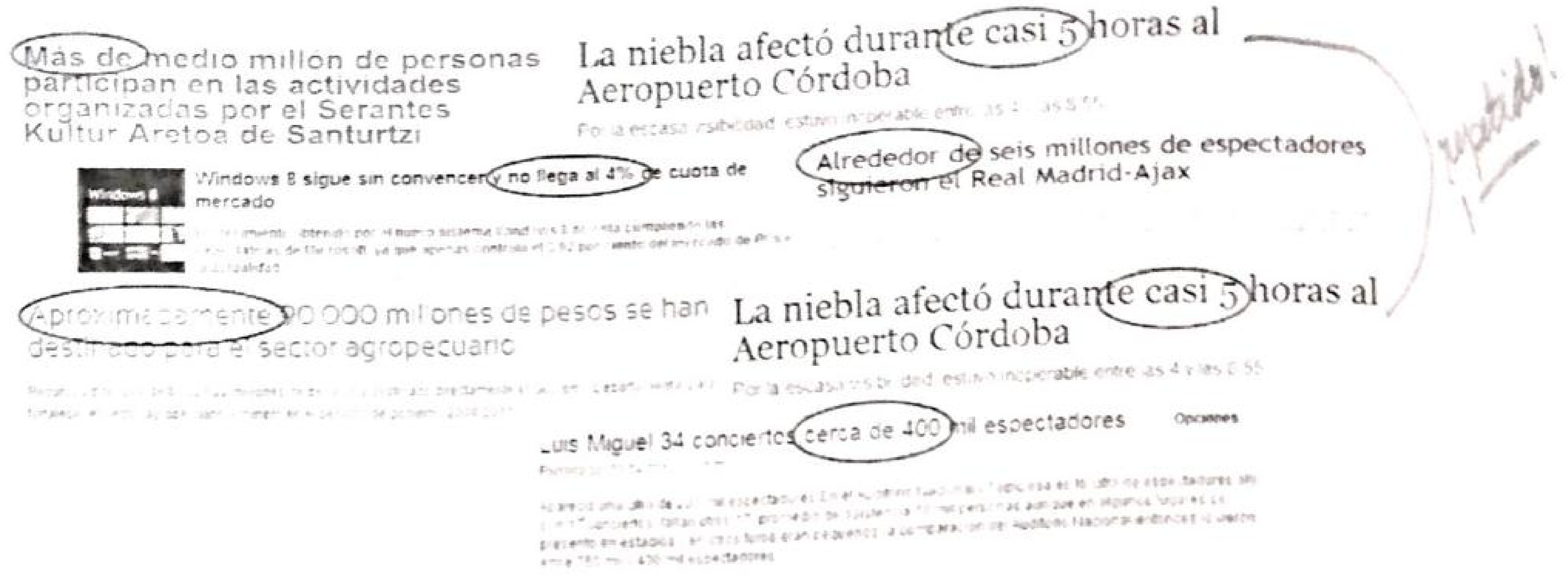
> ...los alumnos sean capaces de llegar a una respuesta global usando números redondos o fáciles, que sean lo suficientemente precisos como para responder la pregunta de estimación. Un requisito importante en la enseñanza de la estimación es, por lo tanto, aplicar problemas en los que se pregunte si hay suficiente de algo, o si cierta respuesta puede o no ser correcta. Las preguntas con opciones múltiples se usan a menudo en esta categoría. El valor de dichas preguntas es que las respuestas están dadas. Para decidir cuál es la opción correcta, los alumnos por lo general simplemente deben determinar el orden de magnitud de la respuesta. También es posible "pensar hacia atrás" a partir de las opciones que se dan: "...no puede ser correcto como respuesta porque...". (Heuvel-Panhuizen, M., 2010, 346).

Por lo tanto, es relevante proponer a la clase multiplicidad de situaciones problemáticas, variando tanto los contextos (extra e intra-matemáticos), las condiciones (cuando un cálculo exacto no es necesario, no es apropiado o no es posible directamente), como el lenguaje y los formatos en los que se plantean, de modo que la enseñanza de la estimación vaya en paralelo con la enseñanza de la numeración y otras formas de cálculo.

- Debe tenerse en cuenta que el lenguaje propio de la estimación debe ser incluido y analizado desde los primeros grados.

Primero se usará la terminología vinculada con el lenguaje informal, apropiado para situaciones de estimación de la vida diaria (*cerca de...; un poco más de...; alrededor de...; próximo a...*, etc.). Progresivamente se incorporará el lenguaje matemático más formal, que exige el uso de estrategias de estimación más elaboradas (*es mayor que, el error es de...; está próximo a la centena...; es posible redondearlo a..., es mayor que 5 entonces...; su orden de magnitud es...; está comprendido entre...*, etc.).

Algunos ejemplos de situaciones cotidianas en las que se utiliza vocabulario relacionado con la estimación:



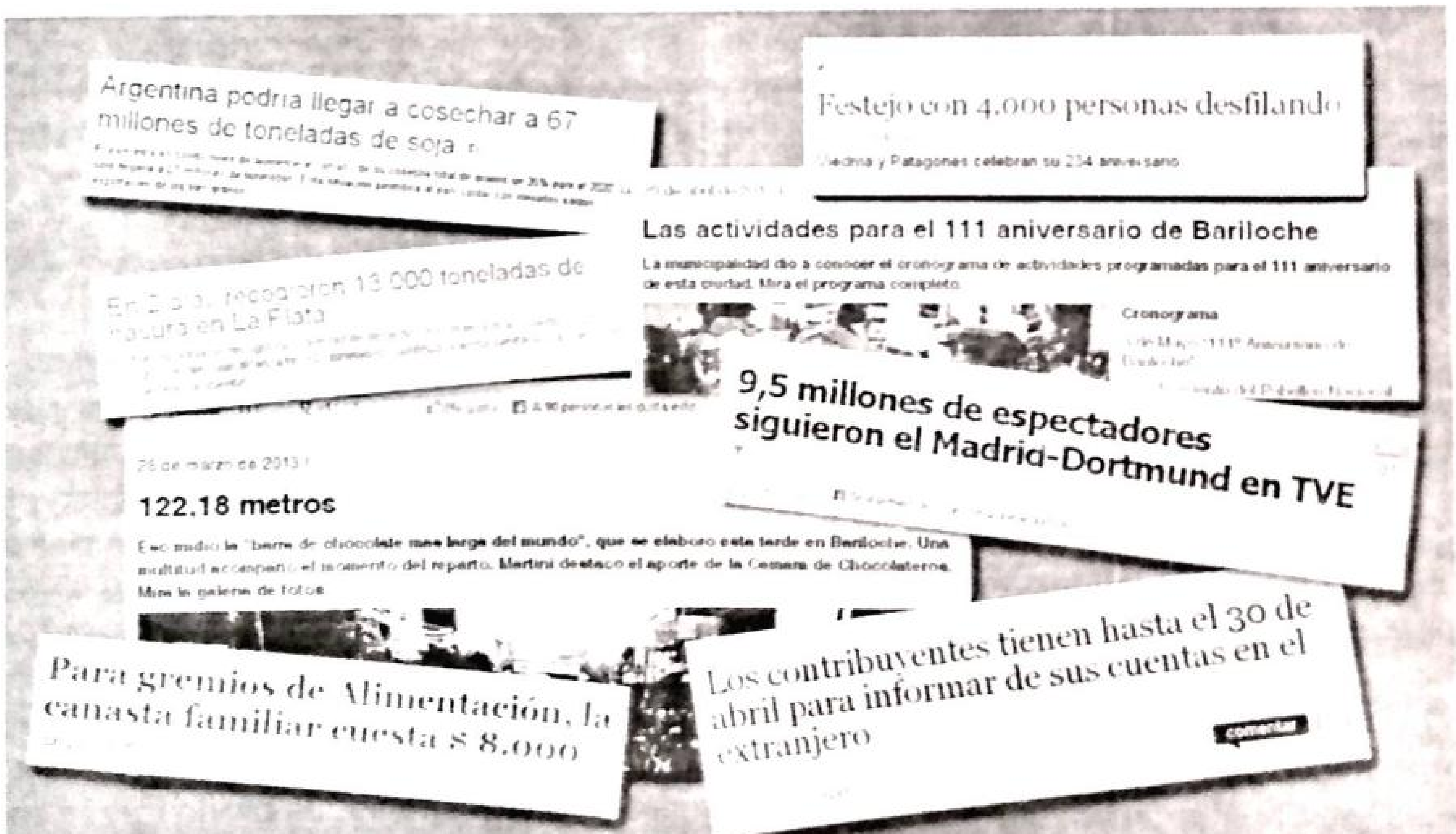
- Antes de trabajar la estrategia de redondeo, los alumnos deberán distinguir situaciones donde se requiera cálculo exacto de aquellas en que es suficiente un cálculo aproximado.

Ejemplos:

• *¿En cuáles de los siguientes enunciados se utilizan datos exactos y en cuáles se emplean datos estimados?*

a) Número de puntos en una tirada de dados.
b) Número de aves que anidan en el Parque Nacional Nahuel Huapi.
c) Precio de un automóvil.
d) Tiempo de duración de una lamparita de bajo consumo.
e) Número de premiados en un concurso.
f) Número de billetes de 100 que formen una pila igual a tu altura.
g) Número de manzanas en un cajón.
h) Peso de una horma de queso.

• *De los titulares de periódico que aparecen en el recuadro, ¿cuáles son datos exactos y cuáles aproximados?*

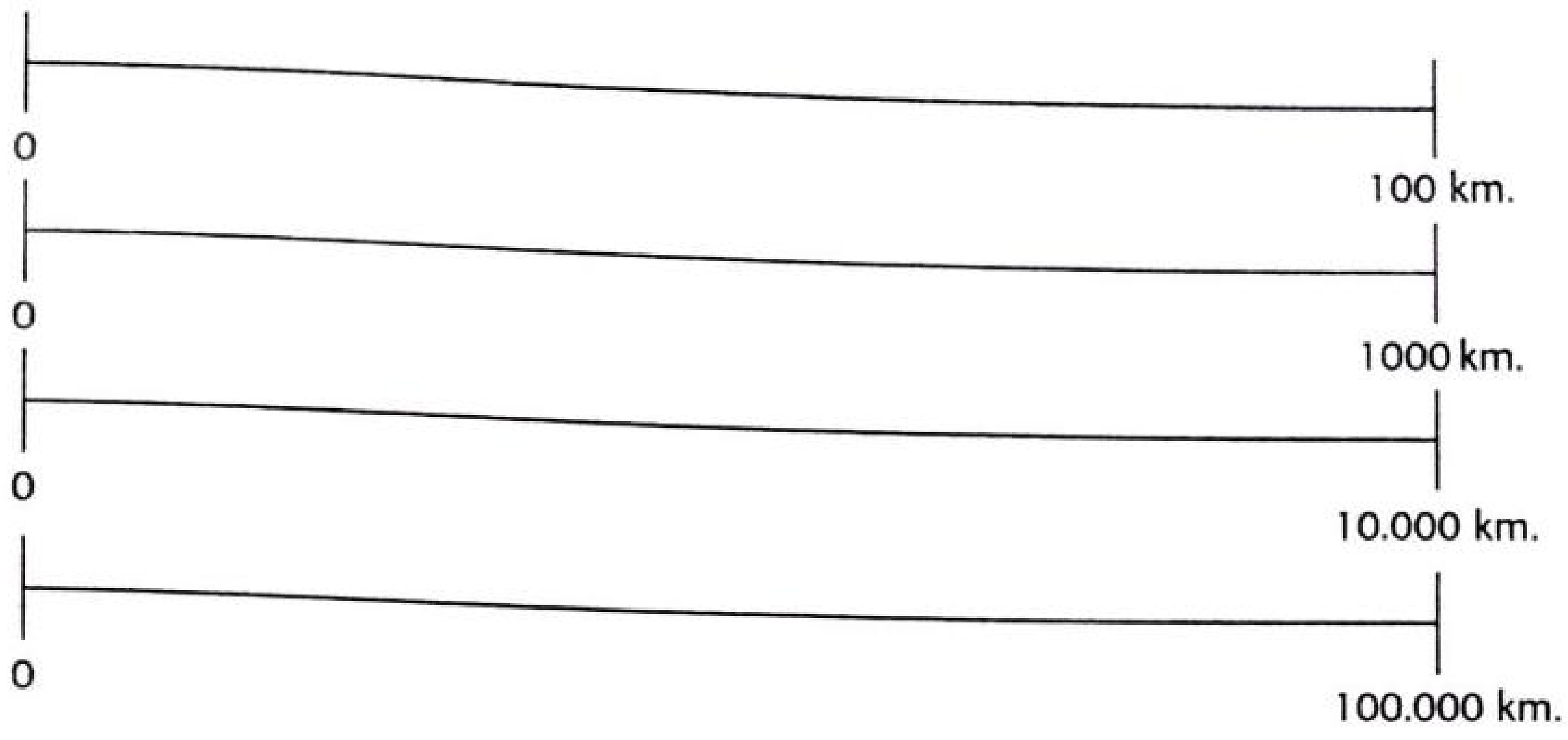


Este tipo de enunciados puede dar lugar a discusiones variadas con los alumnos, teniendo en cuenta que el objetivo no es que den una respuesta exacta o muy aproximada, sino que comprendan la no conveniencia o necesidad, y hasta la imposibilidad, de dar un resultado exacto en determinadas situaciones.

- A medida que se amplíen los intervalos numéricos es importante que los alumnos tengan una buena comprensión del orden de *magnitud de un número*,[4] es decir, poder establecer cuál es la potencia de 10 más próxima a él. Esto redundará en poder comparar con presteza números según sus tamaños y evaluar el orden de magnitud de los resultados de los cálculos.

Ejemplos:

• *¿Dónde están aproximadamente ubicadas las siguientes distancias: 68 km, 489 km y 7378 km? Para cada distancia, elegir la línea numérica más adecuada.*



El redondeo juega un rol implícito en este problema. En efecto, no es visible en la línea numérica si el número 7378 fue redondeado a la decena o a la centena más cercana. Sin embargo, los alumnos muestran el orden de magnitud considerado al elegir una escala, ya que no es muy apropiado mostrar 68 en la escala del 1000 o el 7378 en la escala de 100.000. Las distintas consideraciones que tienen los niños cuando resuelven problemas como éste son una señal del inicio del redondeo.

• *La Secretaría de Turismo de Bariloche está armando folleto con información para turistas. Uno de los datos que pondrán es la población de la ciudad.*
¿Qué número es el más apropiado para indicar a los turistas el número de habitantes de Bariloche?

- *120.000*
- *140.000*
- *50.000*
- *100.000*
- *10.000*

Un aspecto interesante de este problema es que, en cierto modo, puede haber más de una respuesta correcta, dentro del rango de magnitud lógica (si se conoce la ciudad de Bariloche).[5] El uso de datos censales puede colaborar a aclarar este problema.

• *¿En qué orden de magnitud se encuentra:*
- *la distancia tierra - sol?*
- *la altura promedio de un hombre?*
- *el largo de una hormiga?*
- *el diámetro de un glóbulo rojo?*[6]

• *Rodear el número más cercano al dado. Explicar cómo se realizó la elección.*

1,02	0,1	1	10	100
9,91	0,1	1	10	100
0,08	0,1	1	10	100

Este tipo de situaciones colabora en la explicitación de las reglas informales de redondeo utilizadas por los alumnos y el sentido numérico puesto en juego. Cuando las opciones son muy próximas entre sí, es necesario ajustar la estimación, hecho que debe ser explicitado, justificado y discutido en el aula.

- Previo a trabajar la regla de redondeo, se debe atender a las estrategias de redondeo informales de los alumnos pidiéndoles que expliciten y justifiquen los procedimientos que utilicen.

Por lo general, los alumnos apelan a redondear a números fáciles para ellos, como,suelen ser los múltiplos de 10 (en H. Panhuizen, 2010, se los llama números "redondos"). Cuando los números a redondear están próximos a estos números, lo suelen hacer casi automáticamente.

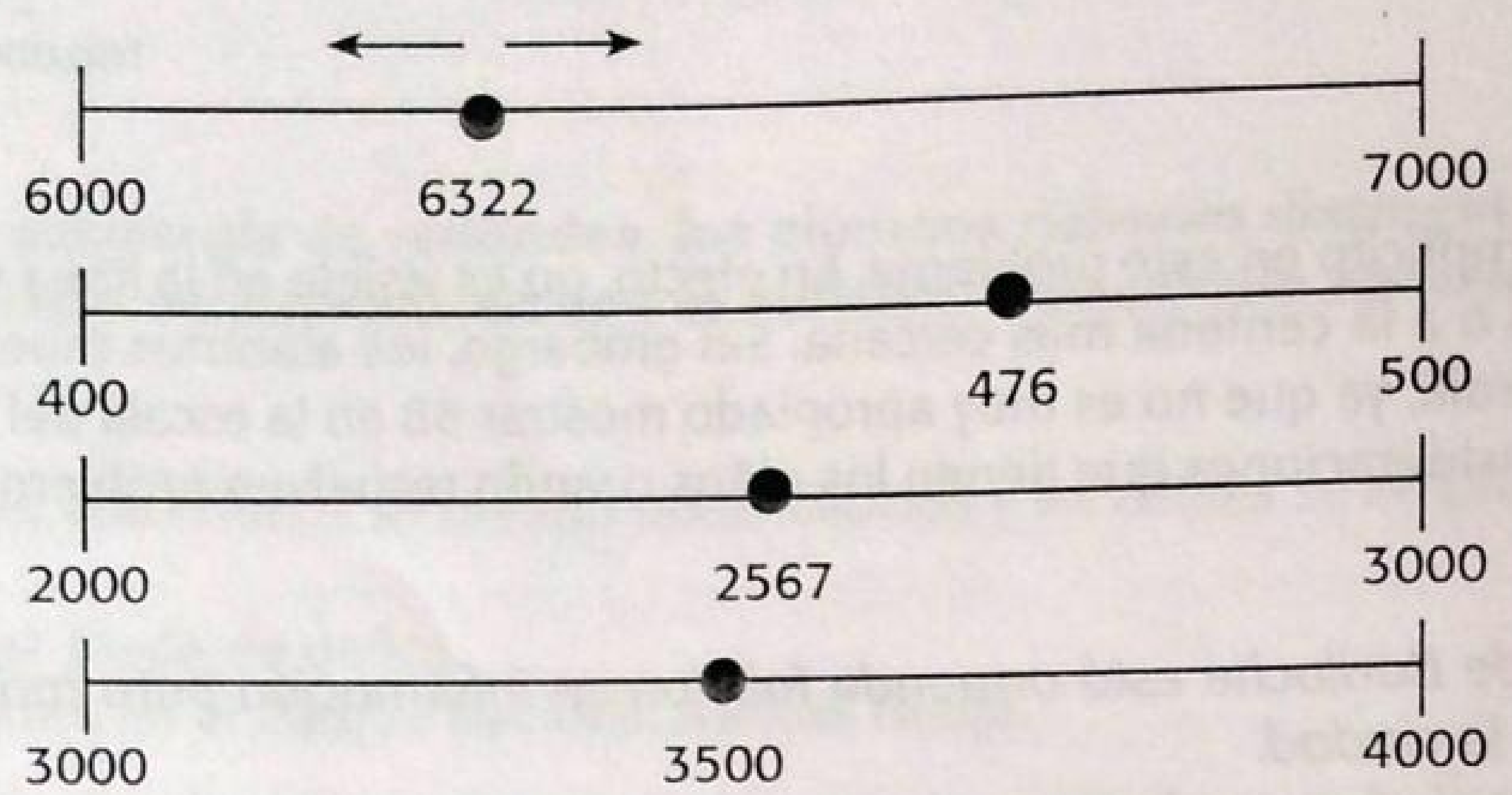
Ejemplos:

• *Redondear los siguientes números:*

2013 km son aproximadamente .... .km.
$3008 son aproximadamente $ ....
998 kg son aproximadamente .... kg.
7,04 litros son aproximadamente .... litros
$54,89 son aproximadamente $ ....

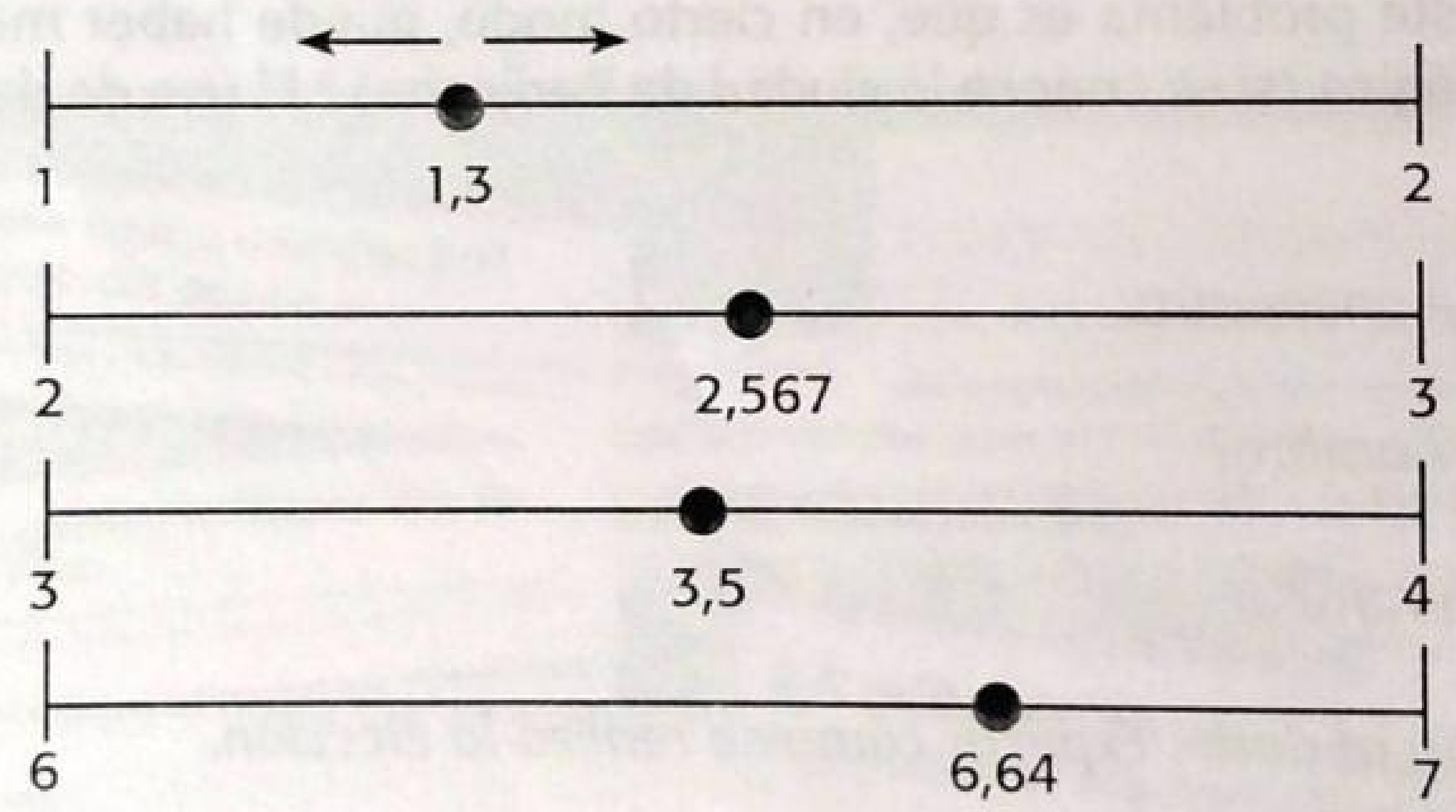
La situación es diferente si se eligen números que no son cercanos a un número "redondo". En este caso, la regla del redondeo comienza a ser útil. Esta regla indica cuándo debe redondearse un número "para arriba" o "para abajo". Los niños pueden llegar a esta regla solos cuando tienen que decidir la dirección más "razonable" para redondear.

• *¿Cuál es la dirección más "razonable" para redondear estos números?*



A través de problemas como éste (sea sobre un collar a 100, la banda numérica entre 200 y 400 o la recta numérica entre 100 y 2000), los alumnos notarán que los números que están a la derecha del punto medio del intervalo conviene redondearlos hacia la derecha (es decir, para arriba), mientras que lo que están a izquierda, conviene hacerlo en ese sentido (es decir, para abajo), anticipando así la regla del redondeo.

• *¿Cuál es la dirección más "razonable" para redondear estos números?*



- Los alumnos deben llegar a comprender que la regla del redondeo da un criterio general para redondear cualquier número a una unidad decimal seleccionada según el interés del estimador.

Regla del redondeo: Para redondear un número aproximándolo a una determinada posición (última cifra significativa en razón del problema a resolver), se considera la cifra a la derecha de ella; si es mayor o igual que 5, se suma uno a la cifra significativa considerada y todas las cifras siguientes se reemplazan por cero **(redondeo por exceso)**. Si la cifra a la derecha de la elegida es menor que 5, la última cifra significativa se deja igual (es decir, no se le suma nada) y todas las cifras siguientes a ella se reemplazan por ceros **(redondeo por defecto)**. Por ejemplo:

* Pi = 3,14159265359... puede redondearse a 3,1416 o 3,14, según sea la precisión que se necesite en el cálculo.
* 35 se puede redondear a 40 considerando como cifras significativas las decenas.
* 1709 a 1710 o a 1700 o a 2000, según que las cifras elegidas para redondear sean las decenas, las centenas o las unidades de mil respectivamente;
* 24,456 podrá pensarse como 24,46 o 24,5 o 24 según que la cifra a redondear sea los centésimos, décimos o unidades respectivamente.
* 4,444448, si se considera como última cifra significativa la de los millonésimos, se obtendrá 4,44445, pero si la cifra significativa fuera la de las unidades, el valor redondeado será 4.

Este procedimiento es de uso generalizado en el manejo de datos cuantitativos con criterio científico, ya que permite mantener la mayor precisión en el manejo de la información.

Ejemplos donde se aplica la regla del redondeo:

• *Estos son los datos recogidos en el último censo nacional:*

Total País	**40.091.359**
Ciudad Autónoma de Buenos Aires	2.891.082
Buenos Aires	15.594.428
24 Partidos del Gran Buenos Aires	9.910.282
Resto de la Provincia de Buenos Aires	5.684.146
Catamarca	367.820
Chaco	1.053.466
Chubut	506.668
Córdoba	3.304.825
Corrientes	993.338
Entre Ríos	1.236.300
Formosa	527.895
Jujuy	672.260
La Pampa	316.940
La Rioja	331.847
Mendoza	1.741.610
Misiones	1.097.829
Neuquén	550.344
Río Negro	633.374
Salta	1.215.207
San Juan	680.427
San Luis	431.588
Santa Cruz	272.524
Santa Fe	3.200.736
Santiago del Estero	896.461
Tierra del Fuego, Antártida Argentina e Islas del Atlántico Sur	126.190
Tucumán	1.448.200

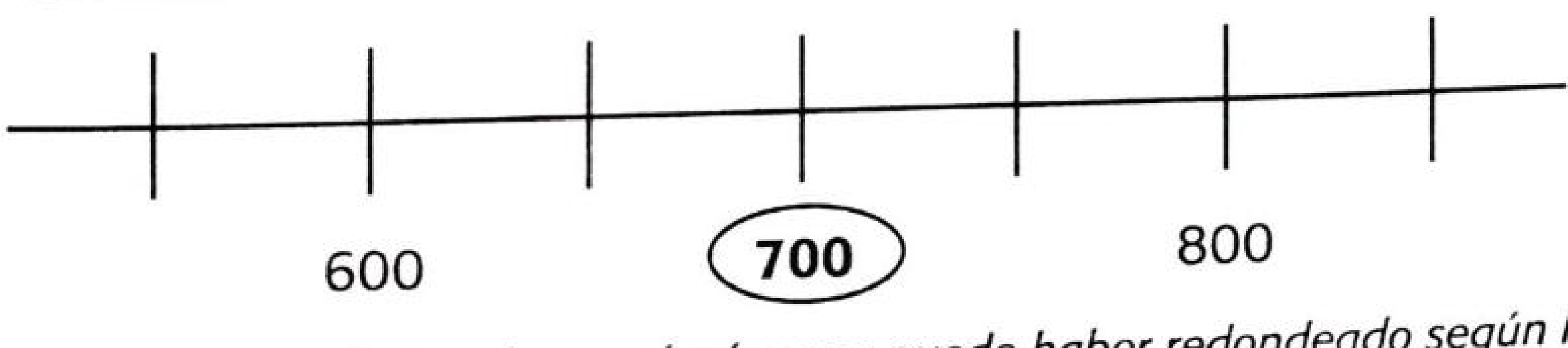
a) Si tuvieras que ordenar rápidamente las provincias según su población, ¿a qué cifra convendría redondear estas cantidades? ¿Por qué?
b) ¿Qué dirías respecto de la distribución de la población en nuestro país? (Dónde se concentra la mayor cantidad de población, dónde menos, por qué, etcétera.)
c) Busca y ordena la superficie de las 24 provincias argentinas. Toma las 5 más y las 5 menos pobladas, ¿hay alguna relación entre la superficie que ocupan y la cantidad de habitantes?

• *Los programas informáticos que usan algunas escuelas para cargar las notas de los boletines las redondean automáticamente y sólo ponen números enteros o con 50 centésimos.*
El profesor de historia tiene las siguientes notas de cuatro alumnos para cargar con el programa:

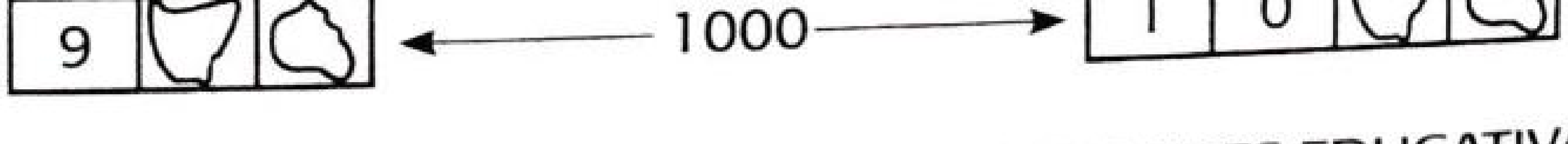
Jaime 6,83 ***Lucía 6,40*** ***Abril 5,95*** ***Aldo 6,15***

¿Qué nota les figurará a estos estudiantes según el programa?
¿En qué casos el criterio usado en el programa favorece o perjudica a los alumnos?

• *Un número ha sido redondeado a su centena más próxima, al 700. Indicar qué números pueden ser los que se redondearon.*



• *Gastón redondeó números a 1000. Determinar qué números puede haber redondeado según los datos siguientes:*



Estrategias

• *Redondear al décimo más cercano:*

0,62 →	34,08 →	1,09 → ......
3,79 →	0,21 →	3,203 → ......

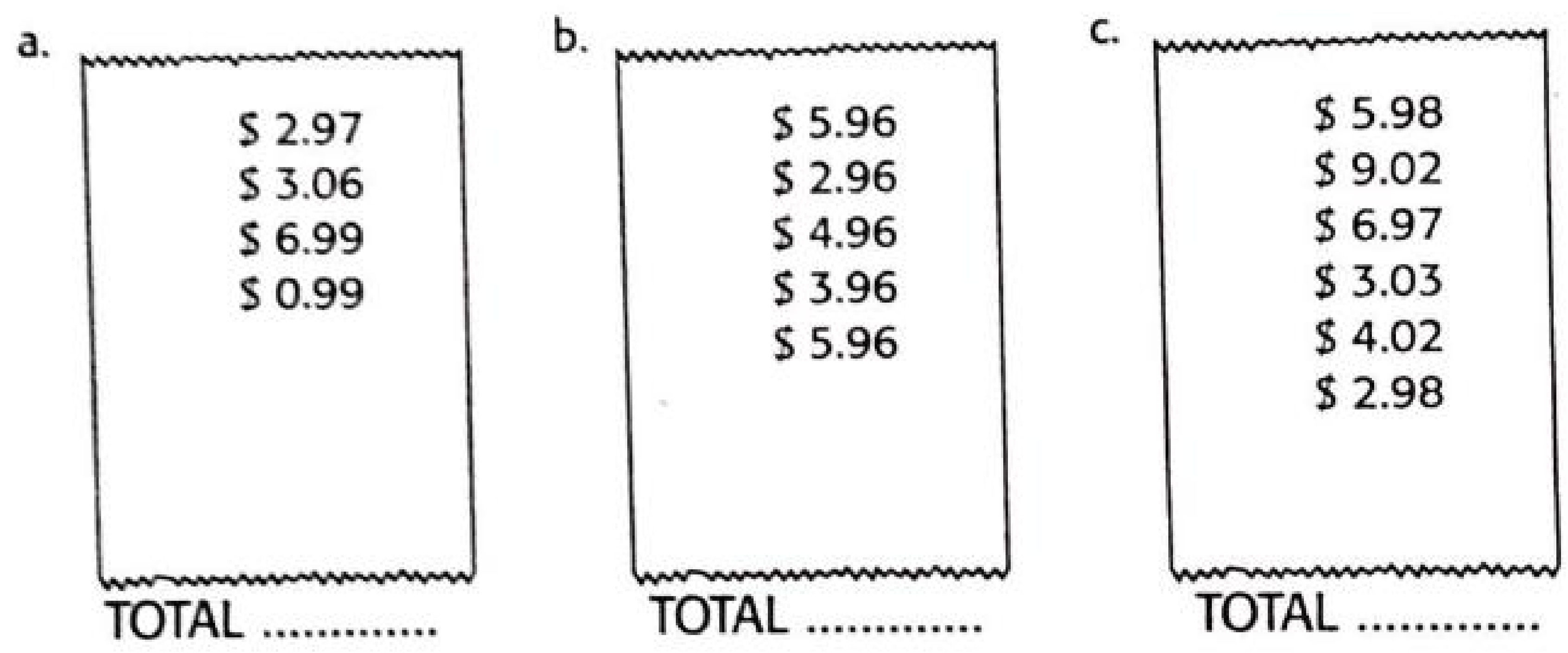
Con estos problemas, los alumnos tienen la oportunidad de reflexionar que hay distintos niveles de precisión en el uso de la regla del redondeo. Dependiendo de la situación, el redondeo podrá usarse con mayor o menor refinamiento, es decir, el orden de magnitud del redondeo depende de la magnitud de los números y del contexto.

- En la estimación en cálculos se buscará ampliar lo aprendido a la estimación de resultados sobre la base del redondeo de los números intervinientes.

Los alumnos deberían desarrollar el **hábito de estimar** las respuestas como parte del proceso de resolver problemas y cálculos (incluyendo los algoritmos tradicionales). Esto implica redondear números (términos o factores), sacar un resultado aproximado y saber calcular el número de cifras del resultado sobre la base de esta estrategia, sin lápiz ni papel. Además, una vez que los cálculos exactos han sido efectuados por algún medio (mental, escrito o con calculadora), las respuestas deberían ser evaluadas en relación con las estimadas para determinar si son razonables. Para ello se darán problemas donde se favorezcan cálculos globales, donde haya que decidir entre varias respuestas o verificar si la respuesta dada es correcta.[7]

Estimación en sumas y restas

Conviene comenzar con estimación en la suma y la resta, pues las consecuencias del redondeo para la división y la multiplicación son más difíciles de percibir.



Ejemplos:

- *Decidir rápidamente si el total de sumar $186, $495 y $197 es más o menos que $1000.*
- *Se rebajó el precio de $1563 a $1389. ¿Es correcto decir que el descuento total fue de más de $200?*
- *Estimar el total de cada recibo de supermercado y explicar cómo se hizo:*

En este problema, el contexto del dinero puede facilitar el proceso de estimación. Los números a sumar están sin embargo encolumnados. Esto puede tentar a los alumnos a sumar las columnas de derecha a izquierda (empezando por las unidades de menor orden), procedimiento poco eficiente para la estimación.

- *Estimar el resultado seleccionando los valores que consideren adecuados en los puntos a, b y c.*

1926 + 851 + 3273
es: a) 5000 b) 6000 c) 7000 d) 13 000
es: b) 1 000 + 1 000 + 3 000 2 000 + 1 000 + 3 000 2 000 + 1 000 + 4 000 2 000 + 8 000 + 3 000
está entre: c) 4 500 y 5 500 5 500 y 6 500 6 500 y 7 500 12 500 y 13 500

• *Elegir la respuesta exacta lo más rápido posible:*

6973+3937=	a. 9901 b. 10910 c. 11910	543 -178=	a. 365 b. 265 c. 465	12,53 + 10,46=	a. 23 b. 22,99 c. 22,90

• *Realizar las siguientes operaciones usando la estimaciones por redondeo. Luego de estimar, comprobar los resultados con una calculadora y observar el error cometido.*

Operación	Datos redondeados	Resultado estimado	Resultado exacto	Error cometido
1249 + 6884 6936 2368				
6248 − 1794				

A partir de realizar y analizar varios ejercicios como los precedentes, los alumnos podrán notar las "distancias" con el valor exacto en cada caso, llegando a apreciar la conveniencia de usar redondeos por exceso y por defecto como compensación en el caso de la suma, y de mantener el sentido del redondeo en el caso de la resta, a efectos de que no se distorsione la distancia entre minuendo y sustraendo (como sería en el caso de redondear uno por exceso y otro por defecto). Se pone en evidencia, también, que el sistema de numeración es un conocimiento esencial para una buena estimación.

Estimación en multiplicaciones y divisiones

Estimar en multiplicaciones y divisiones es más complicado que en la suma y en la resta por los efectos que el redondeo ocasiona, dado que se hacen mayores las desviaciones y las imprecisiones. En la escuela primaria se trabajará la estimación por redondeo con estas operaciones en casos sencillos.

Ejemplos:

• *Cucharitas de café, 1495 puntos. Junté 10.000 puntos. ¿Tengo suficientes puntos para comprar 6 cucharitas?*

• *En total se vendieron $4958 en billetes de lotería. Cada billete de lotería cuesta $5.*
¿Aproximadamente cuántos billetes de lotería se vendieron?

a. *casi 1000*
b. *casi 750*
c. *casi 500*

• *Quiero comprar cuatro budines que cuestan $39,8. ¿Me alcanzan $150 para comprarlos a todos?*

• *Una patineta cuesta $179,80. Pienso que puedo ahorrar $5 por semana. ¿Cuánto tiempo me va a llevar ahorrar el dinero suficiente para comprarla?*

• *En el cine hay 18 filas de 32 asientos cada una. ¿Aproximadamente cuántos asientos hay? Analiza los siguientes redondeos y determina el más próximo al resultado exacto:*

18 x 30   20 x 30   20 x 32

• *Estudiar cada una de las operaciones indicadas. Sin hacer cálculos, escribir cuántas cifras tiene cada uno de los resultados.*

Operación	Nº de cifras	Operación	Nº de cifras
a) 134+689	_______	b) 134+989	_______
c) 12x234	_______	d) 52x39	_______
e) 1764-783	_______	f) 2345:4	_______

• *Rodear el número más próximo a la respuesta correcta (sin usar la calculadora ni hacer cálculos precisos). ¿Cómo elegiste cada respuesta?*

101 x 11	800	111 x 909	800	1,24 x 5,678	0,7
	900		9000		5
	1000		10000		6
	1100		110000		7
	1200		1200000		

• *Señalar la opción correcta y explicar cómo se realizó la selección:*

a) El resultado de 2643 x 21,43 es del orden de:

50   500   5 000   50 000   500 000   5 000 000

b) El resultado de 43,12 x 31,42 es del orden de:

13   130   1 300   13 000   130 000   1 300 000

• *Realizar las siguientes operaciones usando estimaciones por redondeo. Luego de estimar, comprobar los resultados con una calculadora y observa el error cometido:*

Operación	Datos redondeados	Resultado estimado	Resultado exacto	Error cometido
1342 x 104				
5,42 x 0,102				
104 697 : 50				
6823 : 2				

• *Estimar el segundo factor o el divisor, según corresponda, de forma tal que el producto obtenido esté comprendido en el intervalo dado. Luego, verificar tu estimación con la calculadora.*

CALCULO	INTERVALO	Nº DE INTENTOS
19 x	(800; 1800)	....
25 x	(2000; 2500)	....
105 x	(1000; 1100)	....
850 x	(90; 150)	....
1050 x	(200; 250)	....
4360 x	(150; 200)	....

- La estimación por redondeo facilita la ubicación de la coma en las operaciones con números decimales, pero tiene sus límites.

En el caso de operar con números decimales, la ubicación de la coma suele ser un problema para niños, jóvenes y adultos. Los alumnos pueden llegar a las reglas de ubicación de la coma en las cuatro operaciones utilizando la estimación por redondeo **para calcular el número de cifras enteras del resultado**.

A) Operando con números decimales con parte entera mayor que cero

En este caso, se puede ubicar la coma sencillamente, **estimando el número de cifras enteras que tendrá el resultado**. Para ello se realiza el siguiente procedimiento: estimar mentalmente la parte entera del resultado por redondeo de cada término o factor a unidades simples (de esta forma se puede saber el número de cifras enteras que tendrá el resultado); sumar, restar, multiplicar o dividir los números como si fueran números naturales y ubicar la coma de acuerdo con lo extraído en el paso anterior.

Ejemplo:
Resolver la siguiente suma con el procedimiento indicado:
1) *Estimar el resultado por redondeo a las unidades*: 3,27 + 2,01 + 12,56 ≅ 3+2+13 = 18. Este valor indica que el resultado exacto tendrá dos cifras enteras.
2) *Efectuar la suma como si fueran números naturales*: 327 + 201 + 1256 = 1784
3) *Colocar la coma de acuerdo con lo obtenido en primer paso*. En este caso hay que considerar dos cifras enteras, luego el resultado es 17,84.

• *Resuelve en forma análoga:*

a) 13,52 + 10,35 - 8,60 =

b) 553,8 - 427,2 =

c) 3,24 x 4,7 =

d) 1,17 x 5,7 =

e) *2,63: 1,9 =*

• *Estimar marcando con una cruz el resultado correcto.*

2,4x6,8=	16,32	1,632	163,2	1632
10,6x3x68=	3900,8	390,08	39,008	3,9008
9x2,98=	2682	268,2	2,682	26,82

• *Ubicar la coma en el resultado sin hacer la cuenta con lápiz y papel:*

69,3: 3 = 231   811,8: 22 = 369   20,74: 3,4 = 61   16,328: 2,6 = 628

B) ¿Podrá emplearse el mismo procedimiento cuando los números decimales intervinientes en el cálculo son menores que la unidad?

Veamos un ejemplo: Sea sumar 1,23 + 0,08 + 0,098 =
1) Estimar redondeando a unidades:

1,23 + 0,08 + 0,098 ≅ 1+ 0 + 0 = 1

2) Sumar ahora como si no existiera la coma:

123 + 008 + 0098 = 229

3) *Colocar la coma según la estimación realizada*: el valor obtenido será ¡2,29!.
Sin embargo, según la estimación realizada, el resultado debería estar próximo a 1. ¿Dónde está el error? ¿Se podría subsanar de alguna forma?

En estos casos se hace necesario calcular el número de cifras enteras, **equiparar el número de cifras decimales** agregando ceros a derecha, sumar (o restar) los números como si fueran números naturales y ubicar la coma según el valor entero estimado.

En el ejemplo anterior este procedimiento sería:

1,23 + 0,080 + 0,098 → 1230 + 80 + 98 = 1408

El valor estimado originalmente era 1, por lo que la coma en 1408 iría después del 1, quedando como resultado 1,408.

Resuelve teniendo en cuenta lo anterior

0,5 + 17,841 + 21,9 9,26 1 + 54,3 1 - 0,178 73,2 - 2 5,381

¿Qué acontece con la multiplicación con números decimales menores que la unidad?

• *Probar a estimar el resultado de las siguientes multiplicaciones. ¿Qué dificultades se encuentran?*

36,2 x 0,9   82,3 x 0,59   8,31 x 0,4   0,03 x 0,005

En el caso de tener que multiplicar factores menores que la unidad, la tentación es redondearlos a cero, llegando así a la anulación de cualquier producto. Por otro lado, si se aproxima a 1 el multiplicador (por ejemplo, en los casos de 0,9 o 0,59), el resultado del cálculo sería igual al multiplicando, lo cual no sería correcto ya que los resultados deben ser siempre menores que él.

En forma análoga, existen dificultades para las divisiones en las que intervienen decimales menores que la unidad.

• *Utilizar la estimación para resolver: 8,31: 0,4; 0,02: 0,008 y 0,0072: 0,003*
¿Qué dificultades se presentan?

Evidentemente, la división por 0 está prohibida y 0 : 0 no tiene sentido en la aritmética.

En estos casos se podrían llevar a su expresión fraccionaria los números intervinientes, reformulando los factores, y aplicar la estimación en los numeradores sólo para la obtención de la cantidad de cifras enteras del resultado. Dada la complejidad de estos procedimientos, es evidente que la estimación no resulta de gran utilidad, por lo cual, para el caso de la multiplicación y división con decimales menores que la unidad, se aconseja que los alumnos ya hayan extraído las reglas respecto de la cantidad de cifras decimales trabajando con números decimales con parte entera no nula y las apliquen a estos casos, pudiéndose comprobar su validez con la calculadora.

Conclusiones

Enseñar a redondear demanda un tratamiento largo que debe centrarse gradualmente en que los alumnos puedan redondear de un modo flexible y decidan con pertinencia el grado de precisión deseable de acuerdo con la situación dada.

Si bien la estimación es un proceso mental y por lo tanto individual, no se la puede pensar sino como una competencia que exige una regulación interna que el alumno construye progresivamente en el trabajo compartido con sus compañeros y el docente. La descripción, justificación y discusión de lo hecho por él y por otros sobre situaciones de estimación colaborará a que internalice distintos procedimientos, reconozca los más eficaces, los use de manera flexible y los exprese correctamente. Esto, además, dará pautas al docente para individualizar las ayudas pedagógicas necesarias para que sus alumnos logren este aprendizaje. Todo esto requiere de un clima que brinde seguridad y confianza a los alumnos en el aula, de modo que se sientan respetados y libres de arriesgarse a expresar sus pensamientos.

Por otro lado, si estos procesos se utilizan sólo cuando se trabaja la estimación como una unidad aislada y se los abandona luego en el trabajo aritmético cotidiano, se pierde el sentido de su enseñanza. Debe constituirse en un recurso disponible en los alumnos que los docentes deben actualizar permanentemente hasta lograr hábitos al respecto. Esto desafía al docente a estar atento a todas aquellas situaciones en las que una estimación pueda o deba ser usada y a alentar la reflexión en sus alumnos sobre el lenguaje, el razonamiento y el cálculo aproximado, propios de este procedimiento.

La estimación ha demostrado ser de gran ayuda para comparar números y para evitar en los alumnos la aplicación de reglas sin comprensión en la operatoria con números naturales y decimales, permitiendo agilizarla y ayudando a los alumnos que poseen dificultades para el cálculo u olvidan las reglas que los rigen, tanto en primaria como en secundaria y en la enseñanza de adultos. NE

Notas

1. A principios del año 1982 se hizo público en el Reino Unido el Informe Cockcroft sobre la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de primaria y secundaria de Inglaterra y Gales (versión española: *Las matemáticas sí cuentan*, MEC, Madrid 1985), que fue un gran propulsor de cambios en la enseñanza de la matemática.
2. "La estimación matemática es el juicio de valor acerca del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite". (Segovia y otros, 1989, 18). Heurísticas: Método de resolución de problemas que consiste en aplicar ciertos principios y estrategias que permiten reconocer que el problema pertenece a cierto tipo y que suelen llevar a una resolución, aunque no siempre sea la conveniente.
3. Algoritmo: "Serie finita de reglas a aplicar en un orden determinado para llegar con certeza (es decir, sin indeterminación ni ambigüedades) en un número finito de etapas a cierto resultado, y esto independientemente de los datos" (Segovia,1989).
4. Establecer el orden de magnitud de un número es poder identificar entre qué potencias de 10 se encuentra y determinar a cuál de ellas se aproxima más. Por ejemplo: 235 está entre 102 y 103 y más próximo a 100 que a 1000, luego su orden de magnitud es 102; 183.000 está entre 105 y 106, pero, al estar más próximo a esta última potencia, su orden de magnitud es 106; 0,075 está entre 0,01 y 0,1 y su orden de magnitud es de 10-1.
5. Datos del censo 2010 de San Carlos de Bariloche: 108.250 habitantes. La ciudad creció un 16 por ciento desde 2001. Río Negro, según el censo, tenía 633.664 habitantes (fuente: INDEC. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2010).
6. Consultar http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/magnitudes/ordenes.htm
7. También los juegos que encierran estimación son muy atractivos para los alumnos. Ver por ejemplo en http://nrich.maths.org (traducible) ejemplos para todos los grados. Además se pueden consultar los links comentados en la página www.gpdmatemática.org.ar.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Bibliografía

Barbera Gregori, E. (1996). "Estimación estratégica: la matemática como ciencia inexacta". Revista *UNO* No 7. España: Graó.

Bressan, A.; Bogisic, B. (1987). "El cálculo aproximado: aplicaciones a la operatoria con naturales y decimales". Doc. 17. Río Negro: Perfeccionamiento Docente -Área Matemática. C.P.E.

Bressan, A.; Bogisic, B. (1996). *Desarrollo Curricular: La estimación, una forma importante de pensar en matemática*. Río Negro: Consejo de Educación. Disponible en www.gpdmatematica.org.ar

Segovia, I. y otros (1989). *Estimación en cálculo y medida*. España: Síntesis.

Segovia, I. y Rico, L. (1996). "La estimación en medida". Revista *UNO*, No. 10, págs. 29- 42. España: Grao.

Van Den Heuvel; Panhuizen, M. (coords.) (2010). *Los niños aprenden matemáticas. Una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios para el cálculo en la escuela primaria*. México: Correo del Maestro.

Ana Bressan y Silvia Pérez son coordinadoras del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática de la Fundación GEB. San Carlos de Bariloche. Provincia de Río Negro.
www.gpdmatematica.org.ar