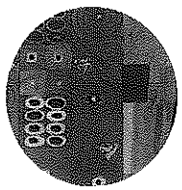
psicología

Los interrogantes planteados en este libro marcan una nueva orientación en Psicología Educacional, ya que, además de incluirse, en el estudio del aprendizaje, los procesos psicológicos y los fenómenos de naturaleza individual, se propone considerar la importancia del entorno y de los contextos como elementos básicos para explicar cómo aprenden los sujetos en todas las edades.

Desde esa perspectiva se pone énfasis en la historia extraescolar del aprendizaje, dado que éste se inicia en el ámbito familiar-social, lo cual supone una trayectoria diferencial según pertenencia social. Se señala también que la escuela no es el único lugar donde se aprende, y se analizan los procesos de escolarización y sus implicancias. Como ineludible para considerar toda propuesta de intervención psicoeducativa se plantea la necesidad de efectuar una revisión de las concepciones referidas al desarrollo de la inteligencia humana.



CE
JVE ediciones

eudeba
www.eudeba.com.ar

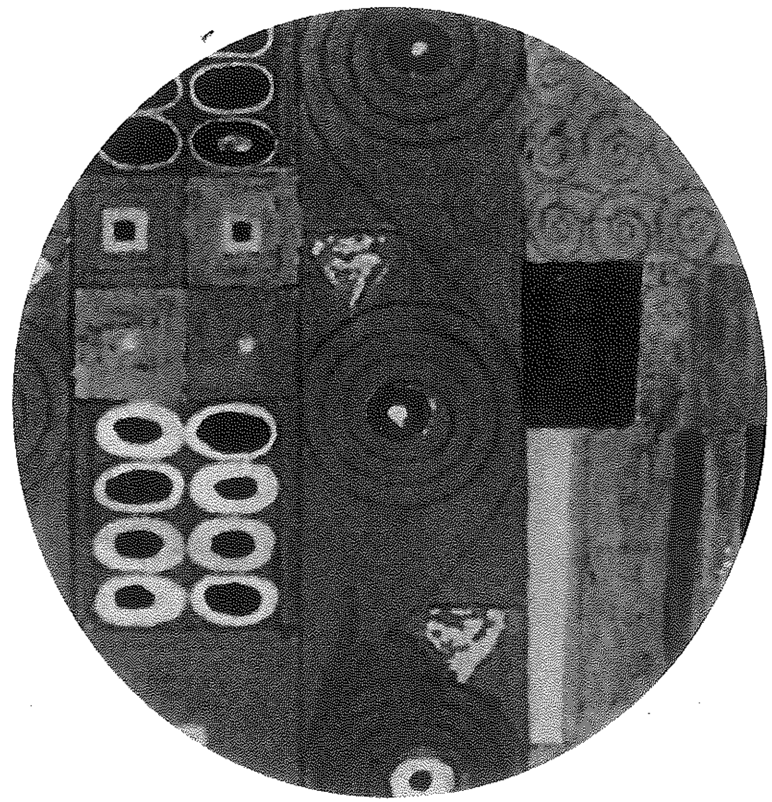
180 ANIVERSARIO
universidad pública calidad para todos
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
1821/2001

ISBN 950-23-1167-0 fp0035

¿Dónde y cómo se aprende?

Temas de Psicología Educacional

Nora Emilce Elichiry
(compiladora)



eudeba

CE
JVE ediciones

Los conocimientos numéricos en niños que inician su escolaridad

Nora Scheuer - Ana Bressan** - Silvia Merlo de Rivas***

¿Qué conocen los niños pequeños sobre los números? ¿A partir de qué momento en su desarrollo comienzan a interesarse por los números y de qué forma lo hacen? ¿Qué papel juega la cultura en la adquisición de los conocimientos numéricos? Estas preguntas han ocupado, desde los inicios del siglo pasado, a quienes se interesan por el desarrollo cognitivo, así como por el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en edades tempranas. Una cuestión clave desde entonces reside en la identificación de indicadores que permitan afirmar que un niño pone en juego un pensamiento auténticamente numérico. Ya en el año 1925, el psicólogo Douglass se preguntaba acerca de cuál debía ser el estándar con el cual juzgar la posesión de un conocimiento conceptual, y planteaba que este problema era particularmente complejo en el caso del número debido al fenómeno del conteo. "¿Es necesario que el niño reconozca un grupo de cuatro objetos (...) para que pueda decirse que 'sabe' el cuatro? ... ¿Debemos insistir en que el 'conocimiento' del cuatro depende de la percepción de cuatro *sin contar*? (...) ¿'Sabe' un niño realmente el cuatro antes de que pueda formar un grupo de cuatro objetos, o seleccionar cuatro a partir de un número mayor? ¿Debe ser capaz de distinguir cuatro de tres, de cinco, y de todos los demás números? ¿Puede decirse que posee un 'verdadero' concepto de cuatro si no es consciente de todas su propiedades, por ejemplo que es la mitad de ocho o un tercio de doce, el doble de dos y la suma de tres y uno, y que es la diferencia entre diez y seis y entre cinco y nueve?..." (nuestra traducción, comillas en el original, citado en Strauss y Curtis, 1994). Douglass continúa ampliando la gama de posibles criterios para juzgar la posesión del concepto

* Conicet-Universidad Nacional del Comahue.
** Consejo de Educación de la provincia de Río Negro.

"cuatro", hasta plantear que no hay un límite en la extensión o perfección de un concepto, y concluir que a nivel psicológico encontramos una variedad de grados de conceptualización. Al margen de cuáles fueron los indicadores de conocimiento numérico que Douglass optó por considerar en sus estudios, resulta interesante que ya en esos años la pregunta dicotómica "¿posee o no el concepto de número?" haya sido replanteada en términos orientados a captar la perspectiva de los sujetos, es decir: "¿qué concepto de número posee?", o "¿cómo concibe el número?".

La mayoría de las investigaciones recientes sobre las comprensiones numéricas infantiles intentan responder, apelando a métodos diferentes, a esta pregunta básica (aunque, como veremos más adelante, ampliando la dimensión conceptual a la del uso de los conocimientos en contexto). En estas investigaciones se encuentra de diferentes formas la huella de las contribuciones empíricas y teóricas de Piaget y sus colaboradores (Piaget y Szeminska, 1941/75). Como es bien sabido, estos investigadores pioneros consideraron el desarrollo numérico como parte del desarrollo general del pensamiento lógico. Sostenían que la representación conceptual de los números como entidades vinculadas jerárquicamente (es decir, que incluyen los números menores/anteriores y que simultáneamente están incluidos en los mayores/siguientes) se basa y requiere procesos de desarrollo cognitivo general que, mediante la manipulación y coordinación internas de las transformaciones, permiten al niño ir más allá de los indicios perceptuales. Piaget y sus colaboradores sostenían que la comprensión conceptual del número no surge del manejo de la serie numérica oral convencional ni de las actividades de contar colecciones de objetos. Basaban esta afirmación en el hecho repetidamente confirmado que la actividad de contar no es condición necesaria ni suficiente para conservar el número (tal como ejemplifican expresiones infantiles del tipo "este siete tiene más que ese siete"). Piaget y sus colegas consideraban que la condición esencial para sostener que dos colecciones son equivalentes numéricamente, aun cuando se haya quebrado su correspondencia perceptual, es distinguir, sobre la base de la reversibilidad operatoria, aquellas transformaciones que modifican una cantidad dada de aquellas que no lo hacen. De allí la clásica prueba de conservación de las cantidades discretas, que los niños logran resolver exitosamente alrededor de los 6 ó 7 años. Los niños menores tienden a abordar este problema de naturaleza lógico-matemática en términos perceptuales. En lugar de atender a propiedades numéricas, suelen centrarse en variables como la longitud o eventualmente la densidad. Así suelen expresar, por ejemplo, que cuando 8 objetos están separados "son más" y cuando están juntos "son menos".

Durante las décadas que siguieron a estos estudios pioneros, la mayor parte de las investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento numérico respondió al objetivo de completar la aproximación piagetiana inicial, o bien de cuestionarla. Por una parte, muchas investigaciones se dirigieron a demostrar que la conservación del número puede lograrse antes de la edad propuesta por Piaget, siempre y cuando se controlen

determinadas variables de la tarea (Bever *et al.*, 1968; Donaldson, 1978, entre otros). Sin embargo, estos hallazgos no contradicen los de Piaget y su equipo, en los supuestos básicos relativos a la definición teórica de la conservación del número, como requisito para la conceptualización del mismo (Tollesfrud-Anderson *et al.*, 1991).

A partir de los años '70 aproximadamente, muchos estudios innovadores se ocuparon de la redefinición de los tipos de actividades e ideas vinculados al desarrollo de los conocimientos numéricos. Una noción central es que este desarrollo no sólo implica la capacidad de razonar sobre las relaciones numéricas entre cantidades abstractas, no especificadas, sino que incluye también aquellos procesos que conducen a la representación interna de los números en tanto cantidades definidas (Gelman y Gallistel, 1978). El análisis de las precoces discriminaciones perceptuales que realizan los bebés entre cantidades pequeñas y de los modos en que los chicos de dos a seis años de edad emprenden actividades cotidianas que involucran palabras numéricas y colecciones[1] ha llevado a cuestionar el sentido de interpretar la comprensión numérica en términos binarios. ¿Resulta provechosa la dicotomía piagetiana entre pensamiento numérico y pensamiento pre-numérico (o entre conservación operacional del número y no conservación)? El replanteo del problema (que, como vimos, ya había sido expresado 50 años antes) va mucho más allá de un desfasaje en una definición. Implica al menos tres movimientos teóricos que inciden de manera bastante generalizada en los desarrollos actuales de la psicología del desarrollo y del aprendizaje.

A un primer movimiento subyace la idea de que el desarrollo de los conocimientos en distintas áreas conlleva algo más que procesos cognitivos generales: implica también estrategias y conceptos específicos (por ejemplo, Karmiloff-Smith, 1992/94). Otro movimiento plantea que los conocimientos de los sujetos se constituyen y transforman en el encuentro con procesos y productos socioculturales, tales como los sistemas simbólicos o las prácticas culturales (ver, por ejemplo, Rogoff, 1990; Cole, 1996/99). Un tercer movimiento, estrechamente ligado al anterior, está centrado en cómo los sujetos generan y ponen en juego sus conocimientos en diferentes contextos y situaciones (por ejemplo, Rodrigo, 1997).

En el ámbito que nos ocupa, estos tres movimientos se manifiestan en los intentos de integrar aspectos funcionales en la explicación del desarrollo y aprendizaje numéricos en el contexto social. En este nuevo panorama, que se descubre más complejo a medida que integra nuevos factores y capta matices más sutiles, surgen varias preguntas. Entre ellas: ¿cómo indagar, entonces, los conocimientos numéricos de los niños al inicio de su escolaridad obligatoria? ¿Qué contextos, situaciones e intervenciones promueven los aprendizajes en este área?

1. Consultar Dehaene (1997), Karmiloff-Smith (1992/94) o Nunes y Bryant (1996/98) para una revisión de los métodos y resultados de estos estudios.

A continuación se presenta un modelo escasamente conocido en nuestro país, que permite interpretar los conocimientos numéricos informales en niños que inician su escolaridad.[2] En primer término, se describe el modelo de Saxe, Guberman y Gearhart (1987), quienes analizan el entrecruzamiento de los procesos socioculturales y el desarrollo cognitivo en relación con los conocimientos numéricos. Desde nuestro punto de vista, este enfoque, que incorpora aportes de los movimientos mencionados anteriormente, permite un análisis integrador y dinámico de las comprensiones de los niños en este campo. Luego se amplía e ilustra dicho modelo en base a una investigación que desarrollamos a comienzos de los '90, en el marco de un proyecto más amplio[3] acerca de los modos en que niños de sectores sociales marginados en San Carlos de Bariloche encaran una amplia gama de tareas numéricas elementales al inicio de su escolaridad. Para ello, se describe la metodología de indagación empleada y se presentan y analizan cualitativamente fragmentos de entrevistas en vistas a mostrar las diferentes formas en que los niños resuelven las tareas que se les proponen. Finalmente, se señala el valor de este abordaje desde una perspectiva psicológica y didáctica.

Los conocimientos numéricos tempranos como apropiación de formas y funciones culturales

Saxe, Guberman y Gearhart (1987) intentan, a partir de la obra de Piaget y de Vigotsky, explicar cómo los niños generan sus propias construcciones conceptuales transformando las formas culturales (sistemas simbólicos, conceptos científicos, procedimientos y herramientas materiales...) a las que se aproximan en entornos de interacción social. El proceso cognitivo se lleva a cabo desde edades tempranas *al calor* de situaciones cotidianas altamente contextualizadas, compartidas con los "otros significativos", o sea, los adultos o pares más competentes con los que el niño interactúa en su entorno cercano. El modelo abreva en el concepto de "zona de desarrollo próximo" (Vigotsky, 1979), destacando a la interacción social como una de las dimensiones de la vida sociocultural que incide fuertemente en el avance de los conocimientos.

La necesidad psicológica básica de vincularse con otros y ser aceptado genera el campo propicio para su participación en situaciones cotidianas cuya estructura es configurada por los actores sociales intervinientes, incluyendo al niño. Saxe, Guberman y Gearhart (1987) estudiaron las interacciones de mamás con sus hijos

2. Otros investigadores, en sus intentos de ordenar la complejidad de comportamientos numéricos infantiles, han formulado otros modelos que no desarrollamos aquí (Fuson, 1991; Nunes y Bryant, 1996/98; Wagner y Walters, 1982; entre otros).
3. Proyecto "Una propuesta para la enseñanza del cálculo en sectores urbano-marginales", Red PICPEMCE de Unesco (ref. S/DIR/90/1034) y CPE de Río Negro, 1991-1994.

pequeños en situaciones de juego que involucraban aspectos numéricos. Se observó que a fin de sostener la actividad conjunta se producen interjuegos de las representaciones que el niño y su madre tienen acerca de las situaciones, metas y recursos que permiten abordarlas. En esta interacción, los adultos tienden a modificar la complejidad y estructura de la actividad al ir registrando, de modo fundamentalmente tácito, las intencionalidades y medios que el niño espontáneamente actualiza para resolverlas. Éste, a su vez, hace esfuerzos por acercarse a la complejidad de las actividades propuestas por el adulto, a fin de sostener y disfrutar la actividad compartida.

Desde el modelo de Saxe *et al.*, es en el marco de esa interacción social, junto al de prácticas culturales cotidianas, que el niño preescolar desarrolla cuatro funciones numéricas (enumeración, cardinalización, comparación numérica y operatoria aritmética elemental), siendo la serie numérica una forma cultural que permite el despegue de tales funciones. Estas funciones difieren por el nivel de complejidad de las *operaciones de correspondencia* que implican. Dos conceptos interdependientes, entonces, son centrales en esta perspectiva sobre el desarrollo numérico: el concepto de *forma* y el de *función* (a partir de Werner y Kaplan, 1962).

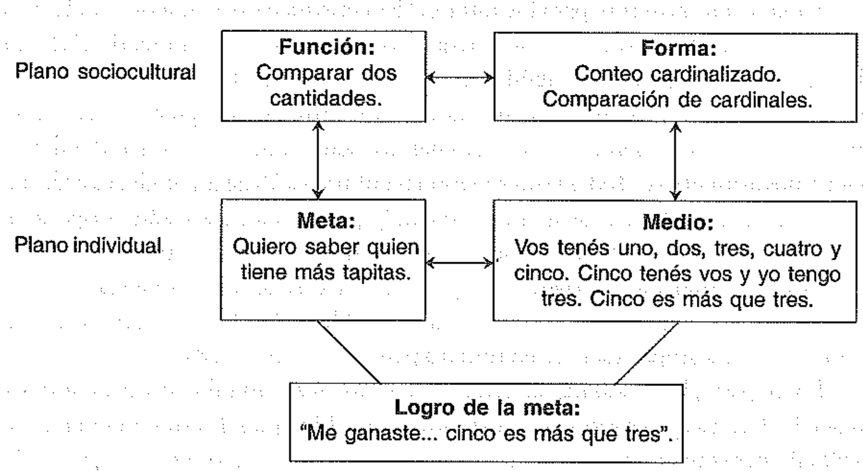
Formas numéricas son, para los autores, "las construcciones simbólicas y los procedimientos de resolución de problemas que sirven a las funciones numéricas". Ejemplos de tales construcciones simbólicas son la serie numérica, los sistemas de numeración, los sistemas métricos, el sistema monetario, entre otros. Ejemplos de procedimientos de uso social son el conteo, las cuentas elementales y, en general, todos los algoritmos aritméticos. Todas éstas son formas culturales, es decir, productos que han sido elaborados en el curso de la historia social, y que, idealmente, están a disposición de la sociedad y de los individuos para ser utilizadas con diferentes objetivos ante una actividad determinada. Podríamos agregar que el acceso real de las personas a estas formas dista de ser equitativo, como indica la notable variación en el capital cultural de los diferentes grupos sociales en nuestro país (ver Indec, 1998).

Por su parte, las *funciones numéricas* serían "los usos culturalmente generalizados en que las formas numéricas pueden ser utilizadas". Ejemplos de estas funciones son: cardinalizar, comparar dos valores numéricos, operar aritméticamente.

Frente a una tarea específica (independiente o compartida con otros) cada persona, en su esfuerzo por resolverla, se propone *metas* numéricas propias, asociadas a determinada función. Estas metas, por lo tanto, se encuentran en concordancia con su nivel de comprensión numérica. Es en relación con estas metas que la persona utiliza o crea *medios* como formas específicas y adaptadas (en mayor o menor grado) para la consecución de las mismas.

Desde un punto de vista evolutivo, podemos decir que las formas socioculturales se tornan cognitivas a medida que son adquiridas y usadas por los niños para lograr una o varias funciones numéricas en situaciones cotidianas. Funciones emergentes requieren nuevas formas, que aparecen como medios adaptados para la solución de un problema. Recíprocamente, a medida que el niño se apropia o acrecienta su dominio sobre estas formas, se van dando las condiciones para que se generen funciones más complejas, al evolucionar las metas numéricas que los niños pueden proponerse. Por ejemplo, a medida que en contextos cotidianos el niño se interese por cuantificar colecciones, tendrá necesidad de apropiarse de la serie numérica de modo más riguroso que cuando la emplea sólo para recitar o para etiquetar objetos (para saber cuántas tapitas se tienen, es fundamental emplear una serie no sólo estable sino también convencional, y no omitir ninguna tapita al contar, ni contar ninguna dos o más veces). A su vez, conocer la serie numérica y ser capaz de abordar la función de cardinalización, son condiciones que permiten al niño comenzar a adicionar cantidades. En el siguiente cuadro ilustramos los conceptos de *forma*, *función*, *meta* y *medio* en relación con una actividad específica que puede encarar un niño:

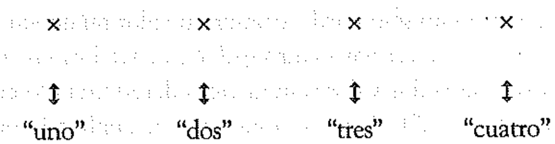
Cuadro 1
Actividad: "¿Quién tiene más tapitas, vos o yo?"



Según Saxe *et al.*, en el curso de los primeros cinco años de vida, se desarrolla en los niños la posibilidad de plantearse metas que involucran cuatro funciones numéricas principales, las que, como se anticipó más arriba, difieren entre sí en cuanto al nivel de complejidad de las operaciones de correspondencia que implican. A continuación se esbozan cada una de estas funciones, sin proponernos revisar aquí los resultados de las investigaciones que desde distintos marcos han estudiado los respectivos comportamientos numéricos (para una revisión ver Dehaene, 1997 o Nunes y Bryant, 1996/98).

Función 1: Iteración denotativa o enumeración

Durante el segundo año de vida, el niño pequeño suele comenzar a adjudicar a colecciones de varios objetos palabras numéricas (formas) mientras los va señalando. Así, "uno, dos, tres,..." son etiquetas numéricas orales que el niño va intentando fuertemente poner en correspondencia con los objetos que toca o señala, sin intencionalidad clara de cuantificar colecciones. Si bien la palabra "tres", dicha por el niño en este ejemplo, sólo se refiere al objeto que denota y no al valor numérico de una colección de tres elementos (y lo mismo sucede con la palabra "dos"), existen suficientes razones como para considerar esta conducta como incipientemente numérica. Al etiquetar cada objeto con una palabra numérica diferente, el niño se desprende temporariamente de las propiedades cualitativas del mismo; se centra en la propiedad del objeto de constituir una entidad individual. De hecho, aplica la secuencia numérica a cualquier tipo de objeto, con independencia de su naturaleza. La función consolidada de iteración denotativa o enumeración supone la posibilidad de establecer una correspondencia simple (uno a uno) entre los elementos de un conjunto y las palabras de la serie numérica.

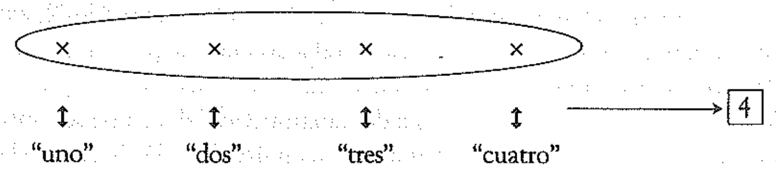


En esta función no se incluye la actividad llamada de "conteo oral", que consiste en la enunciación de la serie sin establecer correspondencias con objetos (aunque es frecuente que el niño, para apoyarse, establezca espontáneamente una correspondencia con movimientos que él mismo realiza, como golpear la mesa). Desde el modelo de Saxe *et al.*, el conteo exclusivamente oral pone en juego el dominio sobre una forma numérica, la serie, y no sobre una función.

Nuestras propias observaciones de actividades numéricas espontáneas de niños a partir de los 18 meses indican que la iteración denotativa podría surgir para referirse a varios objetos de la misma clase (peluches, hebillas) o perceptualmente idénticos (botones en una camisa, azulejos que cubren una superficie, etc.) y en particular cuando se trata de objetos personales (Sinclair y Scheuer, en preparación). En sus inicios esta función permitiría al niño dar cuenta y generar una conciencia incipiente de la repetición de unidades o entidades individuales. Estas observaciones muestran casos en que esta función surge empleando exclusivamente la palabra "uno", de modo que para señalar o dar cuenta de una hebilla, otra y otra más, el niño expresa "uno, uno, uno".

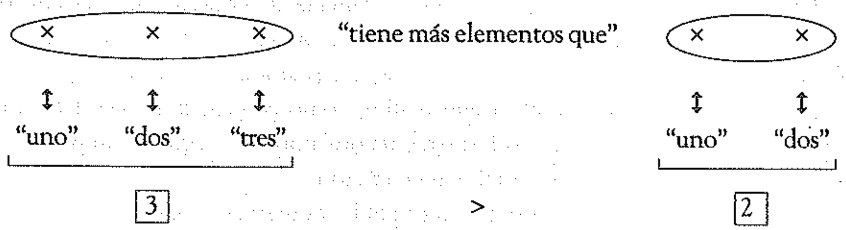
Función 2: Representación numérica de un conjunto

Implica la posibilidad de cuantificar un conjunto determinando su cardinal (valor numérico único que indica la cantidad de elementos del conjunto). Esto supone admitir que las correspondencias anteriormente establecidas resultan sumables en el sentido de que pueden ser pensadas como un valor único, uno y múltiple a la vez ("tengo tres hebillas").



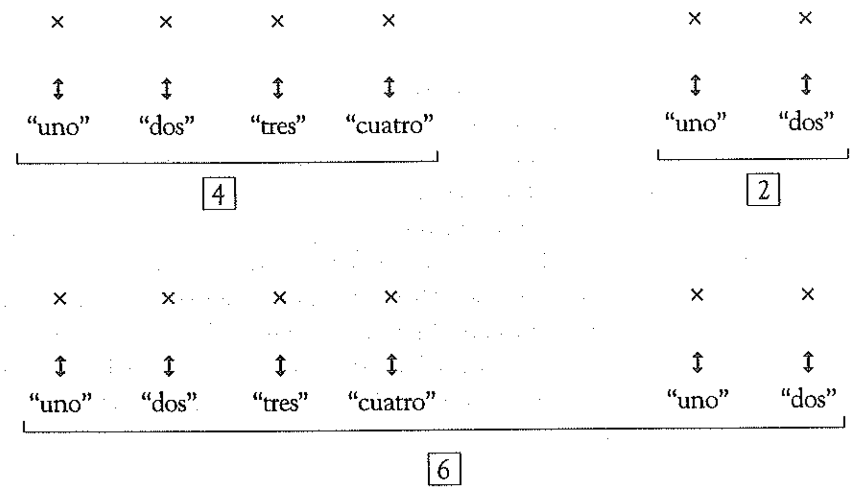
Función 3: Reproducción y comparación de conjuntos

Esta función permite al niño comparar las magnitudes de dos conjuntos o reproducir numéricamente un conjunto dado. Para esto el niño debe admitir que, además de establecer sumaciones de correspondencias, es posible compararlas. Por ejemplo, ante dos conjuntos, el niño no sólo puede atribuir un valor numérico único a cada uno de ellos por separado ("...acá hay cuatro galletas..., acá hay cinco"), sino que además puede comparar esos dos valores numéricos determinando cuál es mayor ("...cinco es más que cuatro..."). A su vez esta función implica la posibilidad de construir, ante un conjunto modelo, otro conjunto de igual cantidad de elementos.



Función 4: Operaciones aritméticas elementales

Esta función exige no sólo generar y/o considerar dos valores numéricos (sumaciones de correspondencias) simultáneamente, sino también una operación de composición o descomposición de esos valores.



Son numerosísimos los estudios que documentan la evolución de los niños en la resolución de problemas aritméticos, pasando de la estrategia de conteo total (*counting all*), en que el niño cuenta a partir del primer término de uno de los conjuntos intervinientes en el problema, a estrategias de sobreconteo (*counting on*), a partir de un sumando, es decir que, conservando el valor cardinal de uno de los conjuntos, continúa el conteo a partir del mismo. A estas estrategias siguen otras más elaboradas, no comunes en niños de la edad que nos ocupa, en las que se van desprendiendo de la representación de las colecciones involucradas en el problema para trabajar con las propiedades del sistema y de las operaciones.

Analizadas estas funciones numéricas, podemos preguntarnos: ¿qué es lo que define que una actividad corresponda a una u otra función? ¿Las demandas sociales y culturales en juego, o las metas que el propio niño se propone y los medios que actualiza? En otras palabras, ante la pregunta "¿cuántos...?" realizada en un marco de entrevista psicológica o de interacción didáctica, ¿qué meta se propone efectivamente un niño y, por ende, qué función entra en juego? Precisamente, el interés que presenta este modelo es que permite captar claramente cómo el sujeto organiza su actividad ante una tarea determinada, proporcionando una valiosa herramienta diagnóstica. Por ello, nos basamos en el mismo tanto para diseñar el instrumento de indagación de los conocimientos numéricos de niños como para analizar sus respuestas.

Metodología de indagación

Se realizó un estudio transversal de 24 niños que iniciaban la última etapa del nivel inicial (también llamada "sala de 5 años") o primer grado en escuelas públicas situadas en barrios marginados de S. C. de Bariloche.[4] Se entrevistó a los niños (12 en cada etapa escolar) individualmente durante 3 sesiones de entre 40' y 60' cada una, propuestas a cada niño en un lapso inferior a 1 mes. Un observador registró el desarrollo de las entrevistas, las que a su vez fueron grabadas y transcriptas en su totalidad.

La modalidad de entrevista adoptada incorpora las características del método clínico crítico, desarrollado por Piaget, y aportes provenientes de un marco neo-vigotskiano. En base a estos últimos, intentamos explorar la diferencia entre el nivel de las tareas que el niño puede resolver por sí mismo y el de aquellas que logra con el apoyo de la entrevistadora. Con este fin, se incluyen diferentes tipos y niveles de ayudas, registrándose de qué manera el niño se apropia de ellas y evoluciona en sus logros.

La entrevista, diseñada por nosotras, abarca 16 tareas,[5] que en su conjunto implican las cuatro funciones numéricas básicas, así como la serie numérica oral como forma "pura". En la medida de lo posible, cada una de éstas fue presentada en tres marcos: oral, físico y escrito. A fin de reducir la artificialidad de la situación experimental, situamos las diferentes tareas en situaciones globalizadoras de carácter lúdico que pudieran ser significativas para los niños (juego de almacén, partido de fútbol).

Comportamientos de los niños frente a las diversas tareas numéricas

En lo que sigue, presentamos cualitativamente las diferentes formas de respuesta encontradas en las entrevistas. El cuadro 2 resume los comportamientos numéricos que los niños actualizan ante tareas que involucran cada función, distinguiendo las maneras de hacerlo (global o numérica). Además, en la sección siguiente, estas diferentes formas de respuesta se ilustran con fragmentos de entrevistas.

4. Colaboraron en la toma, transcripción y análisis de protocolos Teresa Canelo, Nélida Criado y Gloria Safar.

5. Para la elaboración de esta entrevista se tuvo en cuenta la metodología y resultados del Proyecto del equipo "La construcción del sistema de notación numérica en el niño" (CPE de Río Negro 1988-1993 y Conicet PIA 1990), en colaboración con A. Sinclair. Se consultaron además diversos autores (fundamentalmente, Piaget y Szeminska, 1941/75; Ginsburg y Russell, 1981; Kamii, 1985; Baroody,1988), adaptando algunas de las tareas que emplean en sus investigaciones a nuestros objetivos y modalidad de exploración. Se incluyeron asimismo tareas de nuestra elaboración.

Cuadro 2

Formas numéricas: serie numérica oral y escrita, sistema de numeración, sistemas de unidades de medida, sistema monetario, algoritmos, conteo, redondeo, estimación numérica, etc.

Respuestas del niño a tareas que involucran cada función

Función	Aproximaciones globales	Respuestas numéricas
F1 Enumerar	• Barridos (gestuales) de todos los elementos del conjunto o de subconjuntos del mismo a la vez que se enuncian palabras numéricas. • Asignación de "porciones" de serie numérica a cada objeto.	*Iteración denotativa:* • Establecimiento de correspondencia uno a uno entre elementos de un conjunto y las palabras numéricas de la serie convencional. • Correspondencia numeral oral - numeral escrito
F2 Cardinalizar	• Cuantificación de la colección como si fuera: -un objeto físico: "mucho", "largo", "grande", etc. -una pluralidad: "pocos", "algunos", "muchos", etc. • Cuantificaciones intensivas con etiquetas numéricas	*Representación numérica de un conjunto:* • Cardinalización de conjuntos simples. • Construcción de un conjunto de cardinal dado (cuenta cardinal)
F3 Comparar-Reproducir	• Comparación de colecciones como si fueran: -objetos físicos: "más largo que", "más grande que" (en base al espacio ocupado) -pluralidades: "más que", "más poquitos que", etc.	*Reproducción y comparación de conjuntos:* • Comparación numérica de: -conjuntos -numerales (escritos y orales) • Reproducción numérica de un conjunto modelo.
F4 Operar aritméticamente	• Unión, separación, partición de colecciones como si fueran: -objetos físicos: "quedó más grandote", "se achicó", "está más apretado", etc. -pluralidades: "ahora son más", "quedaron poquitos", etc. • Cuantificaciones intensivas con etiquetas numéricas (*)	*Operaciones aritméticas elementales con conjuntos:* • Operaciones numéricas de composición (adición) y descomposición (sustracción, partición) de cardinales con o sin material presente.

(*) La aproximación global a la función 4 se refiere a las cantidades (estados iniciales y final) y a los operadores numéricos en juego.

Se encuentra que algunos niños, frente a una actividad determinada, responden proponiéndose metas y medios adecuados y aún más sofisticados que los que exige la misma, mientras que otros no logran hacerlo. Esto los lleva a efectuar:

Cambios de función

Según Saxe, estos niños transforman la actividad proponiéndose metas y medios más simples, que involucren funciones numéricas menos complejas. Por ejemplo, frente a una actividad de comparación como la que se propone en el cuadro 1, un niño que no lograse comparar numéricamente los conjuntos de tapitas transforma la actividad de modo que implique una función numérica más simple que la función 3 exigida. Por ejemplo, contabiliza todas las tapitas uniendo las dos colecciones en una y dice: "...hay ocho tapitas..." (respuesta que explicita una meta correspondiente a la función 2). O bien recurre a una simple enumeración de la totalidad de las tapitas presentes sin llegar a cardinalizar el total: "...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho" y ante la pregunta: "¿Entonces cuántas hay?", repite la enumeración completa (respuesta que involucra sólo la función 1).

Aproximaciones globales a las funciones numéricas

En nuestra indagación, hemos encontrado un segundo tipo de comportamiento, que no ha sido contemplado por Saxe *et al.* Ante situaciones que les resultan excesivamente complejas, algunos niños desarrollan otro tipo de estrategias que les permiten afrontarlas a partir de recursos genuinos que no implican un cambio de función. Se trata de lo que hemos denominado "aproximaciones globales a las funciones numéricas". Este tipo de comportamiento supone abordar la máxima función involucrada en la tarea propuesta, pero desde una aproximación global a la misma, en tanto no se basa en la correspondencia uno a uno (condición necesaria a las funciones numéricas). Estas conductas, pese a no implicar operaciones acabadas de correspondencia, permiten a los sujetos tener alguna clase de respuesta cuantitativa ante situaciones numéricas. Por ejemplo, ante la actividad de comparación que aparece en el cuadro 1, el niño responde: "...vos tenés más que yo porque tus tapitas van de acá a acá" (aludiendo al área ocupada por las mismas sobre la mesa) o "...vos tenés más que yo porque tenés muchas y yo tengo poquitas..." (aludiendo a una pluralidad sin límites definidos a través de cuantificadores). Se detallan a continuación las diversas clases de respuestas que incluimos en las aproximaciones globales:

a) *El niño trata las cantidades discretas como continuas*, es decir que no descompone la colección en sus unidades. El niño emite juicios cuantitativos basados en la ponderación de los "tamaños espaciales" de los conjuntos: "más-menos largo", "más-menos ancho", "más-menos apretado", etc. (Piaget y Szeminska, 1941/75).

b) El niño, si bien llega a admitir la individualidad de los elementos del conjunto (dejando de lado sus propiedades físicas) no llega a verlo como cerrado, es decir, como una colección posible de ser contada. Efectúa cuantificaciones intensivas del tipo: "son muchos, pocos, son más", sin dar una cuantificación numérica precisa. Al decir de Steffe, Cobb y von Glasersfeld (1988) *el niño en este caso conceptualiza pluralidades, no colecciones*.

c) *El niño arroja palabras numéricas como etiquetas*. Estas respuestas se caracterizan por la rapidez con que son emitidas. Consideramos que presentan un valor semejante al de los cuantificadores comprendidos en b), en tanto no provienen de una enumeración ni de la percepción súbita de la cantidad (*subitizing*). Muchas veces las palabras numéricas empleadas están en el campo de valores que no tienen significado cardinal estricto para el niño. Así, Lorena (6 años), quien presenta conteo cardinalizado para colecciones de hasta 7 elementos, tanto frente a 10 como a 23 fichas, inmediatamente dice: "¡Catorce!". Ante el pedido de justificación respecto de la última situación, dice: "No conté, porque sabía que había catorce porque había montones".

Saxe *et al.* señalan que mientras que las cuatro funciones se presentan ordenadas por su complejidad lógica y psicológica, ciertas variables como, por ejemplo, la magnitud de las colecciones, condicionan su uso. De hecho los niños pueden estar adaptando y especializando formas en un mismo período para servir a funciones distintas y de manera diferente (desde nuestra propuesta: numéricas o globales). En tanto que un niño puede cardinalizar conjuntos de hasta 5 elementos, puede no lograr hacerlo con conjuntos más numerosos y, sin embargo, ser capaz de comparar y reproducir numéricamente conjuntos de cardinal menor o igual que 5, o incluso efectuar operaciones aritméticas en ese intervalo numérico. También encontramos que no pudiendo cardinalizar conjuntos mayores que 5, es posible que pueda compararlos globalmente e intente resolver con ellos adiciones y sustracciones de manera intensiva. Otras variables que pueden condicionar las posibilidades de un niño de ejercer una función son el nivel de representación en que la actividad está planteada (oral, físico, escrito), el tipo de interacción en que se desarrolla (actividad independiente o compartida con un par o con un adulto, etc.), su grado de significatividad para el niño, etc.

Testimonios del interjuego de formas y funciones en las respuestas de los niños

A continuación se ilustra el modelo ampliado, con fragmentos de las entrevistas que hemos desarrollado. Los fragmentos figuran en la parte central de la tabla. En la columna de la izquierda, se especifica el nivel de la tarea (función involucrada) solicitada por el entrevistador, y en la columna de la derecha, se analiza el nivel en que efectivamente responde el niño y el modo en que lo hace.

Dado que el dominio de la serie numérica oral es indispensable para el desarrollo de las cuatro funciones numéricas, en primer lugar se muestran ejemplos de distintos modos de responder a la demanda de enunciar la serie en tanto "forma pura". Luego se presentan fragmentos correspondientes a tareas que implican la F2, F3 y F4. Por razones de espacio, transcribimos las palabras numéricas dichas en la entrevista con los numerales correspondientes ("3" en lugar de "tres").

Serie oral

Objetivo: detectar la extensión de la serie numérica convencional autónoma y con ayuda.

JO. (5a 5m) (preescolar)		
Forma: serie numérica oral	E:¿Y hasta cuánto sabés contar? Jo: Esto (muestra una mano). (Luego cuenta sin correspondencia tomando de a dos o tres dedos a la vez) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. E:¿A ver? ¿Podés contar de vuelta? Jo: (Utiliza el mismo procedimiento de antes, pero contando de 1 a 3) 1, 2, 3. E: Bien Jo! ¿Y en el aire, así, 1, 2, 3...? Jo: (Cuenta de nuevo sobre su mano tomando de a varios dedos) 1, 2, 3, 4. E: ¿Y después de 4 qué viene? Jo: 5. E: ¿Y después? Jo: 7. E: ¿Y después? Jo: 8. E: Bien... dale, seguí... Jo: (vuelve a los dedos de la mano sin correspondencia mientras cuenta) 1, 2, 3, 4, 5.	Aproximación global (APG) a F2 (gestual) APG a F1 Jo no logra desplegar la forma "serie numérica oral" sin intentar hacer corresponder globalmente las palabras numéricas con sus dedos. Jo muestra manejo estable de la serie convencional hasta 5.
KA. (4a 11m) (preescolar)		
Forma: serie numérica oral	E: Decíme una cosa, hace un ratito vos decías que desde chiquita sabías números.¿Vos sabés contar, entonces? Ka: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10. E: ¿Después del 5 cuál viene? Ka: 5, 9, 10, 14, 8, 9, 10. E: Algunos nenes cuentan así: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ponen el seis después del 5 ¿puede ser? Ka: (asiente con la cabeza). E: ¿Y después del 6 cuál viene? Ka: 4, 9, 10, 14.	Responde al nivel solicitado. Muestra manejo de la serie oral convencional hasta 5. A partir de allí usa una serie no convencional con porción estable: 9, 10, 14 (Ver K en cardinalización y conteo).

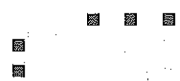
Cardinalización y conteo Objetivo: Explorar si el niño es capaz de cuantificar un conjunto simple y cómo lo hace. (F2 y F1) (situaciones globalizadoras: almacén, partido de fútbol)		
MAU. (4a 7m) (preescolar)		
F2	(Frente a 10 naranjas.) E: ¿Podés fijarte cuántas hay? Ma: Todas éstas (señala cada naranja separándolas una por una mientras va diciendo en correspondencia 1 a 1): ésta, ésta, ésta, E: ¿Entonces cuántas lleva? Ma: Muchas.	F1 empleando palabras no específicas APG a F2 (pluralidad)
ED. (5a 5m) (preescolar)		
F2	(Frente a 6 muñecos que representan jugadores de fútbol.) Ed. Cuenta término a término de 1 a 6. E: ¿Entonces cuántos son? Ed: Un montón.	F1 numérica. APG a F2 (pluralidad)
WA. (5a 9m) (preescolar)		
F2 F2 F1	(Frente a 10 naranjas.) E: ¿Podés decirme cuántas hay? W: (cuenta una por una señalándolas y en voz alta de 1 a 10, y cardinaliza en forma espontánea): Ocho son. E: ¿Cuántas son? W: Ocho. E: Mirá, ahora cada vez que contás una andá poniéndola en la bolsa. W: (Mientras introduce en la bolsa cuenta de 1 a 6 en correspondencia una naranja con una etiqueta numérica, cuando dice 7 pone dos naranjas y luego sigue correctamente contando 8 y 9. Al terminar cardinaliza espontáneamente.) Nueve son.	F1 (correcta) APG a F2 (etiqueta numérica) Ídem F2 con enumeración incorrecta.
MAN. (5a 10m) (preescolar)		
F2 F2 F2 F1	(Frente a 4 limones.) E: ¿Cuántos limones compró Juana? Ma: Poquitos. E: ¿Y vos sabés cuántos son? Ma: (Señala cada limón en silencio.) E: ¿Son dos... son tres? Ma: Cinco. E: ¿Cómo sabés que son cinco? Ma: Y los vendieron.	APG a F2 (pluralidad) APG a F2 (etiqueta numérica)

	E: ¿Y si los contás en voz alta? Ma: No sé.	No manifiesta conocer la serie.
 F2 F2 F2 F2 F3	(Frente a 10 limones.) E: ¿Cuántas naranjas llevó Juana? Ma: ...Muchas. E: ¿Tenés idea cuántas son? Ma: (Silencio.) E: ¿Cuántas serán? Aunque sea inventando... Ma: No sé. E: ¿Cinco pueden ser? ... ¿Igualito que los limones? Ma: No, igual que la otra, que la cebolla.	APG a F2 (pluralidad) APG a F3 (antes dijo que las cebollas eran muchas)
	KA. (4ª 11m) (preescolar)	
 F2 F2	(Frente a 4 limones) E: ¿Cuántos limones lleva Juana? Ka: Poquito. E: ¿Poquitos? Ka: (Espontáneamente comienza a contar mientras va señalando uno por uno) 1, 2, 3, 4. E: ¿Cuántos son? Ka: 4.	APG a F2 (objeto físico o pluralidad) F1 (correcta) F2 (correcta)
F2	(Frente a 10 naranjas.) E: ¿Cuántas lleva? Ka: (espontáneamente cuenta) 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 14, 8, 6. Son 6.	La limitación en el manejo de la serie (confrontar K en tarea serie oral), la conduce a error en F1 y F2

	Comparación de conjuntos **Objetivo: explorar la capacidad y las estrategias empleadas para comparar la magnitud de dos conjuntos (situación globalizadora: almacén).**	
	WA. (5a 9m) (preescolar)	
     F3 F2	(Ante dos conjuntos de 7 y 9 cebollas.) E: ¿Sabés qué otra cosa vinieron a buscar? Cebollas. Éstas son las que lleva Juana (7), y éstas las que lleva Teresa (9). W: Las toca divertido. E: ¿Cuál de las dos lleva más cebollas? W: (Cuenta todas de 1 a 16.) E: ¿Y... qué pasa con eso? W: (Silencio.) E: ¿Cuántas son?	 F1 (correcta)

   F3 F2	W: Dieciséis. E: ¿Entre todas? W: (Asiente.) E: Pero yo no te pregunté cuántas son entre todas. Yo te pregunté ¿cuál de las dos tiene más? W: Hmm... (mirando las de Teresa), Doña Juana. E: ¿Cuáles son? W: (Señala las 9 de Teresa globalmente.) E: ¿Cómo sabés que éstas son más? W: (Se ríe.) E: ¿Eh...cómo sabés? W: (Silencio.) E: ¿Cuántas tiene? W: Cinco (rápido, visual).	F2 (correcta) APG a F3 APG a F2 (etiqueta numérica)
	GUI. (7a 8m) (primer grado)	
   F3 F3 F2 F3	(Ante dos conjuntos de 7 y 5 manzanas.) E: Y un día doña Juana compró estas manzanas (5), y Teresa compró éstas (7). ¿Cuál de las dos compró más? Gui: Teresa (Rápidamente). E: ¿Cómo te diste cuenta? Gui: Porque acá había más (señala el grupo de 7 m.) y acá más poquito (señala las 5 m.). E: ¿ Y cómo hiciste para saber que había más acá? Gui: Porque aquí hay cinco (mirando el grupo de 5 m.). E: ¿Y acá? Gui: (Mira grupo de 7.) Siete. E: ¿Cómo hiciste para saber que acá hay cinco y acá hay siete? Gui: Porque las conté. E: A ver, mostráme cómo hiciste. Gui: (Cuenta correctamente cada conjunto.) E: ¿Entonces cuál tiene más? Gui: Éstas (señala las 7). E: ¿Cuántas hay? Gui: Siete.	 APG a F3 (pluralidad) F2 (correcta) F2 (correcta) F1 (correcta) F3 (correcta)

Operaciones aritméticas Objetivo: Con los problemas presentados a los niños se busca explorar las posibilidades de los mismos de efectuar operaciones sencillas de suma, resta y división, a nivel mental y con materiales presentes (situación globalizadora: almacén).		
LO. (6a 3m) (preescolar)		
F4 F4 F4	(Sin referente concreto.) E: Ahora yo te voy a contar una historia: la mamá fue al almacén y compró 3 paquetes de harina, y como estaban de oferta el papá pasó también y compró 2 paquetes. ¿Cuántos paquetes trajeron entre los dos? Lo: Ehm... ¡Seis! E: ¿Cómo hiciste? Lo: Pensé para adentro. E: ¿Y qué hiciste? Contáme. Lo: Nada. (Se le reformula el pedido recordándole el problema.) Lo: (Se mueve en la silla, inquieta.) E: Te podés ayudar con los deditos. Mostráme los dedos. La mamá compró tres... Lo: (Mientras el E. dice lo anterior ella cuenta con dedos.) Uno, dos, tres (dejándolos levantados). E: ...y el papá compró dos... Lo: (...cuenta dos dedos más a partir de los tres anteriores diciendo.) Uno, dos (completando la mano). E: ¿Cuántos compraron entre los dos? Lo: (Después de un rato) Cinco. E: ¿Cómo hiciste? Lo: Porque conté con los dedos. E: Mostráme. Lo: (Cuenta en voz alta cada dedo de la mano de uno a cinco.)	APG a F4 o F4 incorrecta Utiliza F2 para modelizar (recorte correcto) F4, utiliza el conteo desde 1.
MAN. (5a 10m) (preescolar)		
F4 F4	(Sin referente concreto.) E: ...la mamá trajo tres paquetes y el papá trajo dos. ¿Cuántos paquetes trajeron entre los dos? Man: ¡Cuatro! (rápidamente). E: (Reitera el problema.) ¿Cuántos compraron entre los dos? Man: ¡Diez!	APG a F4 (etiqueta numérica) Idem.

F2 F4	(Con referente concreto.) (La E. le propone el uso de cubitos para representar los datos. No logra recortar los tres que trajo la mamá: primero toma cuatro y luego los cambia por seis.) E: ¿Y los que trajo papá, que son dos? Man: (Toma dos y se los pone en los dedos y luego los coloca en un extremo de la mesa.) E: ¿Cómo podemos saber cuántos trajeron entre los dos? Man: El papá trajo dos y la mamá trajo muchos.	APG a F2 (recorte global) F2 (recorte correcto) F2 numérica y APG a F2 respectivamente (cuantificación por partes)
WA. (5a 9m) (preescolar)		
F4 F4	(Sin referente concreto.) E: ...la mamá compró tres paquetes de harina y vino el papá y compró dos paquetes de harina. ¿Cuántos paquetes de harina trajeron entre los dos? Wa: Tres. E: Acordáte que tres había traído la mamá y dos el papá. Entre los dos, ¿cuántos paquetes trajeron? Wa: El papá dos y la mamá cuatro.	F2 (cardinalización por partes)
F4 F4	(Sin referente concreto.) E: Para ver cuántos trajeron entre los dos, podés usar esto (pone una caja con cubitos sobre la mesa). Wa: (Saca todos los cubitos, cuenta de uno a tres y toma los tres.) E: ¿Eso quién lo había traído? Wa: La mamá. (Toma otros dos.) E: ¿Quién los trajo? Wa: El papá. (Los coloca sobre la mesa de la siguiente forma:  E: Entre los dos, ¿cuántos trajeron? Wa: El papá dos y la mamá tres. E: ¿Y entre los dos juntos? Wa: No me acuerdo.	F2 (recorte correcto de ambos datos) F2 (cardinalización por partes)

RO. (6a 5m) (primer grado)		
F4	(Sin referente concreto.) E: ...compró tres paquetes, pero papá también vio esa oferta y compró dos paquetes. ¿Cuántos paquetes trajeron entre los dos? Ro: (Silencio.) E: ¿Te lo cuento otra vez? Ro: Cinco.	
F4	E: ¿Y cómo hiciste para darte cuenta? Ro: Porque yo sabía. E: ¿Y cómo hiciste para saber que eran cinco? Ro: Porque la mamá compró tres y el papá dos. E: ¿Y...? Ro: Y eran cinco.	F4 (correcta) F4 (¿hecho numérico?)

Reflexiones finales

Lo expuesto hasta aquí tiene como objetivo compartir un modelo que ha sido especialmente útil para interpretar los conocimientos numéricos de los niños al ingreso a preescolar y primer grado. Desde una perspectiva teórica, este modelo ofrece un marco abarcativo y ordenador para interpretar los conocimientos numéricos que construyen los niños en edades tempranas, teniendo en cuenta sus diversos componentes y la interrelación entre éstos. El modo de indagación que generamos sobre la base del modelo permite captar la perspectiva de los chicos al resolver tareas numéricas, ya que posibilita describir cómo se aproximan a las mismas en términos de las metas y medios que ponen en juego. Aunque el objetivo de este trabajo no es profundizar en la relación entre el entorno sociocultural de estos niños y sus procesos cognitivos en el campo del número (ver Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas y Tieche-Christinat, 2000), desde la lectura de los testimonios se pueden inferir sus escasas oportunidades de interacción con formas numéricas en sus contextos cotidianos y la incidencia de esto en la elaboración de medios para la solución de las tareas propuestas (un claro ejemplo se encuentra en las respuestas de Man).

Por otra parte, del modelo teórico aquí presentado se desprende el valor del rol de los adultos, hermanos, pares más competentes, etc., en el desarrollo numérico infantil. En particular, aunque su enfoque original sea fundamentalmente psicológico, permite comprender la práctica docente como forma de interacción social mediatizadora entre los saberes socioculturales y la experiencia individual. En este sentido, es posible formular algunas reflexiones en relación con la tarea de enseñar la aritmética básica en los inicios de la escolaridad (nivel inicial y primer grado). Básicamente, en cuanto a:

Las relaciones entre formas, funciones, metas y medios

a) Mientras los alumnos no pongan en juego metas, el aprendizaje de las formas numéricas (serie, conteo, algoritmos varios...) es vacío. Los chicos generan metas propias en relación con problemas significativos para ellos. Entonces pueden elaborar formas personales y recrear las formas convencionales como medios, y en este proceso avanzar en su dominio sobre las funciones implicadas. De allí la central importancia de la enseñanza de la matemática a través de problemas.

b) La necesidad de que los docentes interpreten los conceptos matemáticos (cardinal, magnitud, suma, fracción, etc.) con sus funciones asociadas (cardinalizar, comparar, sumar, fraccionar, etc.) para entender cómo surgieron las formas sociales, sus usos y ventajas y ver de qué manera las van incorporando los niños. El no distinguir entre formas y funciones puede llevar a confusiones, tales como identificar numeral (la forma "3" o "tres") con el concepto de número tres, las habilidades algorítmicas con la comprensión de la operación que subyace a ellas, etc.

El avance en las funciones (sentido vertical en la tabla) y el avance dentro de cada función (sentido horizontal)

Es necesario que, al planificar su actividad con los niños, el docente tenga en cuenta estos dos aspectos. El avance en las funciones (de enumerar a cardinalizar, de cardinalizar a comparar...) quedará facilitado si trabaja en los intervalos numéricos en que los niños manejan la serie numérica y establecen correspondencias con fluidez. Superando así las dificultades que implica el contar, los niños podrán centrarse en las funciones de mayor complejidad dentro de ese intervalo. Problemas que impliquen cardinalizar, comparar y operar (sumar, restar y dividir) harán que los alumnos desarrollen y comiencen a significar estas funciones desde el nivel inicial.

A su vez, cada una de estas funciones puede ser trabajada a nivel concreto o sobre representaciones numéricas mentales.[6] El trabajo con material o con representaciones gráficas apoya el uso del conteo, mientras que el trabajo con representaciones mentales alienta el cálculo mental o pensado. Brissiard (1993) dice que "mientras que los niños puedan contar para resolver problemas, no hay inconveniente alguno en que trabajen inmediatamente con un campo numérico amplio; en cambio, cuando se trata de incitarlos a calcular, el campo numérico correspondiente debe irse ampliando en forma progresiva".

6. Calcular, como estrategia mental, implica poder retener en mente la "numerosidad" de colecciones presentes o no presentes, y ciertas relaciones numéricas simples (siguiente de un número, doble de un número, distancias a 5 o a 10,...) que servirán como soportes para que el alumno desarrolle estrategias para resolver cálculos más complicados.

Sobre la base de estas consideraciones, el modelo presentado resulta ser una herramienta útil para que los docentes puedan: a) seleccionar y organizar los contenidos correspondientes a preescolar y primer grado de acuerdo a la simultaneidad e interrelación de las construcciones infantiles (sabiendo que en un mismo período los niños se proponen metas y emplean medios que involucran funciones y formas de diverso grado de complejidad) y b) planificar e implementar situaciones que, teniendo en cuenta las variables didácticas –campos numéricos, marcos de representación, naturaleza de los materiales, etc. (Douady, 1984)–, faciliten el interjuego y el avance de las metas y medios numéricos que los niños actualizan.

Bibliografía

Baroodoy, A.: *El pensamiento aritmético de los niños*, Buenos Aires, Ed. Aprendizaje Visor, 1988.

Bever, T. G.; Mehler, J. y Epstein, J.: "What children can do in spite of what they know", *Science*, 162, pp. 921-924, 1968.

Brissiaud, R.: *El aprendizaje del cálculo*, España, Aprendizaje Visor, 1993.

Carpenter, T. y Moser, J.: Problem Structure and First Grade Children's Initial Solution Processes for Simple Addition and Substraction Problems. *Journal for Research in Mathematical Education, Volume 12*, Nº 1, 1981.

Cole, M.: *Psicología cultural*, Madrid, Morata, 1996-99.

Dehaene, S.: *The number sense. How the mind creates mathematics*. Oxford, Oxford University Press, 1997.

Dickson L.; Brown M. y Gibson O.: *El aprendizaje de las matemáticas*, España, Ed. Labor, 1991.

Donaldson, M.: *Children's minds*, Norton, New York, 1978.

Douady, R.: *Rapport enseignemente apprentissage dialectique outil - objet, jeux de cadres*, Tesis, Paris VII, 1984.

Fuson, K.: "An analysis of the counting-on solution procedure in addition", en T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (comps.): *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, N. Jersey, Lawrence Erlbaum Ass., 1982, pp. 67-81.

—: "Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans", en: J. Bideaud, C. I. Meljac & J. P. Fischer, *Les chemins du nombre*, Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991, pp. 159-179.

Gelman, R. y Gallistel, C.: *The child's understanding of number*, Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1978.

Ginsburg, N. y Russell, R.: "Social Class and Racial Influences on Early Mathematical Thinking". *Monographs of the Society for Research in Child Development*, Nº 46, 1981.

INDEC: *Situación y evolución social*, Síntesis Nº 4, Tomo 1, Buenos Aires, 1998.

Kamii, C.: *El niño reinventa la aritmética*, Buenos Aires, Ed. Aprendizaje Visor, 1985.

Karmiloff-Smith, A.: *Más allá de la modularidad*, Madrid, Alianza, 1992-94.

Nunes, T. y Bryant, P.: *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*, México, Siglo XXI, 1996-98.

Piaget, J. y Szeminska, A.: *Génesis del número en el niño*, Buenos Aires, Ed. Guadalupe, 1941-1975.

Resnick, L. y Ford, W.: *La enseñanza de las matemáticas y sus funciones psicológicas*, Barcelona, Paidós, 1990.

Rodrigo, M. J.: "Del escenario sociocultural al constructivismo episódico: un viaje al conocimiento escolar de la mano de las teorías implícitas", en M. J. Rodrigo y J. Arnay (comps.), *La construcción del conocimiento escolar*, Barcelona, Paidós, 1997, pp. 177-194.

Rogoff, B.: *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*, New York, Oxford University Press, 1990.

Saxe, G.; Guberman, S. y Gearhart, M.: Social Processes in Early Number Development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, Serial Nº 216, Vol. 52, Nº 2, 1987.

Saxe, G.: *Culture and cognitive development*, New Jersey, Lawrence Erlbaum Ass., 1991.

Scheuer, N.; Sinclair, A.; Merlo De Rivas, S. y Tièche-Christinat, Ch.: "Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales", en *Infancia y aprendizaje*, 90, 2000, pp. 31-50.

Sinclair, A. y Scheuer, N.: *Our numbers become theirs* (inédito, 2001).

Steffe, L.P.; Cobb, P. y Von Glasersfeld, E.: *Construction of arithmetical meanings and strategies*, New York, Springer-Verlag, 1988.

Strauss, M. S. y Curtis, L. E.: "Development of Numerical Concepts in Infancy", en: C. Sophian (ed.), *The origins of cognitive skills*, New Jersey, Lawrence Erlbaum Ass., 1994, pp. 131-155.

Tang, E. y Ginsburg, H.: "Young Children's Mathematical Reasoning. A Psychological View", en: *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, 1999 Year Book, NCTM, USA, Chapter 5, 1999.

Tollefsrud-Anderson, L.; Campbell, R. I.; Starkey, P. y Cooper, R. G.: "Conservation du nombre: distinguer les solutions par quantification des solutions par opérateurs", en J. Bideaud, C. I. Meljac y J. P. Fischer (eds.), *Les chemins du nombre*, Lille, Presses Universitaires de Lille, 1991, pp. 183-210.

Vigotsky, L. S.: "Interacción entre aprendizaje y desarrollo", en M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner y E. Souberman (eds.), *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, Barcelona, Crítica, Capítulo 6, 1979.

Wagner, S. H. y Walters, J.: "A Longitudinal Analysis of Early Number Concepts: From Numbers to Number", en G. E. Forman (ed.): *Action and Thought. From senso-motoric schemes to symbolic operations*, New York, Academic Press, 1982, pp. 137-161.

Werner, H. y Kaplan, B.: *Symbol Formation*. New York, Wiley, 1963.

Discusiones