novedades EDUCATIVAS

ISSN 0328-3534

# Aprendizajes e intervención docente

*Contextos de crianza y desarrollo lingüístico y cognitivo*

*El diálogo inteligente*

*Mapas conceptuales: el detalle inadvertido*

*El maestro recuperador*

20 AÑOS

# Enseñar matemática

*Lógica, ¿de qué se trata?*

*Lotería para interpretar y explorar números*

*El concepto matemático de área*

*Lenguaje algebraico en la resolución de problemas*

*Los números irracionales y el Tangram*

AÑO 21 • N°226
Octubre 2009
Argentina: $14,00
México: $60 m/n
Uruguay: $U 110.-
www.noveduc.com

**Nueva sección:**
**FORMACIÓN DOCENTE**

# Resolución de problemas matemáticos

Matemática realista

# El **rompecabezas** de 19 piezas

***Silvia Pérez y Betina Zolkower***

**Se presenta una serie de lecciones en las que alumnos de dos sextos grados de una escuela de San Carlos de Bariloche (Río Negro, Argentina) trabajaron con un rompecabezas. Además de discutir el valor didáctico-matemático de los rompecabezas y los desafíos que éstos presentan al docente en lo que hace a la planificación y conducción de clases, interesa mostrar, a través de un ejemplo paradigmático, el valor de la narrativa como instrumento de reflexión sobre la práctica áulica.**

## Descripción del rompecabezas

El rompecabezas con el que se trabajó (Moscovich, 1994) consta de 19 piezas en forma de hexágono regular (Figura 1).

Estas piezas, con excepción de la Nº 9 y de la Nº 10, presentan diseños bicolores obtenidos al disecar el hexágono por medio del trazado de una diagonal (1, 2, 13 y 14), dos diagonales (5, 6, 7, 8, 15, 16, 17, y 18), tres diagonales (3, 4 y 19), y dos radios (11 y 12). Se puede describir cada una de estas piezas por medio de las fracciones $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{6}$ o $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{6}$ o $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$ y $\frac{6}{6}$ o 1, donde éstas indican la parte de la pieza que está coloreada.

El rompecabezas consiste en acomodar las 19 piezas en un panal de abejas de forma hexagonal, cuyo 'lado' está formado por tres de las piezas (Figura 2), cumpliendo con la regla o condición de que las regiones contiguas de todo par de piezas adyacentes, o sea, piezas que comparten un lado, sean del mismo color.

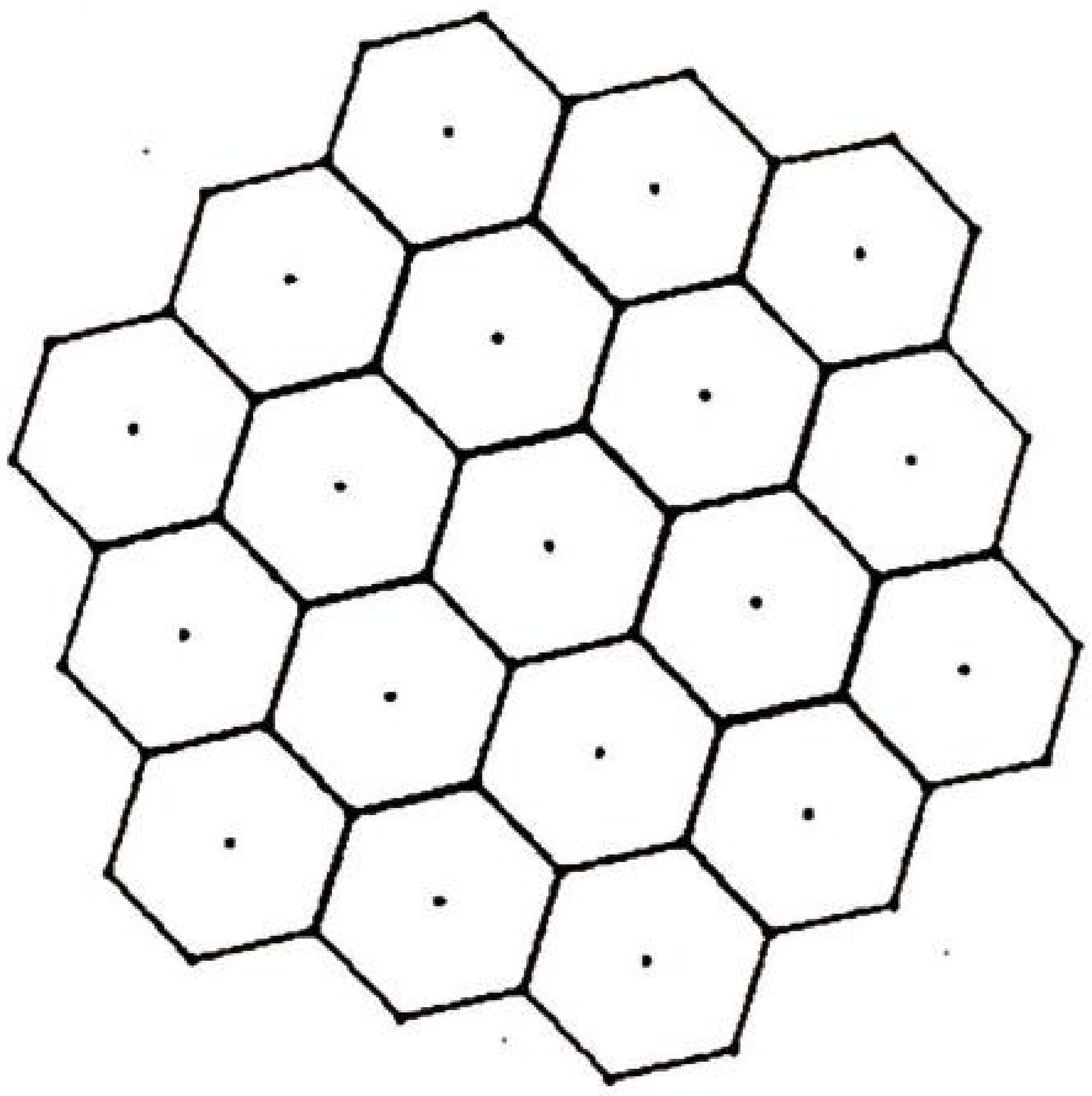


*Figura 2.*

Este rompecabezas posee un gran valor como contexto para matematizar en tanto invita a los alumnos al juego de armar el panal con las 19 piezas (situación a-didáctica)

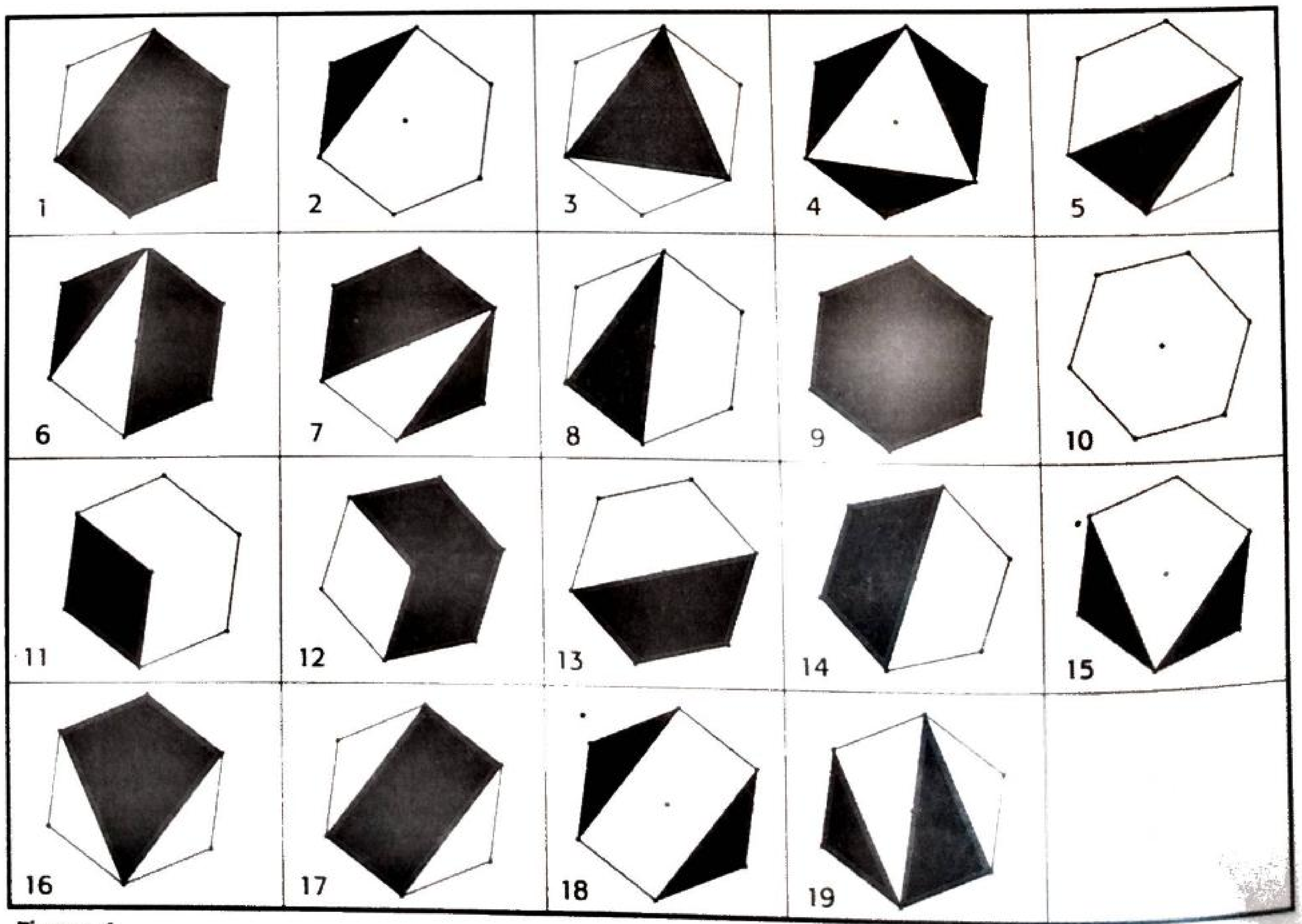



*Figura 1.*

### Hacer matemática en el aula

Suelen ser pocos los docentes que aprecian la potencial riqueza de los rompecabezas en el aula de matemática y aun menos los que se animan a darle a éstos un lugar central en sus clases. Es como si un análisis costo-beneficio, que tiene en cuenta la lista de contenidos a adquirir y no el conjunto de disposiciones a desarrollar, los llevara a descartar a priori el trabajo con rompecabezas o, en el mejor de los casos, a relegarlos a una actividad extra-curricular. Al decir de una docente, "los rompecabezas llevan mucho tiempo de clase, los chicos se la pasan probando una y otra vez sin usar otro método que el ensayo y el error y, al fin y al cabo, es poco el contenido matemático que podemos sacar de ellos". Mientras tanto, he aquí la pregunta, dicha con mezcla de sorpresa e incredulidad, de una alumna de quinto grado a su maestra, después de tres clases dedicadas a jugar con, armar y estudiar un rompecabezas: "Seño, ¿esto que estamos haciendo, es matemática?"

y, al mismo tiempo, genera la posibilidad de crear situaciones (didácticas) en torno a temas del currículo, tales como describir, comparar y contrastar las piezas por medio de fracciones y porcentajes y usar las propiedades del hexágono regular para construirlo con regla y compás, entre otras. Mas allá de hacer posible el trabajo sobre estos contenidos, el valor de este rompecabezas reside en que el desafío de armar el panal con todas las piezas estimula a los alumnos a superar el método de ensayo y error, en búsqueda de estrategias sistemáticas, inteligentes y eficaces para lograr ese objetivo, estrategias que hacen a la esencia del quehacer y el pensar matemático.

## Relato de la docente

Elegí comenzar el año en mis dos sextos grados con este rompecabezas por varias razones. Una es que estábamos en las primeras semanas de clase y me pareció muy útil para despertar el interés de los chicos en una actividad de matematización. Para los chicos, un rompecabezas es más un juego que una actividad escolar y me parecía lindo para interesarlos y verlos trabajar más o menos libremente. Pensé también que traer este rompecabezas al aula me daría la oportunidad de verlos funcionar en grupo y observar cómo interaccionaban con miras a lograr un objetivo común. ¡Pero la verdad es que no pensé que les iba a resultar tan interesante!

Otro motivo por el que elegí este rompecabezas fue para averiguar qué sabían estos chicos acerca de las fracciones y, a partir de ahí, expandir su nivel de comprensión de estos conspicuos y, a la vez, aparentemente inasibles objetos matemáticos. Con esta intención didáctica, agregué a la consigna de armar el rompecabezas preguntas que involucraban describir las piezas en términos de fracciones. Estas preguntas fueron pensadas teniendo en cuenta que se trataba de la primera actividad de este tipo que hacíamos en mi clase. En resumen, mi intención era ver cómo funcionaban los chicos trabajando en grupos pequeños y qué sabían sobre fracciones como $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ y compensación de áreas.

Antes de preparar las clases, dediqué varias horas a jugar con el rompecabezas, estudiar el diseño de sus piezas y pensar en diversas estrategias para resolver el problema, o sea, armar el panal de abejas. Descubrí que 18 de las 19 piezas pueden aparearse de forma complementaria, esto es, en parejas que juntas completan un hexágono totalmente blanco o uno totalmente coloreado (1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9- 10, 11-12, 13-14, 15-16, y 17-18; por ejemplo, ver figura 3).

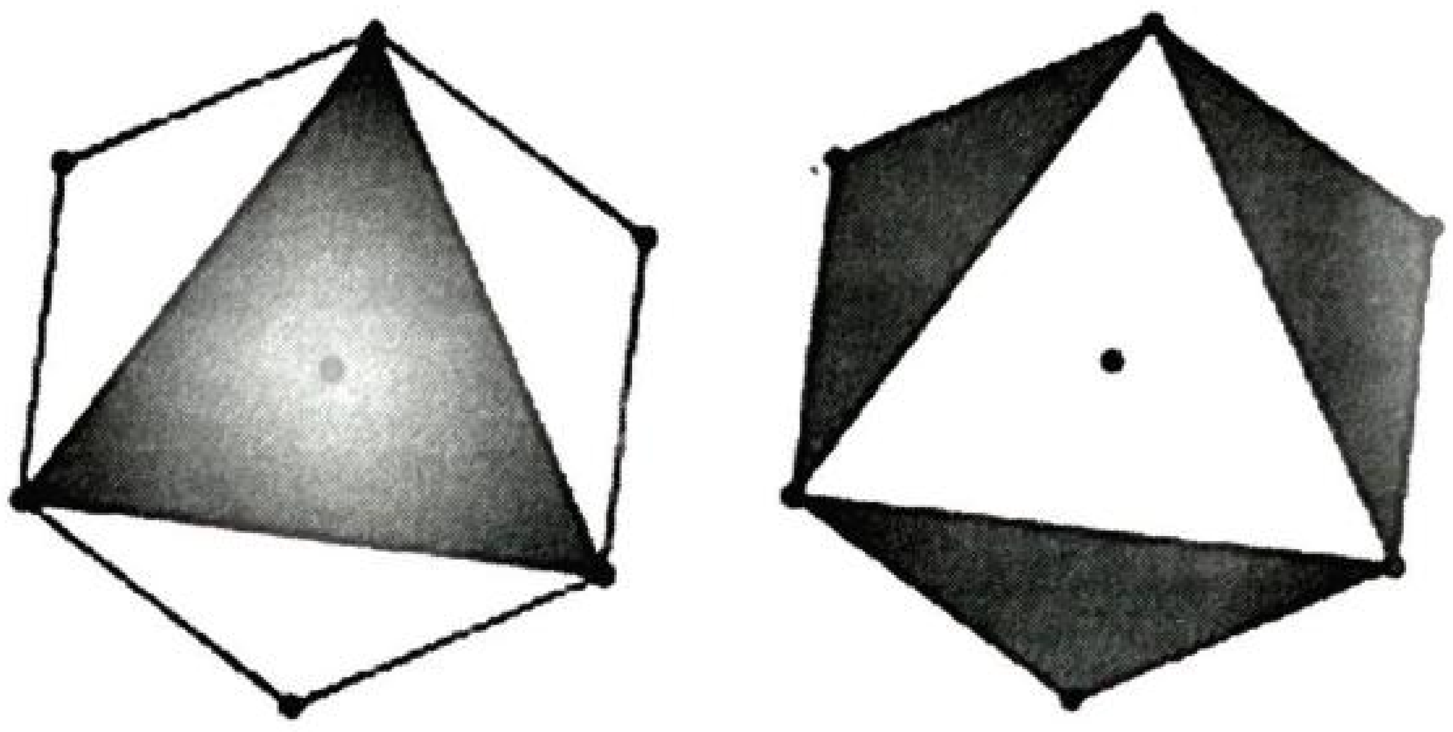


*Figura 3.*

La pieza sobrante, la única sin pareja, está coloreada una mitad blanca y la otra mitad roja (Fig. 4).

Deduje de todo esto que el panal formado por todas las piezas tiene una mitad de su área coloreada y la otra en blanco.

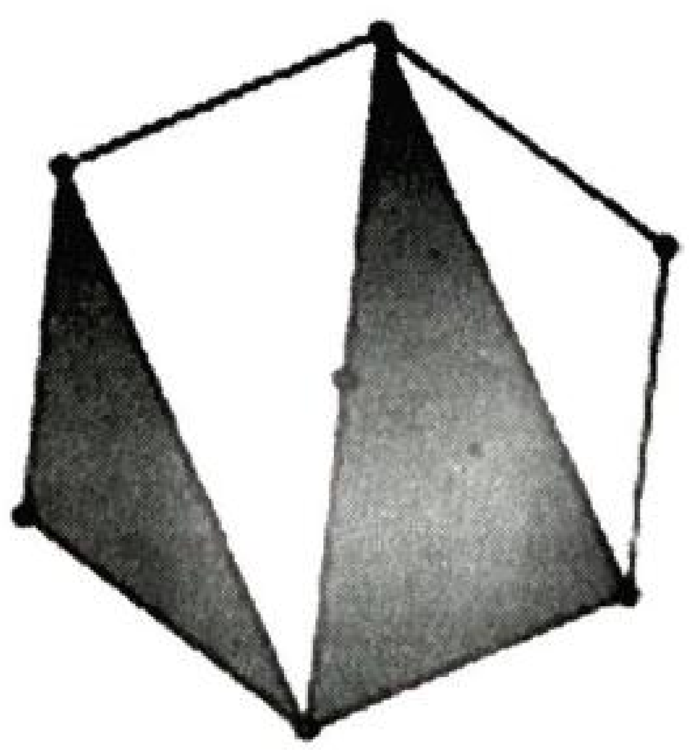


*Figura 4.*

Descubrí además que el rompecabezas incluye piezas de diseños diferentes con la misma fracción coloreada (ej. la pieza número 19 y la número 13, Fig. 5), lo cual me pareció que sería una buena ocasión para trabajar equivalencia de áreas. Me intrigó saber si los chicos se darían cuenta de estas equivalencias y si sabrían cómo expresarlas usando fracciones y porcentajes.

Se me ocurrió además que este rompecabezas sería ideal para trabajar perímetro y algunas propiedades de

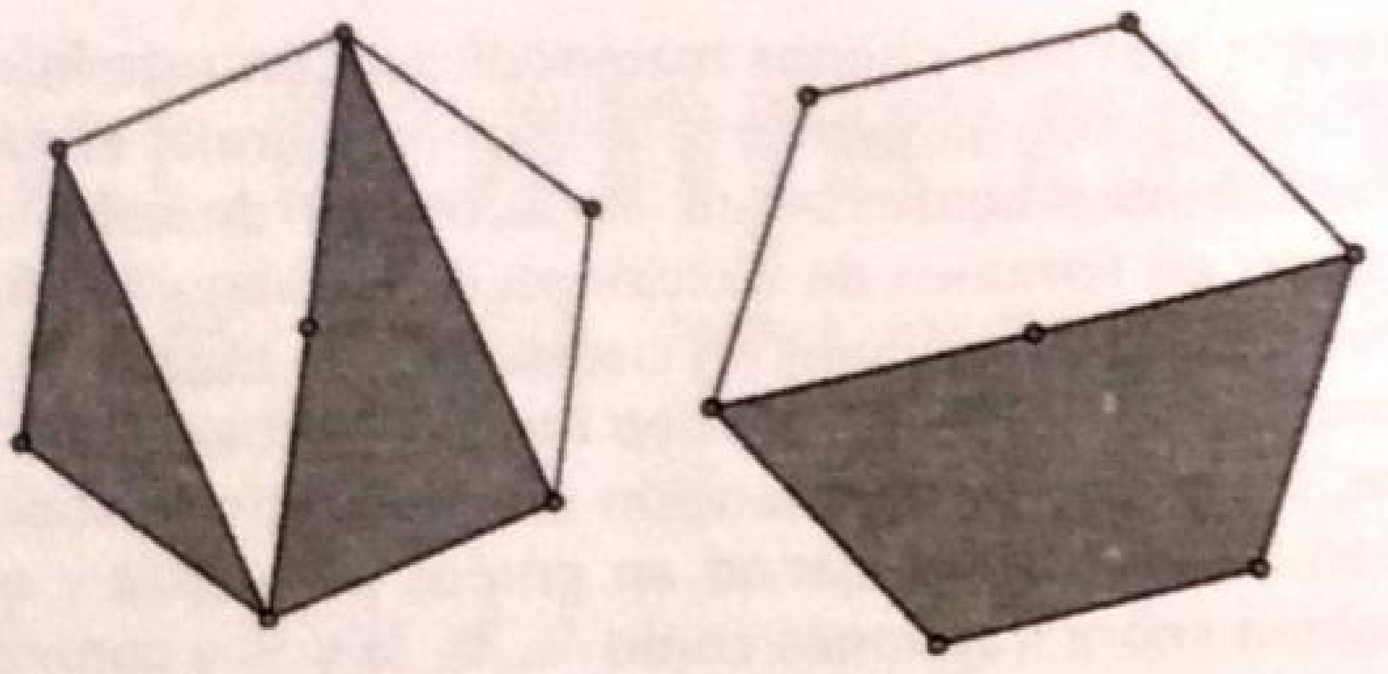


*Figura 5.*

figuras geométricas. Tratándose de 6º grado, suponía que estos chicos ya debían tener una idea de todo esto, pero no vendría mal recordarlo. Lo mismo pensé en cuanto al tema de la construcción de figuras geométricas con regla y compás y el trabajo con medida en centímetros y milímetros.

Después de tomar nota de todo lo que podía aprovechar de este rompecabezas con mis alumnos, decidí recortar un poco para no apabullarlos ni aburrirlos. La secuencia de actividades que diseñé fue la siguiente (Figura 6).

1. Buscar en el grupo una solución al rompecabezas
2. Dibujar una copia de la solución en una hoja (Fig. 2).
3. Después de jugar, dibujá:
   a) 4 piezas distintas que tengan la mitad coloreada,
   b) 3 piezas distintas en las que haya $1/3$ coloreado,
   c) 4 grupos de dos o más piezas que formen un entero. ¿Cómo sabes que forman un entero?,
   d) otros diseños de una pieza en la que haya $1/2$ coloreado,
   e) por lo menos una pieza más, distinta, en la que haya $1/3$ coloreado.
4. ¿Cuánto está sombreado en la figura final? ¿Cómo lo sabes?
5. El lado del hexágono original mide 1,8 cm, ¿cuál es el perímetro de una pieza? ¿Cuál el de la figura final?
6. Dibuja, usando los elementos de geometría, un hexágono de 2,5 cm de lado. ¿Qué perímetro tiene ahora?

*Figura 6.*

Mientras las dos primeras consignas fueron dadas en forma oral solamente, las cuatro siguientes fueron copiadas por cada alumno en su carpeta. En la consigna no se explicita que el hexágono a dibujar debe ser *regular* ni se menciona nada acerca de la medida de los ángulos. Esta doble omisión fue intencional, porque me

*Figura 7.*

interesaba ver hasta qué punto esto les causaría un conflicto a la hora de hacer la construcción geométrica en cuestión.

Conforme con esto, pensé que los chicos iban a tener mayores dificultades con la primera parte de las actividades (consignas 1 a 3). En cuanto a la pregunta 4, anticipé que aparecería la expresión "el 50%" y que esta respuesta podría llevar a una conversación acerca del porcentaje que cubren algunas piezas, aspecto que me interesaba bastante, sobre todo en relación con las piezas en las que $1/3$ o $1/6$ está coloreado (por ejemplo, las piezas número 1, 2, 11 y 12) dado que estas fracciones no pueden traducirse a porcentajes en términos exactos. En cuanto a la última consigna, me intrigaba si preguntarían si debía ser un hexágono regular o si iban a pedir la medida del ángulo interior. En este punto era donde esperaba que hubiera mayores problemas o inquietudes. Sobre los puntos 3d y 3e también tenía una gran expectativa en función de qué redistribuciones del área podían hacer, más para el caso de $1/3$ que para $1/2$, porque representa una dificultad mayor. Al haber muchas piezas con $1/3$ coloreado, me pareció que sería es un desafío para los chicos el diseñar otras sin repetir.En principio pensé que con un par de clases alcanzaría para trabajar todas las consignas. Pero, como suele pasar... ¡no todo salió como yo lo había previsto!

## La clase

Este apartado debería titularse "las clases", ya que nos llevó todas las horas de matemática de una semana, o sea, un total de seis horas de clase. Pero valió la pena.

Primero organicé a los alumnos en grupos pequeños y repartí los rompecabezas, cada juego en un sobrecito, sin dar ninguna instrucción por escrito. Algunos espontáneamente empezaron a emparejar las piezas (por ej. las pintadas de manera complementaria o tratando de armar algún diseño). Les pregunté qué notaban de interesante y comentamos acerca de sus observaciones y preguntas. En 6º A dijeron: *"son hexágo-*

nos", "tienen diferentes formas adentro, hay partes sombreadas", "tienen un puntito en el medio", "hay diseños que valen lo mismo, tienen la misma parte sombreada", etcétera. En 6º B, además de lo anterior, una nena vio "dos cubos" en las piezas que tienen un tercio en forma de rombo coloreado (11 y 12). En cuanto otra alumna preguntó: "¿Dónde dice qué hay que hacer!", aproveché para preguntar para qué les parecía que eran estas piezas. Algunos dijeron que eran para armar algo, pero no sabían qué. Recién en ese momento les di la primera consigna: Buscar una solución al rompecabezas, o sea, "armar la flor". Aclaramos cómo debía quedar armada y en qué consistía la regla a cumplir. Dejé un diseño en blanco (Fig. 2) en el pizarrón para que lo tuvieran como referencia.

¡Cuando se pusieron a armarlo en la sala no volaba ni una mosca! Realmente se gestó un ambiente hermoso. Los chicos estaban sumamente concentrados y parecían muy estimulados para encontrar una solución. Surgieron diversas estrategias para armar la figura. La mayoría fijaba una pieza como centro e iba envolviéndola con otras alrededor como agregándole "capas" (Fig. 7).

Otros intentaban armar 'filas', pero como les costaba más cerrarlo, terminaban cambiando de estrategia (Fig. 8).

El trabajo en grupos pequeños ayudó a que pudieran ir probando distintas formas de abordar el armado del panal. Parte de la riqueza de este tipo de actividades reside en los procesos que se generan al intentar resolver el rompecabezas. Por eso es que dejé la figura en blanco en el pizarrón, donde pudieran verla, pero no llevarla a los grupos. Si desde el inicio de la actividad les hubiera dado una copia con el panal a armar a cada grupo, creo que se hubiera perdido una muy interesante parte de la tarea. Hubo varias ocasiones en las que tuve que intervenir en los grupos para hacer referencia a la figura final que debían armar. Esto ayudó a re-direccionar las acciones con miras a concretar una solución. Estaban tan concentrados que ni se preocuparon por la máquina de fotos que tenía en la mano para ir registrando su trabajo.

A medida que los grupos encontraban una solución, yo les daba una fotocopia con el diseño en blanco para que la dibujaran ahí (segunda consigna del trabajo) (Figura 9).

Después de que cada uno del grupo dibujaba la solución encontrada en conjunto, podían desarmar el rompecabezas e intentar encontrar otra. Mientras tanto, íbamos colgando en el pizarrón uno de los dibujos con la solución encontrada por cada grupo. Ellos sabían que yo ya había encontrado 23 soluciones diferentes, así que estaban desafiados a encontrar alguna que yo no hubiera armado todavía.

Las primeras horas de clase "se fueron" en lograr por lo menos una solución. Todos los grupos hallaron como mínimo dos y algunos varias más. Me llamó la atención que, en los dos grados, los grupos en los que estaban los chicos diagnosticados con "ADD" fueron los primeros en encontrar una solución y los que más hallaron. Lo que me dio una gran satisfacción fue ver cómo uno de los chicos, que es extremadamente callado e introvertido, manifestaba su alegría recorriendo todos los grupos

*Figura 8.*

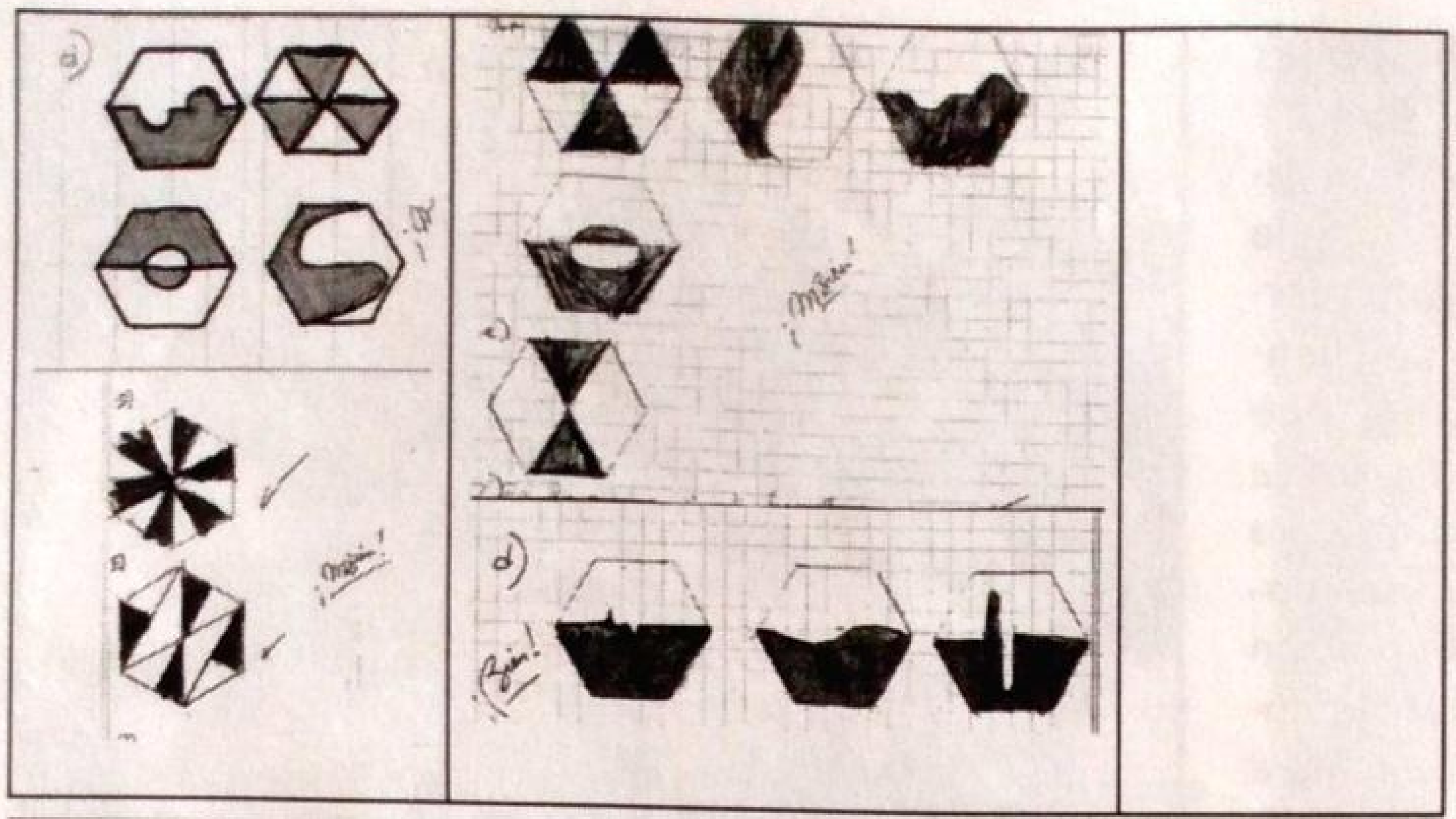
y contando que había encontrado una tercera solución al rompecabezas.

A la clase siguiente pensé que no iban a querer saber nada más con el rompecabezas. Pero no fue así. ¡Todo lo contrario! Estaban entusiasmados como si fuera la primera vez que lo veían. Copiaron las consignas descriptas anteriormente (a partir del punto 3) y se pusieron a resolverlas trabajando en los mismos grupos de antes. Con relación a los primeros puntos de identificar piezas o piezas con determinada fracción coloreada ($\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$), no tuvieron mayores dificultades. En algunos casos les costó un poco más poder identificar si era $\frac{1}{3}$ lo que estaba coloreado. Se notaba que tenían ejercicio en identificar áreas equivalentes de distinta forma, ya que podían imaginarse rotar ciertas partes para reacomodarlas con otras sin mayores problemas.

El ítem 3 c) tampoco resultó difícil. Se encontraron con que había muchísimas combinaciones posibles, dado que había muchas mitades y muchos tercios y se podían combinar en distintos grupos. Cuando revisamos esto entre todos, fuimos anotando con fracciones las sumas y aprovechamos a ver algo de equivalencias sencillas (entre tercios y sextos por ejemplo).

Las consignas e) y f) se referían al diseño de nuevas piezas. El hecho de poder dibujar con facilidad

*Figura 9.*



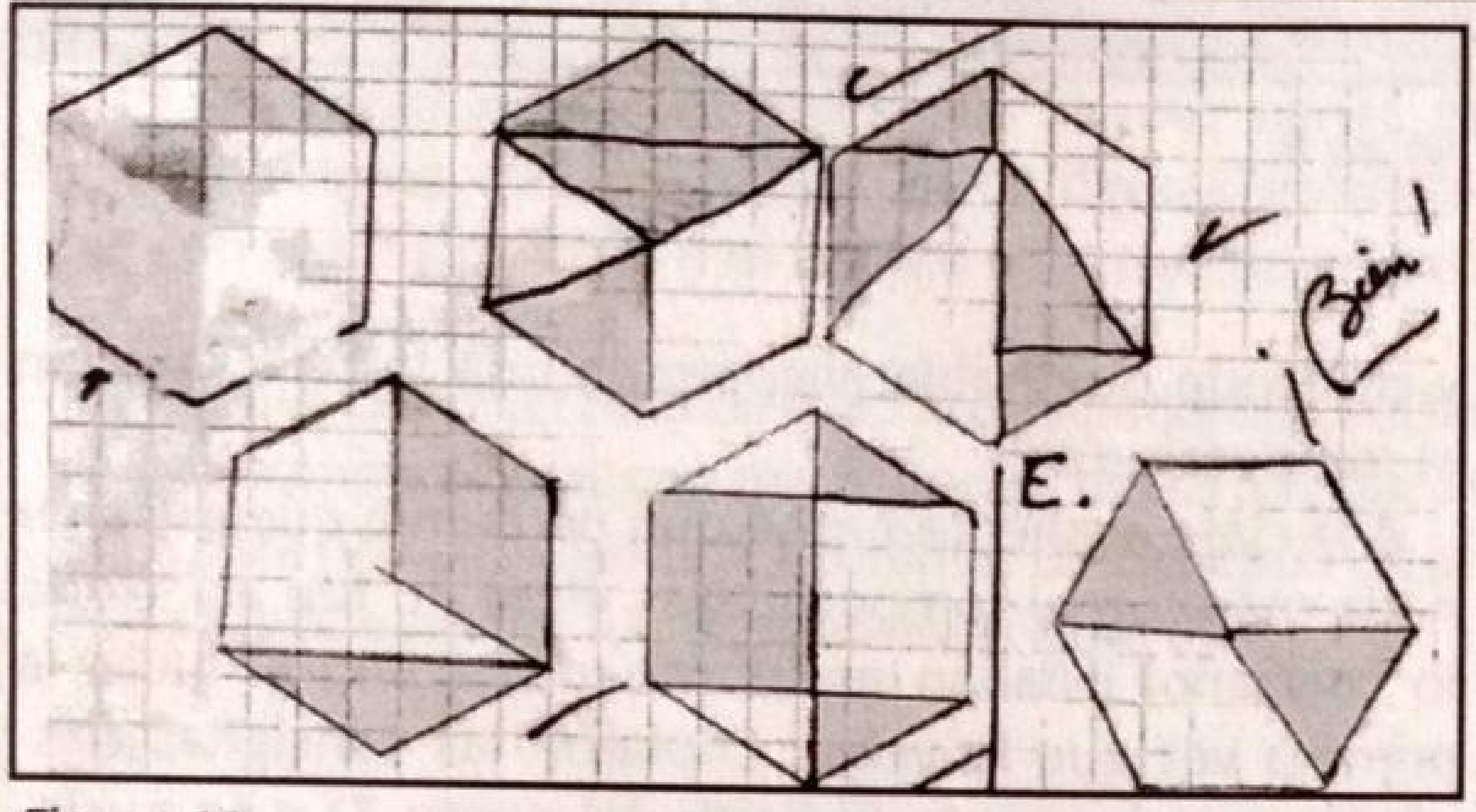



*Figura 10.*

una variedad de mitades puede vincularse con el ejercicio previo de trabajar con particiones no tan estereotipadas. En esta situación, no me importaba tanto la rigurosidad o precisión del dibujo, como el manejo de la conservación del área (por ejemplo, "si saco una forma determinada hacia un lado, debo agregar una igual hacia el otro"). En la figura 10 se ven algunas de las particiones más interesantes que dibujaron (Fig. 10).

La consigna 4 (¿Cuánto está sombreado en la figura final? ¿Cómo lo sabés?), les generó un poco más de inquietud, lo cual era esperable ya que la pregunta era amplia y daba la posibilidad de responder usando una fracción o un porcentaje. Al tener la solución armada, les costaba empezar, así que les propuse que desarmaran las flores y trataran de encontrar piezas que pudieran, de alguna manera, ir juntas. Algunos alumnos retomaron lo que habían hecho al jugar con las piezas por primera vez de manera espontánea y se pusieron a emparejar las piezas que podían cubrir un entero (Fig.11). Muy pronto se dieron cuenta de que, como cada par de piezas complementarias forma un entero coloreado y uno en blanco y la pieza sobrante tiene una mitad de cada color, la figura total formada por las 19 piezas debía ser mitad roja y mitad blanca.

Si bien pudieron encontrar todas las parejas, hubo algunas dificultades para expresar cuánto estaba sombreado. Muchos pusieron en su respuesta (sobre todo en 6º B): *"Hay 9 y ½ sombreado"*, refiriéndose a que había, en total, nueve piezas y media coloreadas. Ninguno usó porcentajes para expresar este resultado. Cuando hicimos la puesta en común, fue necesario discutir un buen rato esa cuestión. Anoté en el pizarrón las distintas respuestas que había encontrado al corregir los trabajos y les pregunté si todas significaban lo mismo y si estaba bien decir "nueve y ½ del rompecabezas está sombreado." Entonces pudieron darse cuenta de que el error residía en cómo estaban expresando lo que habían descubierto y que podrían dejar las nueve y ½ siempre y cuando aclararan que son piezas de las 19 totales que arman la figura en forma de panal de abeja, es decir, considerando al entero como las 19 piezas.

Como nadie usó espontáneamente porcentajes, aproveché ese momento para preguntar a la clase: *"Si lo quisiéramos expresar usando porcentajes, ¿cómo sería?"* Primero les pregunté si ½ se podía decir o expresar de otra forma, a lo cual alguno contestó 9 y ½ de 19, mientras que otros dieron fracciones equivalentes a ½, tales como 2/4 y 3/6. *"¿Y si lo quisiéramos decir en porcentaje?"* Recién ahí trajeron a colación el 50%. Les pregunté entonces qué otros porcentajes conocían y pudieron nombrar 25% y 75%.

En cuanto a la consigna 5 (El lado del hexágono original mide 1,8 cm, ¿cuál es el perímetro de una pieza?, ¿y cuál el de la figura final?), calcularon perfectamente el perímetro de la figura. Para calcular el perímetro de la figura final, sólo un alumno multiplicó 1,8 x 19 y, en algunos casos, contestaron que era el mismo que el de una de las 19 piezas hexagonales. Por lo general, noté falencias en el uso del vocabulario específico: por ejemplo, usaban "bordes" en vez de "lados", "esquinas" en lugar de "vértices" y al perímetro lo llamaban "contorno".

En cuanto a la última consigna (Dibuja, usando los elementos de geometría, un hexágono de 2,5 cm de lado, ¿qué perímetro tiene ahora ese nuevo hexágono dibujado?), me sorprendió que ningún chico sacara el transportador de la cartuchera ni preguntara por la medida de los ángulos. ¡Es que, ahí me di cuenta, ninguno de ellos estaba pensando en un hexágono regular! Usaron regla y en algunos casos

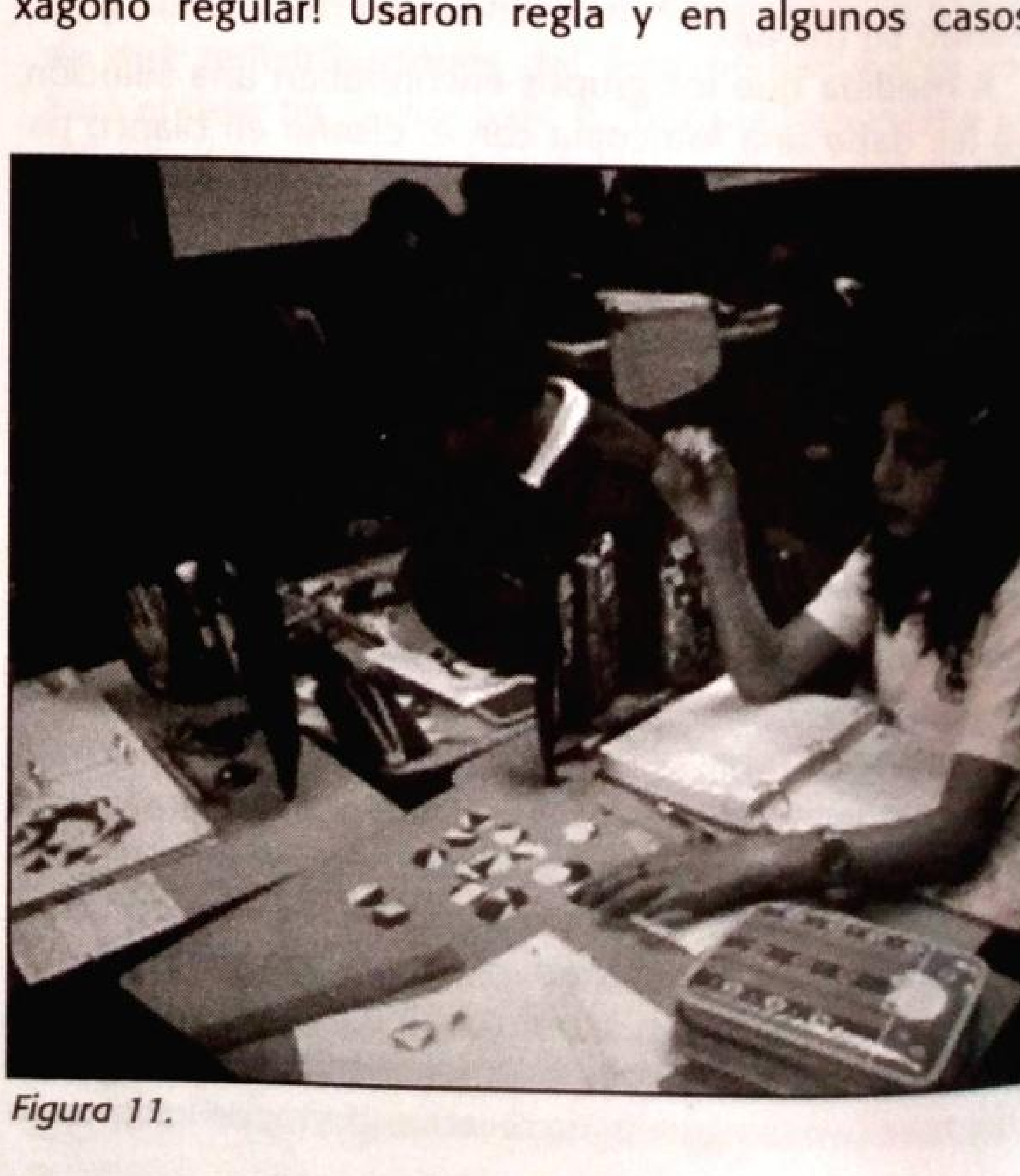


*Figura 11.*

compás (para trasladar segmentos congruentes) y probaron por ensayo y error hasta lograr una figura cerrada de seis lados. Cuando discutimos estas construcciones entre todos, les pedí que miraran y compararan sus hexágonos con las piezas a ver si se parecían. Alguno dijo que no, que las piezas tenían todos los lados y los ángulos iguales. Entonces recién ahí discutimos qué ángulo deberían haber podido dibujar para obtener un hexágono regular de 2,5cm de lado. Aunque no lo aplicaron en el dibujo, noté que muchos chicos tenían idea de la igualdad de ángulos en polígonos regulares.

Mientras terminaron de resolver y conversamos sobre las consignas 3 a 6, se nos fue el resto de la semana.

### Después de la clase

Esta fue una experiencia muy positiva para mí y para mis alumnos. En primer lugar, pude recabar información respecto de mis alumnos y las fracciones (su reconocimiento y suma y resta), visualización, conservación del área, cálculo de perímetros trabajando con números decimales y construcción de figuras geométricas. Además de ver su trabajo y desempeño con estos contenidos, también pude observar su modo de trabajar en grupo: cómo hacían para ponerse de acuerdo, cómo se trataban entre sí, cómo participaba cada uno dentro del grupo, etcétera. Puntualizo esto porque me parece que es una condición fundamental para el éxito de una tarea. Observar a los chicos trabajando en grupos posibilita obtener mucha información respecto de sus modos de interactuar y aprender con otros.

Destaco de esta actividad es el enorme interés que suscitó en los chicos. Semanas después de haberla terminado, algunos me seguían preguntando: *"Seño, ¿cuándo vamos a seguir con el rompecabezas de los hexágonos?"* Después del primer día que trabajamos con el rompecabezas, Pedro, un alumno de 6° A, me pedía por favor las piezas, que se las prestara el fin de semana, que él me las iba a traer el lunes sin falta. Le ofrecí una copia para él y las trajo pegadas en cartulina y recortadas prolijamente. ¡Las tiene todavía hoy en un folio en la carpeta! En 6° B hubo siete alumnos que me pidieron una copia para hacerse un juego para ellos. Este tipo de actividades que "enganchan" tanto a los chicos sirve para predisponerlos de mejor forma para el trabajo en matemática. Y creo que fue un acierto haber hecho esta actividad en la primera semana de clases del año. También es bueno que los docentes podamos entusiasmarnos con algo y animarnos a probar en el aula este tipo de problemas no rutinarios que, además de permitir el trabajo integrado sobre distintos temas del currículo, generan tal nivel de interés y entusiasmo en los chicos.

Hasta hoy ya llevo, con el aporte de los chicos, más de 30 soluciones diferentes y veo hexágonos ¡hasta en el desayuno! Esta última foto (Fig. 12) muestra unas galletitas muy curiosas que el otro día puse para el desayuno y que me quedé mirando mientras pensaba que me hacían acordar a algo... ¡¡y sí, al rompecabezas hexagonal!!

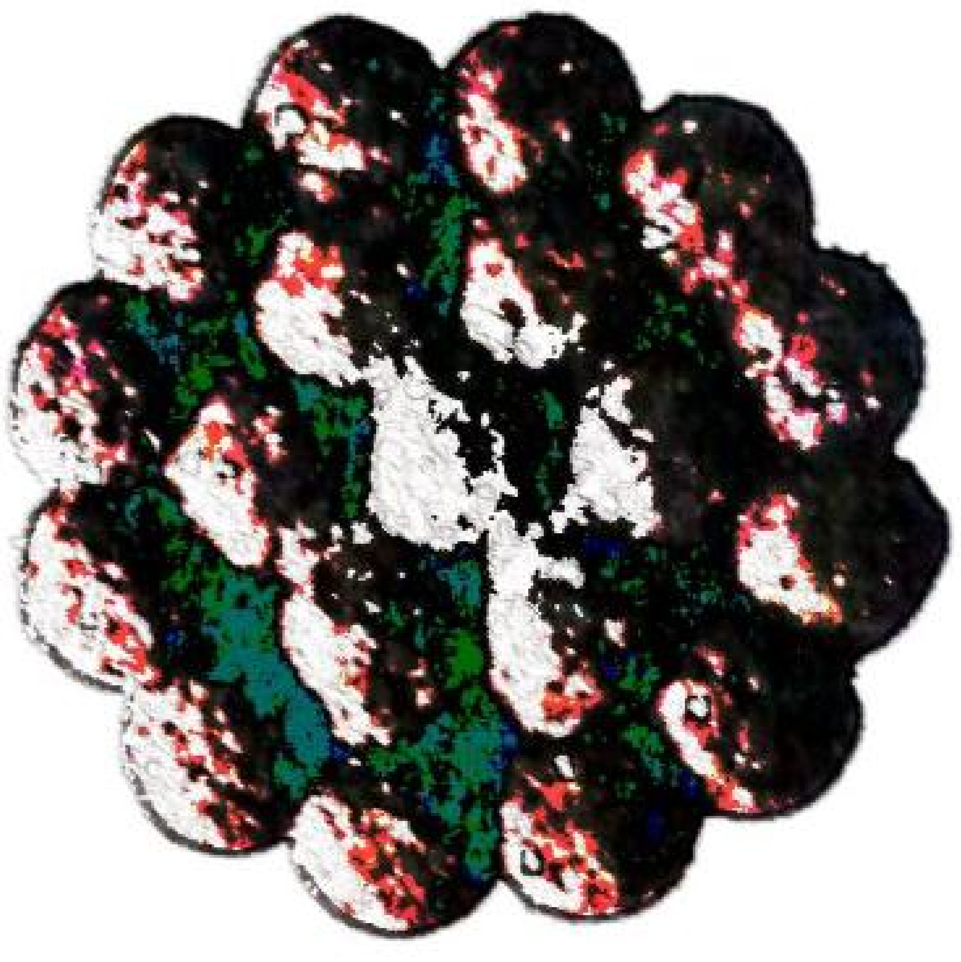


*Figura 12.*

## Epílogo

Los rompecabezas geométricos poseen gran potencial para desafiar a los alumnos a visualizar formas y propiedades, incrementar su vocabulario geométrico a través de descripciones correctas y desarrollar en ellos la habilidad de razonar y argumentar acerca de, explicar y, más tarde, demostrar formalmente propiedades de las figuras geométricas involucradas.

La multiplicidad de actividades que pueden surgir a partir de un rompecabezas supone un gran desafío para los docentes, quienes tienen la delicada tarea de ajustar, adaptar y, en muchas ocasiones, diseñar desde el vamos las actividades a realizar con los alumnos. La puesta en práctica de este tipo de actividades en el aula exige, por parte del docente, una gran destreza en el manejo de situaciones de interacción, tanto en grupos pequeños como de la clase en su conjunto. Esto es así porque, tratándose de un rompecabezas, que es esencialmente un problema no rutinario y abierto, al docente le toca el papel nada fácil de gestionar la clase con miras a lograr un equilibrio productivo entre el juego libre y espontáneo y el hacer pensar a cada uno y a todos, favoreciendo el intercambio de ideas matemáticas.

A modo de cierre, subrayamos el valor de las narrativas elaboradas por docentes como instrumentos de reflexión acerca de la práctica áulica cotidiana y un camino posible para superar la dicotomía teoría-práctica desde una perspectiva que enfatiza la revisión y transformación permanente de los métodos y materiales de enseñanza de la matemática. Mas allá de su valor anecdótico, singular y local, el hábito de tornar públicos y poner a disposición de otros fenómenos paradigmáticos de aprendizaje/enseñanza que ocurren en el aula, conlleva procesos de reconstrucción, documentación, interpretación, crítica y reflexión que se *"ponen en juego cuando* (los docentes) *escriben, leen, reflexionan y conversan entre colegas acerca de sus propias prácticas educativas"* (Suárez, 2008, 9).

Por último, en línea con la EMR, queremos resaltar el valor de los rompecabezas como contextos que enfrentan de forma activa a los alumnos a usar sus capacidades y herramientas matemáticas en búsqueda de una solución. Su socialización y discusión puede a su vez generar el espacio propicio para que la actividad reflexiva guiada por el docente les permita avanzar en sus conocimientos matemáticos. NE

## El Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

La experiencia que se narra en este artículo forma parte del conjunto de materiales de investigación generados por el Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM). El GPDM es un grupo de estudio de una veintena de docentes y formadores de docentes que trabaja, desde hace más de diez años, en investigación/acción, diseño curricular y capacitación dentro de la corriente conocida como educación matemática realista (EMR) (Treffers, 1987; Streefland, 1991; Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994; van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Los trabajos iniciales del GPDM tratan acerca de aspectos curriculares de esta corriente, tales como el uso de contextos y situaciones *realistas*[1] como punto de partida y dominio de aplicación de los procesos de matematización, y el uso de modelos como puentes entre el conocimiento informal y el formal (Bressan y otros, 2004; Zolkower y Bressan, 2007; Collado y otros, 2003; Rabino y otros, 2001; Martínez Pérez y otros, 2003; Pérez y otros, 2001, 2006; Zolkower y otros, 2008). En los últimos tres años, varios integrantes del grupo se dedican además a estudiar la interacción en el aula para comprender mejor las funciones del lenguaje y el papel del docente en la mediación semiótica de los aprendizajes de matemática (Zolkower y Pérez, 2007; Shreyar, Zolkower y Pérez, 2009).

El propósito de las autoras al describir la propuesta de trabajo con el rompecabezas es que otros docentes, formadores o capacitadores, a los que les interese la propuesta, puedan apropiarse creativamente de ella y realizar una propia versión en sus aulas.

El sitio del GPDM en Internet es http://www.gpdmatematica.org.ar/

**Nota**

1. El término "realista" no tiene aquí un significado restringido al mundo real, sino que incluye todo aquello que, a los ojos de los alumnos, aparece como razonable o imaginable. La traducción de "imaginar" al holandés es "zich REALIS-Eren", de allí la expresión "educación matemática realista". Dice Freudenthal: *"Yo prefiero aplicar el término realidad a lo que la experiencia del sentido común toma como real en un cierto escenario"* (1991, 17, traducción de los autores).

## INFORMACIÓN ADICIONAL

**Bibliografía**


Bressan, A. M.; Zolkower, B. y Gallego, F., "Los principios de la educación matemática realista". En Alagia, H. y otros (eds.), *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2004.

Collado, M. E.; Bressan, A. M. y Zolkower, B., "La matemática realista en el aula: El colectivo y las operaciones de suma y resta", en revista *Novedades Educativas* N° 50, mayo/junio 2003.

Freudenthal, H., *Revisiting mathematics education: China Lectures*, Dordrecht, Kluwer, 1991.

Gravemeijer, K., "Educational development and developmental research in mathematics education". *Journal for Research in Mathematics Education* 25(5), 443–471, 1994.

Martínez Pérez, M. L.; Da Valle, N.; Bressan, A. M. y Zolkower, B., "La relevancia de los contextos en la resolución de situaciones-problema: Una experiencia para docentes y sus capacitadores". En *Paradigma* (Venezuela), 2003.

Moscovich, I., *Deviously difficult mind-bending puzzles*, Nueva York, Sterling Publishing, 2004.

Pérez, S.; Bressan, A. M. y Zolkower, B., "¿Es cierto eso, señorita?", en revista *Novedades Educativas* N° 130, 2001.

Pérez, S.; Bressan, A. M. y Zolkower, B., "Las imágenes y las preguntas en la escuela", en revista *Novedades Educativas* N° 182, 2006.

Rabino, A.; Bressan, A. M. y Zolkower, B. (2001), "El aprendizaje de los números racionales", en revista *Novedades Educativas* 129, 2001.

Shreyar, S.; Zolkower, B. y Perez, S., "Thinking aloud together: A 6th grade teacher's mediation of a whole-class conversation about percents". *Educational Studies in Mathematics*, DOI, 2009.

Streefland, L., *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research*, Dordrecht, Kluwer, 1991.

Suárez, D. H., "La documentación narrativa de experiencias pedagógicas. Una estrategia de indagación-acción-formación", en revista *Novedades Educativas* N° 215, 2008.

Treffers, A., *Didactical background on a mathematics program for primary education*, Dordrecht, Reidel, 1987.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M., *Assessment and realistic mathematics education*, Utrecht, Instituto Freudenthal, 1996.

Zolkower, B. y Bressan, A. M., "La corriente realista de didáctica de la matemática: Experiencias de un grupo de docentes y capacitadores". En *Yupana: Revista de Matemática de la Universidad del Litoral* (Argentina), 2006.

Zolkower, B. y Pérez, S., "Pensando juntos en voz alta: El papel de una docente de matemática en el manejo de una situación de interacción de toda la clase". Presentación en la Escuela de Invierno de la Universidad de San Martín, Buenos Aires, 2007. Disponible en: http://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades/escuela_invierno/programa.htm

Zolkower, B.; Pérez, S. y Bressan, A. M., "Tablas, barras y líneas: Tres herramientas para el trabajo con porcentajes que propone la didáctica realista". Presentación en la Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática, Universidad de la República, Salto, Uruguay, agosto 8-9, 2008.



Betina Zolkower es doctora en Sociología. Licenciada en Ciencias de la Educación. Profesora del Departamento de Educación del Brooklyn College de la Universidad de la Ciudad de Nueva York. Especialista en didáctica de la matemática en la línea de la "Educación Matemática Realista" (RME). Co–coordinadora, junto con Ana Bressan, del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática.

Silvia G. Pérez es profesora de Enseñanza Primaria. Profesora de Matemática en la Carrera de Profesorado de Educación Especial en Discapacidad Mental del IFD de Bariloche. Miembro del equipo coordinador del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática.