GREAT ASSESSMENT PROBLEMS
GRANDES PROBLEMAS DE LA EVALUACIÓN

T. DEKKER & N. QUERELLE

En este libro se intentan clarificar las razones y argumentos subyacentes que utilizan implícitamente los docentes cuando preparan y evalúan las pruebas que dan a sus alumnos. Presentamos una gran variedad de ejemplos, preguntas, problemas y consignas porque creemos que un buen ejemplo vale más que mil palabras. Por supuesto que a veces un ejemplo por sí mismo no es suficiente y en ese caso éste va acompañado de una explicación. Más aún, discutimos un modelo, la pirámide de de Lange, que puede usarse para clasificar problemas de examen y para diseñar exámenes balanceados o equilibrados. Este modelo conecta los distintos niveles de competencia que los alumnos deben poseer para resolver un determinado problema y el nivel de complejidad que resulta del modo en que este problema ha sido formulado, por ejemplo, una pregunta matemática aislada comparada con una situada dentro de un contexto realista.

Fuente: http://www.fi.uu.nl/cacth/producst/GAP_book/intro.html

Traducción: M. Fernanda Gallego, con la colaboración de María Edith Collado, Ana Bressan y Betina Zolkower (2006)
GRUPO PATAGÓNICO DE DIDÁCTICA DE
LA MATEMÁTICA (GPDM)

www.gpdmatematica.org.ar

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Cuando un docente revisa una prueba, puede analizar cada pregunta diciendo:
Esta es una pregunta simple, todos deben ser capaces de hacerla, esto lo hemos practicado mucho.
Esta otra es difícil, si bien hemos trabajado este tema en clase.
Esta requerirá habilidades de lectura que preveo muchos de mis alumnos no tienen.
Esta pregunta es realmente difícil porque los alumnos necesitan poner por escrito argumentos matemáticos.
Esta es una que la mayoría de mis alumnos no serán capaces de hacer para nada porque tienen que integrar diferentes contenidos matemáticos y ser creativos en encontrar su propia manera de llegar a la solución del problema.

La mayoría de las veces el docente estará en lo cierto pero en algunas ocasiones puede ser sorprendido por los alumnos, como es el caso en el siguiente problema:

1) Juan tiene un armario viejo que necesita una mano de pintura. Encuentra 5 latas de pintura de diferentes colores: rojo, naranja, amarillo, azul y verde.
Juan decide usar 2 colores: uno para el armario mismo y otro para los cajones.
¿Cuántos pares de colores puede elegir? [1]
Posibles respuestas de los alumnos:
- *Los alumnos pueden hacer una lista de todas las combinaciones posibles: rojo/naranja; rojo/amarillo;rojo/azul;rojo/verde;naranja/amarillo;naranja/azul;naranja/verde; amarillo/azul; amarillo/verde; azul/verde.*
- *O para el primer color puede elegir de 5 latas y para el segundo, de 4. Entonces hay 5x4=20 pares, pero como las combinaciones están ahora duplicadas, hay 10 en total.*

Trabajo del alumno:
La respuesta de Annika fue: ¡Es imposible de decir!
Docente: ¿Por qué pensás eso?
Annika: Él puede hacer una mezcla de colores, así que nunca va a terminar.
Edad: 12, 13
Nivel 2
Contenido: número, conteo experto

Algunas veces un problema es difícil no por el contenido matemático sino por el lenguaje en el que se lo formula. Otras veces es la complejidad del problema lo que lo hace difícil de resolver. Algunas veces los alumnos luchan con el problema porque los diseñadores no han hecho claras sus intenciones.

Cuando los alumnos rinden pruebas estandarizadas podrían no ser capaces de resolver algunos problemas porque el contenido matemático no ha sido enseñado aún.

Esta son algunas de las razones que explican por qué los resultados de las pruebas de evaluación a veces resultan pobres y no concuerdan con la opinión del docente acerca de las capacidades de sus alumnos.

En este libro intentaremos clarificar las razones y argumentos subyacentes que utilizan implícitamente los docentes al diseñar y evaluar las pruebas que dan a sus alumnos. Presentamos una gran variedad de ejemplos, preguntas, problemas y consignas porque creemos que un buen

[1] En este libro no se menciona el origen o fuente de los problemas ya que en su mayoría fueron diseñados por miembros del Instituto Freudenthal, a los que agradecemos su contribución. Algunos de los ejemplos eran muy pobres desde nuestro punto de vista y en esos casos no mencionamos la fuente ya que esto podría molestar a los autores.

ejemplo vale más que mil palabras. Por supuesto que a veces un ejemplo por sí mismo no es suficiente y en ese caso éste va acompañado de una explicación. Más aún, discutiremos un modelo, la pirámide de de Lange[2], que puede ser usada para clasificar los ítems de una prueba y para diseñar una prueba equilibrada. Este modelo conecta los distintos niveles de competencia que los alumnos deben poseer para resolver un determinado problema y el nivel de complejidad que resulta del modo en que este problema ha sido formulado, por ejemplo, una pregunta matemática aislada comparada con una situada dentro de un contexto realista.

Se le dará mucha atención al uso de diferentes formatos de preguntas, problemas y pruebas como un todo. Trataremos de dar respuesta a preguntas tales como: ¿Cómo sería una prueba equilibrada y cómo diseñar un programa equilibrado de pruebas para una parte importante del año escolar? ¿Cómo corregir y calificar una prueba que incluye tanto problemas basados en habilidades básicas como problemas que requieren razonamiento matemático o prueba?

Investigaciones independientes y la experiencia de muchos docentes muestran que los esfuerzos que se hacen para usar la información obtenida de los resultados de las pruebas, juegan un rol importante en el desarrollo positivo de las habilidades matemáticas de los alumnos.

Aunque las evaluaciones realizadas a nivel del aula pueden tener formatos diferentes, en este libro nos restringiremos principalmente a las pruebas escritas, las cuales por lo general son de tiempo restringido. Estas podrían ser pruebas dadas a los alumnos al final de un capítulo para monitorear su progreso, al finalizar un período de acreditación o a modo de examen final. Discutiremos también otros tipos de pruebas.

Esperamos que la discusión de estos temas con otros colegas ayude a que las prácticas áulicas puedan ir transformándose en un "aprendizaje dirigido a la comprensión" y a una "enseñanza dirigida a la comprensión." Por medio de un programa de pruebas equilibradas esperamos contribuir a garantizar la continuidad de los procesos de evaluación y a incrementar los logros en el rendimiento de los alumnos.

¡Y desde ya estamos abiertos a reacciones y sugerencias para mejorar o expandir este texto!

[2] Jan de Lange es profesor en Educación Matemática y director del Instituto Freudenthal, Utrech, Holanda.

CAPÍTULO 2: LA PIRÁMIDE DE JAN DE LANGE

En una prueba equilibrada, los alumnos deberán tener la oportunidad de demostrar lo que han aprendido y lo que son capaces de hacer. Los docentes pueden querer describir la comprensión y las capacidades de los alumnos asi como también las concepciones erróneas, parciales, etc. Los docentes buscan responder preguntas acerca de las habilidades matemáticas de sus alumnos tales como:

- ¿Este alumno domina solamente las habilidades básicas?
- ¿Es capaz de dar razones (matemáticas) apropiadas?
- ¿Puede resolver problemas más complejos?

Cuando el docente quiere dar al alumno una devolución, necesita saber cuáles son los temas que éste aún no maneja y esto le da la pauta acerca de dónde poner más énfasis en la clase. También es importante saber qué pasos deben tomarse para ayudar a los alumnos menos capaces y dar a los más talentosos otros materiales suficientemente desafiantes.

Para dar las respuestas a todas estas preguntas los docentes necesitan una gran variedad de tareas y pruebas en distintos niveles de competencia. Más aún, el contenido matemático del problema y la complejidad de la tarea son aspectos cruciales a considerar.

Como se ve, hay muchos factores a tomar en cuenta! Para poner orden a este caos, se necesita ayuda. Presentaremos a continuación un modelo para la clasificación de problemas conocido como "Pirámide de Jan de Lange."

Este modelo fue originalmente diseñado como un triángulo (ver fig. 1)

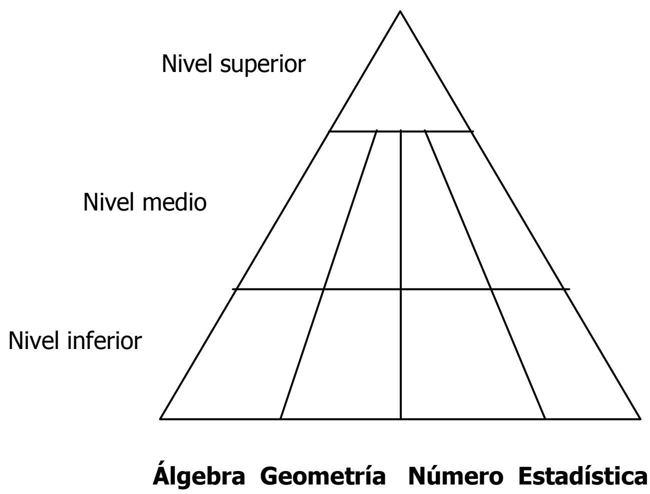


Fig.1

Horizontalmente se indican los distintos ejes curriculares de la matemática y verticalmente se indican los distintos niveles de competencia que un alumno debe poseer para resolver correctamente el problema en cuestión (del nivel 1 para el más bajo al nivel 3 para el más alto).

En este capítulo ofrecemos una explicación de este modelo. En los capítulos que siguen se continuará elaborando el modelo y se mostrarán ejemplos clarificatorios.

¿Por qué el modelo de la figura 1 tiene forma de triángulo y no de rectángulo?

La forma triangular indica la cantidad de problemas y preguntas para cada uno de los tres niveles que deben incluirse en una prueba equilibrada o balanceada. También representa la distribución del puntaje en los distintos niveles. Como se puede ver en el modelo, la mayor cantidad de tiempo así como el mayor número de puntos deberán darse para las preguntas del nivel 1 (la base del triángulo). En la punta del triángulo están las preguntas del nivel 3. Estos deben aparecer en toda prueba que pretenda ser equilibrada pero en menor cantidad que los otros. Los problemas del nivel 3 son más difíciles de resolver y llevan más tiempo que aquellos en los que se evalúan habilidades básicas. Ese es otro argumento para incluir en una prueba menos problemas de niveles 2 (N2) y 3 (N3) que de nivel 1 (N1).

En el próximo capítulo se discutirá cómo diseñar una prueba equlibrada usando problemas de todos los niveles de competencia.

Usando este modelo y discutiéndolo con docentes, encontramos que la forma triangular no bastaba. Algunas personas pensaban que porque un problema era difícil, inmediatamente debía ser clasificado como de nivel superior de competencia, cosa que no es necesariamente cierta. Entonces el triángulo se convirtió en una pirámide, tal como lo muestra la figura 2. Incluir la tercera dimensión permite hacer una distinción entre problemas simples y más difíciles dentro de un mismo nivel.

Una discusión más detallada acerca de cómo distinguir problemas difíciles y fáciles en un mismo nivel se tratará en los capítulos que siguen.

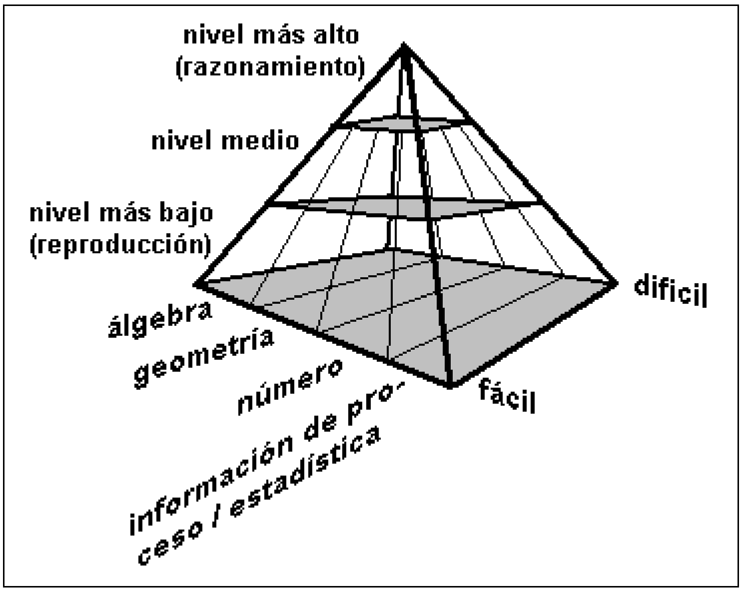


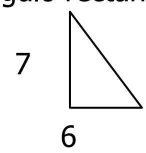
Fig. 2

NIVEL 1: REPRODUCCIÓN, PROCEDIMIENTOS, CONCEPTOS Y DEFINICIONES

Las respuestas a problemas de N1 a menudo requieren conocimiento de hechos, definiciones y procedimientos rutinarios memorizados y practicados en clases anteriores.

Ejemplos de preguntas que requieren:

1) CONOCIMIENTO DE HECHOS Y DEFINICIONES	¿Qué es un triángulo equilátero? Calcular 7 x 12 Dibujar una figura con dos lados paralelos. ¿Cuál es el nombre de la gráfica de una función cuadrática?

2) PROCEDIMIENTOS RUTINARIOS	Trazar la gráfica para $y = 3x - 2$ Sin calculadora, calcular 3674: 26 Expresar 27 000 000 en notación científica Resolver la ecuación $x^2 + 3x - 17 = 0$ Calcular 1/12 + 7/8
3) ALGORITMOS ESTANDARIZADOS	Calcular el área de un círculo de radio 7. Usar el teorema de Pitágoras para calcular la longitud del lado faltante en este triángulo rectángulo.  Resolver esta proporción: x/2 = 2/15

A menudo, una parte considerable de la prueba consistirá en problemas de N1 dados a los alumnos para determinar si dominan los hechos o habilidades básicas enseñadas.

Las preguntas de N1 aparecerán a menudo como problemas separados. En problemas contextualizados más largos que incluyen más preguntas dentro del mismo contexto, las preguntas de N1 se usan a veces como entrada para dar a los alumnos la oportunidad de explorar el contexto.

Plantear una pregunta o un problema de N1 no significa que los alumnos no tengan que mostrar su trabajo. Así como el docente quiere determinar si un alumno domina o no algún procedimiento de rutina, también quiere, en el caso respuestas incorrectas, poder determinar la naturaleza del error. Cuando no se muestra el trabajo hecho, aun en el caso de una respuesta correcta, el alumno puede haber arribado a ella incorrectamente, como lo ilustra el siguiente ejemplo:

4). La tangente de la recta 5x – 8y – 3= 0 y el eje positivo de las x es:
a) 5/8 b) –5/8 c) 8/5 d) –8/5
Respuesta: a
<u>Edad:</u> 14, 15
Nivel 1
<u>Contenido:</u> dependencia y relaciones, funciones
*<u>Benno</u>: *la respuesta es la a) porque la altura es siempre menor que la distancia y es positiva porque dice eje positivo de las x**

En general, si un docente no sabe cómo un alumno obtuvo una determinada respuesta, no puede darle una apropiada devolución. Puede ser una buena idea dejar que los alumnos usen la mitad de la hoja de evaluación para hacer cálculos, aun en el caso de problemas con fomato de selección múltiple. Muchas veces el papel de borrador contiene información importante para interpretar el trabajo de los alumnos.

NIVEL 2: CONEXIONES E INTEGRACIÓN PARA RESOLVER PROBLEMAS

En este nivel de competencia, los alumnos tienen que elegir sus propias estrategias y herramientas matemáticas. Los problemas en el N2 muy a menudo pueden resolverse correctamente de varias maneras diferentes. Algunas veces un alumno resuelve un problema de manera informal, aun cuando se le han enseñado modos formales para hacerlo. Esto da una importante información sobre el nivel de su pensamiento. Además, en este nivel es donde se comienzan a hacer conexiones entre los diferentes campos de la matemática. O sea, se integra la información dada para resolver problemas relativamente simples. También es posible que se incluya en la formulación del problema información redundante para que el alumno tenga que decidir qué datos son relevantes para resolverlo.

En este nivel de competencia, se espera que los alumnos manejen diferentes representaciones de acuerdo a la situación específica y el propósito a mano, por ejemplo: texto, diagrama, fórmulas, tablas, etc.

A continuación se da un ejemplo para mostrar dónde los alumnos pueden usar diferentes estrategias para resolver un problema:

5) Con una fotocopiadora se puede aumentar o reducir el tamaño de un dibujo. Nathan usó la máquina para hacer una copia del dibujo, reduciendo su tamaño al 60%. No satisfecho con el resultado tomó la copia e hizo una nueva al 140%. El pensó que ahora tendría las medidas originales de nuevo. ¿Está en lo cierto Nathan? Explicá tu respuesta.

Respuesta: No, Nathan no está en lo cierto.
Nota: Si no se da una explicación, no debería otorgarse puntaje para la conclusión correcta. "¡Nunca debe tomarse no como una respuesta!"
Posibles trabajos de los alumnos:

- *Yo calculé 140% de 60%; 1.40 x 0.60 = 0.84. La segunda copia es 84% del original.*
- *Asumí que la longitud del dibujo original era 20cm. 60% de 20=12; 140% de 12= 16.8. La segunda copia es más chica que el original*
- *El alumno puede hacer un dibujo para apoyar su razonamiento*

Edad: 13, 14
Nivel 2
Contenido: número

Las conexiones requieren que los alumnos distingan y relacionen los distintos estamentos, como definiciones, ejemplos, suposiciones y pruebas.

Los alumnos necesitarán saber la diferencia entre una situación realista y el modelo matemático y ser capaces de traducir uno al otro. En este nivel no se espera que ellos mismos modelen la situación. Esta cuestión será abordada más adelante.

NIVEL 3: MATEMATIZACIÓN, PENSAMIENTO Y RAZONAMIENTO MATEMÁTICO, GENERALIZACIÓN INSIGHT.

En este nivel los alumnos tendrán que:

a) MATEMATIZAR SITUACIONES

6) El tío Pedro trajo una gran bolsa con bolitas para nosotros 3 y dijo: ¡Compártanla en partes iguales! ¿Cómo podríamos hacerlo?
Nota: La respuesta puede darse oralmente
Posibles trabajos de los alumnos:
- *Damos una bolita a cada chico, una por vez. Si quedan 1 ó 2 bolitas, las ponemos en la bolsa.*
- *Hacemos 3 filas de bolitas. Si las 3 filas son iguales en longitud, la compartimos bien.*
- *Contamos las bolitas, 5 por vez. Cada chico obtiene 5 bolitas hasta que se hayan acabado.*

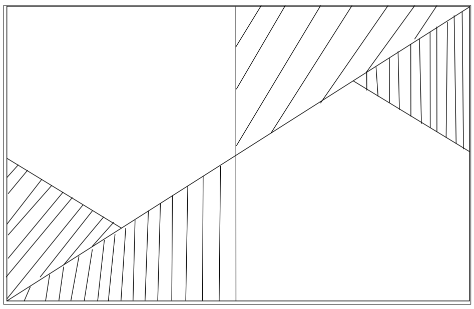
Edad: 6, 7
Nivel 3
Contenido: número, conteo experto.

b) RECONOCER Y EXTRAER LA MATEMÁTICA IMPLICITA EN UNA SITUACIÓN

7) Cuál es la mejor oferta: ¿3 artículos por $10 o cada artículo a $4 y un descuento del 15%?

c) ELEGIR HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MÁS COMPLICADOS.

8) Explica por qué estás seguro de que la parte blanca es más grande que la parte sombreada



Posibles respuestas de los alumnos:
- *redistribuye las areas (sobre el dibujo mismo o cortando y pegando)*
- *calcula áreas*
- *usa fracciones*
- *usa porcentajes*

Edad: 11, 12
Nivel 3
Contenido: razones.

d) SER CAPACES DE COMPARAR EL CONTENIDO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DADO CON EL DE OTROS PROBLEMAS CONTEXTUALES Y DE GENERALIZAR.

Por ejemplo, las situaciones en los próximos problemas, como también en muchos otros, hacen uso del mismo contenido matemático donde las funciones lineales tienen un rol. Los alumnos pueden haber aprendido qué son las funciones lineales y cómo reconocerlas en una tabla de valores o cómo reconocer el gráfico que las representa. Durante las clases deberían haber visto muchos contextos diferentes en los que aparecen representaciones lineales.

9) Pedro tiene una empresa de mudanzas. Él cobra $10 por llamado y $75 por hora. Su amigo Nolan cobra $25 por llamado y $70 por hora. ¿Por cuántas horas de trabajo ellos cobran la misma cantidad de dinero?

10) La altura de una pila de tazas de café puede calcularse usando esta fórmula:
Altura (en cm) = 7.5 + (número de tazas –1) x 3.5
El estante de la cocina en un restaurant donde se guardarán estas tazas tiene una altura máxima de 30 cm. ¿Cuántas tazas apiladas pueden guardarse en este estante?

11) Como regla general podés usar esta fórmula para saber si tenés la altura correcta:
Altura (en cm) = peso (en kg) – 100
Da un ejemplo de un grupo de personas para las cuales esta fórmula no funciona.

En una prueba que puede darse más adelante en el año escolar, se presenta un contexto completamente nuevo para los alumnos. Ahora, deben ser capaces de generalizar este tipo de situación y pensar: "Este es este tipo de relación donde comenzás con una cantidad fija de algo y en cada paso próximo sumás (o restás) el mismo número."

En el N3, los problemas evalúan la actitud crítica del alumno frente a la respuesta y su capacidad para reflexionar acerca del proceso de resolución. No sólo deberán ser capaces de resolver problemas, sino también plantear preguntas y comunicar procesos y resultados. Este tipo de problema requiere un correcto razonamiento matemático y los alumnos deben ser capaces de criticar un modelo matemático y remodelizar si es necesario. Pueden usar un modelo matemático para organizar una situación realista, tratar de resolver el problema, remodelizar, resolver el problema, hacer una transición hacia la situación realista y decidir si la solución es útil o no dentro de esta situación.

12) Las paredes de una bodega serán pintadas. El área total es de 22 metros cuadrados. ¿Cuántas latas de pintura necesitás si cada lata cubre 3 metros cuadrados?

Como se ve en el triángulo de de Lange, en el nivel más alto de competencia la diferencia entre los ejes matemáticos desaparece, algunas veces el mismo problema puede resolverse tanto geométrica como algebraicamente. Una vez más el alumno elegirá su propia estrategia o inventará otras nuevas.

CAPÍTULO 3: DENTRO DE LA PIRÁMIDE, NIVEL 1

Reproducción, procedimientos, conceptos y definiciones

Cuando arman una prueba a partir de problemas ya existentes o cuando diseñan su propia prueba, los docentes tienen que hacer muchos juicios sobre las diferentes competencias que un alumno tiene que demostrar al resolver los problemas.

La primera pregunta es, por supuesto:

- ¿E*l problema da a los alumnos la oportunidad de demostrar si domina el contenido matemático implicado*?

Las próximas preguntas son:

- *¿El problema me da la oportunidad de saber si el logro del alumno estuvo basado en hechos memorizados y procedimientos rutinarios o en un conocimiento bien conectado?*
- *¿El problema alienta a los alumnos a aplicar sus conocimientos de una nueva manera?*
- *¿Responder las preguntas requiere que los alumnos razonen matemáticamente y amplíen su pensamiento?*

En este capítulo se mostrarán maneras de clasificar problemas en términos de los diferentes niveles de competencia requeridos. Los ejemplos que se ofrecen intentan aclarar el modelo de la pirámide. Estos ejemplos serán tomados de diferentes contenidos matemáticos para diferentes edades y grados y de diferentes ejes curriculares.

Esto sin embargo plantea un problema: Un problema que está clasificado como de N1 para un determinado grupo de edad, podría ser de N2 para otro grupo, o para el mismo grupo en otro momento del año lectivo.

En qué nivel de competencia es etiquetado un problema no sólo depende del formato y del contenido, sino también de si este tipo de problema ya fue practicado en la clase. En otras palabras, depende de lo que se ha enseñado previamente.

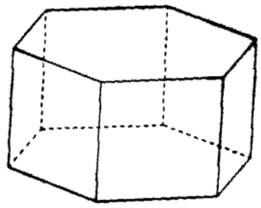
Conocimiento de datos

Una simple pregunta donde los alumnos necesiten saber la definición de cubo*.*

14) Un cubo tiene.............aristas
Respuesta: 12
Edad: 12
Nivel 1
Contenido: cuerpos, 3 dimensiones
Sin contexto

Como se muestra en la pirámide (figura 2), las preguntas del N1 no son necesariamente fáciles. Para el mismo grupo de alumnos, una pregunta más difícil con el mismo contenido matemático podría estar representada por el problema siguiente:

15) Encontrá el número de aristas de esta caja de chocolates:



Respuesta: 18
<u>Edad</u>: 11, 12
Nivel 1
<u>Contenido</u>: objetos tridimensionales
El contexto es irrelevante, situación de la vida diaria

El problema 16) es una aún más difícil, a pesar de ser también de N1.

16) Imaginá que tenés un cubo de madera. Se cortan las puntas de los 4 vértices de arriba. ¿Cuántas aristas tiene el cuerpo nuevo?

Respuesta: 24 (12 +4x3)
<u>Edad:</u> 11, 12
Nivel 1
<u>Contenido</u>: objetos tridimensionales
Sin contexto

Aun sabiendo la definición de un cubo, el alumno tiene que hacer una representación mental o real del nuevo sólido y contar las aristas. El contenido matemático es el mismo que en los problemas 14) y 15).

<u>Usar procedimientos rutinarios</u>

El siguiente ejemplo de este primer nivel pertenece al eje de contenido Número y es un problema relativamente fácil.

17) ***237 – 46*** *=*
Respuesta: 191
<u>Edad</u>: 8, 9
Nivel 1
<u>Contenido</u>: número
Sin contexto

Matemáticamente, el problema 18) es el mismo que el 17) pero está planteado dentro de un contexto. ¿El contexto lo hace más difícil? ¿O lo vuelve más interesante entonces el alumno ve un problema de la vida real que vale la pena resolver?

18) Estoy en la página 46 de mi libro que tiene 237 páginas en total. ¿Cuántas páginas me faltan leer?

Respuesta: 237 – 46 = 191 páginas
<u>Edad</u>: 8, 9
Nivel 1
<u>Contenido</u>: número
El contexto es relevante, situación de la vida (escolar) diaria

Y el 19) es un problema más difícil de N1 también en el eje de Número.

19) Tengo un álbum de estampillas que tiene 56 páginas. En cada página caben 28 estampillas. Si quiero calcular cuántas estampillas puedo coleccionar es este álbum, ¿cuál de los siguientes cálculos es el correcto?

56 : 28	*84 – 28*	*56 + 28*	*28 x 56*
28 : 56	*56 x 28*	*28 + 56*	*56 – 28*

Respuesta: 56 x 28
<u>Edad</u>: 8, 9
Nivel 1 ó 2
<u>Contenido</u>: número
El contexto es relevante, situación: de la vida diaria.

Si los alumnos han visto muchos problemas planteados de esta manera en un contexto, para ellos se trata de un problema de N1. En cambio, si sólo han hecho problemas del tipo 56x28....., para ellos éste es un problema de mayor nivel de competencia porque ahora tienen que pensar una forma de resolverlo, que no es justamente haciendo un cálculo.

Un docente que propuso este problema a sus alumnos dijo:

"*El problema del álbum de estampillas dado de esta manera no te da una pista de la forma de razonamiento del alumno. Yo me di cuenta de eso más tarde cuando vi el trabajo con dos alumnos flojos, Ellis y Kevin.*
Le pregunté a Kevin por qué elige como respuesta 56x28 y me dijo: "Bien, parecía correcta ¡y la respuesta correcta está siempre por el medio!"
Ellis elige 56:28, entonces le pido que haga ese cálculo. Comenzó a hacer la división larga y registra 56/28/ (en inglés esto significa 28:56)" "Oh, no", dijo "Eso no es posible, ¡el primero es demasiado grande!" Ella hizo 28/56/2 y dijo: "Sí, es la correcta"

<u>56</u>
0

"Entonces, ¿qué significa el 2?", le pregunté.
"Páginas". Leímos el problema una vez más y me dice: "No, 2 es demasiado pequeño, la respuesta tiene que ser 56x28".
"¿Por qué?"
Bueno, entonces la respuesta tiene que ser más grande".
Yo dije: "¿Y con ésta?" señalando 56+28.
Dijo: "¡Sí, también es más grande! y, protestando se dijo: "Esta también (28+56), y ésta.... (28x56)....no, pienso que 56x28 es la mejor, las demás....sí, son demasiado pequeñas"

<u>Conceptos y definiciones</u>

Para los siguientes problemas, en el eje de contenido Estadística, probabilidad y azar, suponemos que los alumnos trabajaron en clase diferentes gráficos, tablas y diagramas, particularmente los que aquí se muestran.

Si los alumnos han estado trabajando en la escuela solamente con gráficos de barras, gráficos lineales y gráficos de torta, ¡estos no son problemas de N1!

20) Resultados de una prueba de ciencias, alumnos de 8vo grado (puntaje máximo 100)

4	5 5 6
5	0 3 8 8
6	1 4 7 7 7
7	0 0 2 2 3 8 9
8	2 3 6 6 6 6
9	0 5 6 9 9

¿Cuántos alumnos que rindieron esta prueba tuvieron un puntaje de más de 65?

Respuesta: 21 alumnos
Edad: 14, 15
Nivel: 1
Contenido: estadística
El contexto es irrelevante, situación de la vida (escolar) diaria

El siguiente podría ser un problema más difícil en el mismo nivel y dentro del mismo contexto:

21) Resultados de una prueba de matemática, alumnos de 8vo grado (puntaje máximo 100)

4	5 5 6
5	0 3 8 8
6	1 4 7 7 7
7	0 0 2 2 3 8 9
8	2 3 ? 6 6 6
9	0 5 6 9 9

El puntaje de un alumno se perdió (esto se indica con el signo?). ¿Cuál podría ser el puntaje perdido?

Respuesta: el puntaje podría ser 83, 84, 85 o 86
Edad: 14, 15
Nivel: 1
Contenido: estadística
El contexto es irrelevante, situación de la vida (escolar) diaria

Plantear problemas de N1, sin embargo, no implica sólo la respuesta del alumno y nada más. Siempre se puede pedir que muestren sus cálculos, lo cual no requiere mucho más tiempo y provee mucha más información.

22) ¿Cuánto costará una bicicleta cuyo precio es $320 incluyendo el impuesto del 4%? Mostrá tu trabajo.
Respuesta: $332. 80

Posible trabajo de los alumnos:

- *1.04 x 320 = 332.80*
- *1% de 320 = 3.20, 4% de 20 = 4 x 3.20 = 12.80*
  320 + 12.80 = 332.80

Edad: 12, 13
Nivel: 1
Contenido: número, cálculo con porcentajes (usando una calculadora)
El contexto es relevante, situación: vida diaria.

En este capítulo no hemos dado ningún problema de selección múltiple como ejemplo, a pesar de que estos aparecen frecuentemente en evaluaciones estandarizadas y otras pruebas obligatorias. El caso es que simplemente no podemos evitarlas. Dado que los ítems de selección múltiple tienen tal influencia en nuestro trabajo en el aula de matemática, les prestaremos más atención en otro capítulo.

RESUMEN:

1- El N1 de la pirámide de Jan de Lange se refiere a habilidades básicas, reproducción, procedimientos, conceptos y definiciones.
2- Hay también una dimensión que muestra una distinción de lo simple a lo complejo.
3- La clasificación de un problema determinado depende de lo que fue enseñado previo a la prueba.
4- Los diferentes ejes matemáticos son fácilmente reconocibles.
5- El tener que dar sólo la respuesta a un problema puede incluir la demanda de que el alumno muestre su trabajo.

CAPÍTULO 4: DENTRO DE LA PIRÁMIDE, NIVEL 2

Conexiones e integración para resolver problemas

Con problemas de N2, limitamos la cantidad de información presentada para que el texto o el material visual no guíen al alumno en una dirección particular al resolver el problema. Para lograr este nivel de razonamiento, esperamos que los alumnos infieran el conocimiento, las herramientas y/o procedimientos que necesitarán usar para dar una respuesta aceptable a partir del (con) texto del problema. Esto significa, por ejemplo, que no decimos a los alumnos: "usen la tangente para calcular la pendiente" o "resuelvan este problema usando el teorema de Pitágoras." Queremos que ellos elijan sus propias herramientas matemáticas, lo que implica que, para la mayoría de los problemas, habrá más de una respuesta correcta posible.

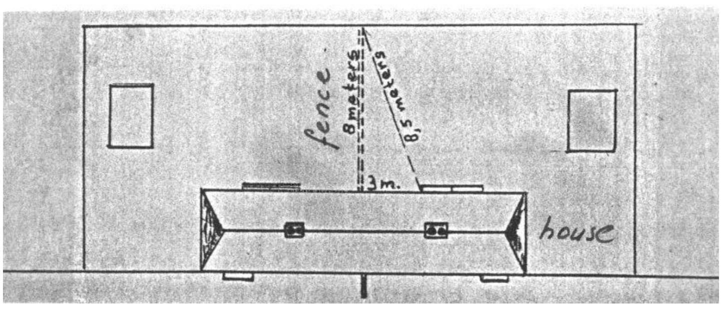
1) Un triángulo tiene como lados 21, 14 y 16. Decidí si es un triángulo rectángulo. Mostrá tu trabajo.
Respuesta: no, el triángulo no es rectángulo
Posible trabajo de los alumnos:

- $21^2 \neq 14^2 + 16^2 \neq 196 + 256$
- *si el triángulo es rectángulo, el seno de un ángulo agudo es 14/21 y el ángulo es de 41.8 grados. El seno del otro ángulo agudo es 16/21 para un ángulo de 49.5 grados.*
  Pero estos dos ángulos no suman exactamente 90 grados.
- $21^2 = 14^2 + 16^2 - 2 \cdot 14 \cdot 16 \times \cos \alpha$
  $448 \times \cos \alpha = 441$; $\cos \alpha = 441/448$
  $\cos \alpha \neq 0$

<u>Edad</u>: 14, 15
Nivel 2
<u>Contenido</u>: espacio y formas, dos dimensiones, cálculos en geometría
Sin contexto

El mismo problema puede plantearse dentro de un contexto, lo cual lo hace un poco más difícil de resolver pero lo hace más interesante. Como vimos en el caso anterior, hay muchas maneras de resolver este problema.

2) Aquí ves la vista superior de dos casas contiguas, que comparten el patio de atrás. Los vecinos quieren construir un cerco que divida el patio por la mitad. En el dibujo se muestran algunas de las medidas que han tomado. El cerco, por ejemplo, tiene una longitud de 8 metros. Por supuesto que el cerco debería ser perpendicular con la pared del fondo de las casas. Determiná si el ángulo es recto. Mostrá tu trabajo.



Respuesta: el ángulo es recto (90 grados)
$8^2 + 3^2 = 73$
V73 ≈ 8.5 que es justamente la longitud que ha sido medida.

Nota: Si un alumno concluye que el ángulo no es recto ya que V73 ≈ 8.54440...que es por encima de 8.5, se le otorgará crédito parcial. El alumno debería saber que en esta situación (realista) no podés tener medidas con 4 decimales o más. En el dibujo sólo se muestra un decimal, 8.5 metros es igual a 8 metros y 50 centímetros. Esto significa que la precisión no va más allá de los 10 cm. La misma precisión debería mantenerse para las respuestas.

Edad: 14, 15
Nivel 2
Contenido: espacio y formas, dos dimensiones, cálculos en geometría
El contexto es relevante, situación de la vida diaria

En este nivel se espera que los alumnos manejen diferentes representaciones que algunas veces no han visto antes, según la situación y el propósito. Las situaciones son a menudo planteadas dentro de un contexto y se les pide a los alumnos "trasladar" o traducir la información dentro del contexto en lenguaje matemático y luego resolver el problema usando argumentos matemáticos.

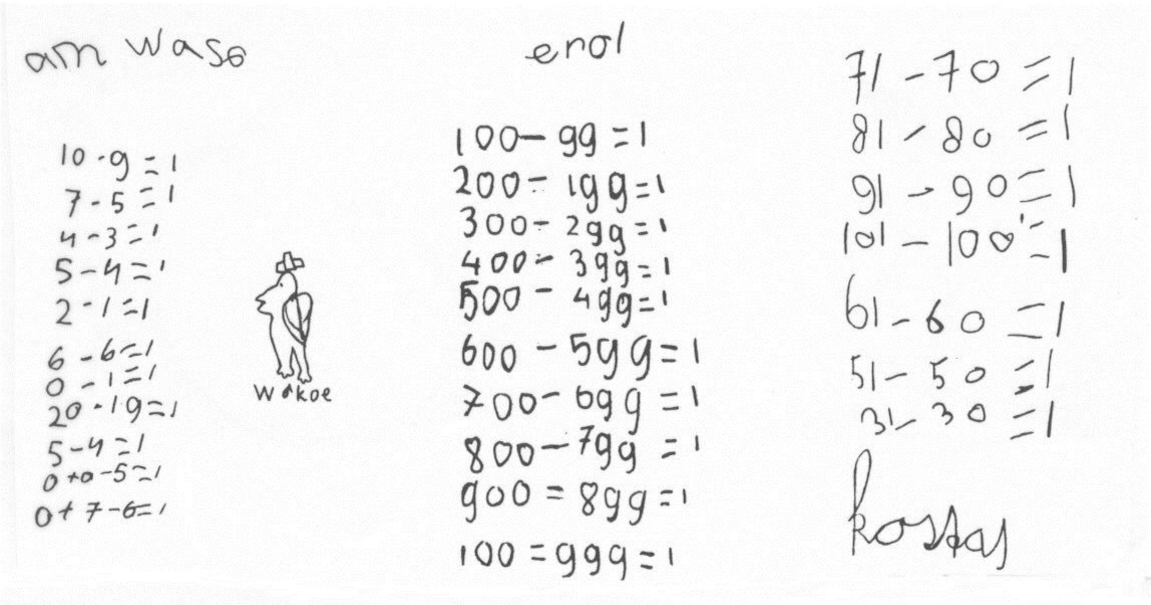
3) Muchas personas son gordas. Alan usa el índice peso-altura para averiguar si lo es. Para encontrar este índice, explica lo que tiene que hacer. "Tomá tu peso (en kg) y dividílo por tu altura (en metros) al cuadrado. Si el resultado es superior a 27, estás gordo." El peso de Alan es de 67 kg, su altura es 1.73m. ¿Es gordo? Mostrá tu trabajo.
Respuesta: No, el índice de Alan es 22, que no está por encima de 27
Nota: Un alumno que sostiene que, considerando que su peso es de 67 kg, Alan no es gordo, no tiene crédito. ¡La edad de Alan debería considerarse!
Posible trabajo de los alumnos:
- $67 : (1.73)^2 \approx 22.4$

Edad: 14, 15
Nivel 2
Contenido: razonamiento cuantitativo, cálculos con cuadrados de números
Contexto relevante, situación: vida diaria.

Quizás parezca que los problemas del N2 sólo pueden utilizarse con alumnos más grandes, y muchos docentes que trabajan en grados inferiores sostienen que para sus alumnos sólo "entrenar y practicar" es la manera apropiada de aprender conceptos claves en aritmética. Nosotros creemos que, por ejemplo, las "producciones propias" son un perfecto ejemplo de cómo aun los más chicos (2º grado, edad 7 aňos) pueden hacer problemas en el N2 y mejorar su comprensión de las relaciones numéricas.

4) Un docente de 2do grado muestra a sus alumnos un colorido títere de un loro. Es grande, con el pico amarillo que puede estar abierto o cerrado. "Este es Waku-waku", ella dice, "y queremos hacer que se vea inteligente. É sólo puede decir: "cinco", entonces le daremos todo tipo de cálculos que den 5!".
Ouarda? 3 + 2
Waku-waku dice: 5
Jannis? 4 + 1
Waku-waku dice: 5
Más chicos dan sus cálculos hasta que uno de ellos dice: 8 – 2, Waku-waku sacude su cabeza y se ve muy triste.
Alumnos más capaces son también desafiados: Ibrahim dice: 100 – 95, Waku-waku dice: 5.
Después, se les pide que escriban tantos cálculos como puedan para Waku-waku para aprender de memoria.

Después de un tiempo, el docente dice que Waku-waku ha aprendido a decir "uno". Al principio, Waku-waku está triste porque los alumnos piensan que es demasiado fácil. Pero después de un tiempo "uno" resulta ser un número muy inspirador. Necesitás números consecutivos para hacer cálculos como muestra el trabajo de los alumnos. Después de una semana de hacer cálculoa de "uno", un alumno flojo dijo: "Srta, yo sé ahora todos ellos: 2-1=1, 3-1=2, 4-1=3, 5-1=4, 6-1=5....................



Haciendo estas "producciones libres", los alumnos descubren por ellos mismos la estructura interna de la línea numérica. Además, el docente puede descubrir diferencias notables entre ellos. Algunos hacen trabajos en el nivel bajo de comprensión, y sólo usan números entre 1 y 10, mientras que otros son capaces de usar correctamente números grandes como cientos y miles que no han sido enseñados en su grado. Este es un feedback valioso que puede usarse en clases posteriores. La moraleja es: ¡nunca subestime a sus alumnos!

Como se ha dicho antes, en este nivel no se espera que los alumnos hagan sus propios modelos matemáticos pero deberán ser capaces de criticarlos. Sin embargo, si se da un modelo matemático de la situación y el problema se resuelve dentro de este modelo, los alumnos deben traducir la respuesta, regresar a la situación realista y ajustar la respuesta de acuerdo a esta situación.

RESUMEN

1- Para los problemas del N2 los alumnos tienen que elegir sus propias herramientas matemáticas.
2- Como en el N1, un problema puede ser relativamente simple o más complejo.
3- En general, hay más de una forma correcta de resolver el problema.
4- Los problemas del N2 también son posibles para los grados inferiores.
5- Un problema que ha sido etiquetado N2 en un principio del año escolar puede llegar a ser de N1 más tarde.
6- Los alumnos no tienen que hacer ellos mismos un modelo de la situación, pero deberán ser capaces de criticar un modelo dado y ajustar sus respuestas.

CAPITULO 5: DENTRO DE LA PIRÁMIDE, NIVEL 3

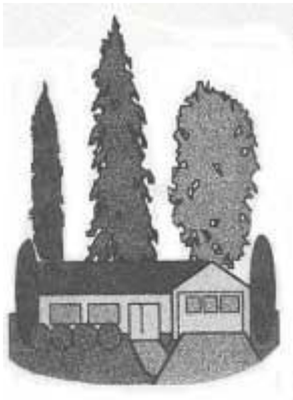
Algunas palabras claves y afirmaciones para problemas etiquetados de N3 son:

- Pensar y razonar matemáticamente
- Comunicar
- Generalizar
- Desarrollar nuevas estrategias y modelos propios
- Distinguir información relevante de información redundante
- Dar argumentos matemáticos o pruebas
- Incorporar habilidades y competencias de otros niveles
- Hacer suposiciones con respecto a la información que falta
- Plantear sus propias preguntas en vez de solamente responder a las de otros.

Los problemas en el N3 son difíciles de resolver y también de diseñar. A menudo se pueden encontrar problemas de N3 en los llamados ítems de opción múltiple o super ítems. Ejemplos de estos serán discutidos en el capítulo 8.

En general se trata de problemas poco familiares para los alumnos pero por supuesto son tales que estos deben ser capaces de manejar las ideas y herramientas matemáticas necesarias para su resolución.

1) Se espera una tormenta. ¿Es posible que uno de los tres árboles detrás de la casa dañe la casa si se cae sobre ella por el viento? Explicá cómo puede responderse esta pregunta si estás en ese tipo de situación y da razones matemáticas de por qué podría funcionar tu estrategia.



Posibles respuestas de los alumnos:
Nota: los alumnos pueden hacer dibujos para clarificar su razonamiento. No se muestran ejemplos de dibujos de los alumnos.

- *medir la distancia del árbol a la casa. Tomar una foto de un amigo parado junto al árbol. Estimar la altura del árbol usando la altura conocida del amigo. Si la longitud del árbol es menor que la distancia a la casa, no debería haber problema.*
- *Medir la distancia del árbol a la casa. Mientras brilla el sol, medir la longitud de la sombra del árbol y también la propia sombra. La razón entre tu propia*

altura y tu sombra es la misma que la razón entre la altura del árbol y su sombra. Comparar esta longitud con la distancia a la casa.
- *Tomar una distancia conocida desde el árbol, por ejemplo 50 metros. Medir el ángulo bajo el cual ves la punta del árbol. Usando la tangente, estimar la longitud del árbol. Comparar esta longitud con la distancia a la casa.*
- *................................*

Edad: 12, 13, 14
Nivel 3
Contenido: espacio y forma
El contexto es relevante, situación de la vida diaria.

Para muchos problemas del N3 no siempre es fácil identificar el contenido como álgebra, geometría, número, etc. El próximo problema es un ejemplo de esto. Este puede resolverse de varias maneras, geométricamente, dibujando barras o gráficos de torta y dividiéndolos usando el sentido del número. Los alumnos son libres de elegir sus propias herramientas matemáticas, pero los problemas deberán alentar la posibilidad de elegir una forma más algebraica o más geométrica de resolver el problema, de acuerdo a sus capacidades o preferencias. Aún más, si los alumnos resuelven el problema de diferentes maneras, esto da la oportunidad de ver cómo piensa cada uno. También permite al docente compartir los diferentes resultados con toda la clase y discutir por qué una forma podría ser más apropiada en este caso que otra.

2) Tu hermano menor quiere que le expliques por qué 4/5 es mayor que 4/7. ¿Cómo harías eso?
Posibles respuestas de los alumnos:
- *yo hice un dibujo de dos tortas de manzanas del mismo tamaño, uno dividido en 5 pedazos y el otro dividido en 7. Si querés tomar 4 trozos de cada una, de la primera obtenés una parte más grande.*
- *4/5= 28/35 y 4/7 = 20/35; 28 es mayor que 20*
- *le diré que 1/5 es más que 1/7. Si compartís un montón de bolitas con 5 chicos, obtenés más bolitas que cuando compartís el mismo número de bolitas con 7 chicos.*
  Además, 4/5 = 4 x 1/5 y 4/7 = 4 x 1/7 entonces, eso no cambia la idea.

Edad: 11, 12
Nivel 3
Contenido: número, geometría
Sin contexto

La expresión 'matematización,' usada para problemas del N3, se explica de dos formas:

1- *MATEMATIZACIÓN HORIZONTAL*: Los alumnos necesitan encontrar la matemática específica en un contexto general (realista). Entonces, el problema puede resolverse usando herramientas matemáticas. Ellos descubren regularidades y relaciones y reconocen similitudes entre diferentes problemas. En el capítulo 2 se mostraron sobre este último tema algunos ejemplos sobre relaciones lineales.
2- *MATEMATIZACIÓN VERTICAL*: Una vez que se resuelve un problema planteado dentro de un contexto, es necesaria una traducción desde lo matemático a la situación realista. Es decir, el modelo matemático tiene que ser refinado o ajustado o combinado con otros modelos. Se espera que los alumnos prueben regularidades y den argumentos matemáticos para sus opiniones.

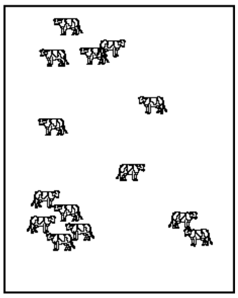
Uno podría argumentar que la matematización se da en todos los problemas contextualizados, entonces los alumnos tienen que encontrar la matemática relevante en todos los niveles. Sin embargo, en el N3 esto va más allá del simple reconocimiento de problemas ya que requiere de la integración de muchas de las habilidades necesarias en los niveles más bajos.

Los próximos problemas muestran que se les pueden dar problemas interesantes de N3 a chicos de la escuela primaria. Para chicos más pequeños, algunas veces los docentes prefieren argumentos dados oralmente, porque es difícil para ellos escribir sus razonamientos, aun si son perfectamente capaces de expresar lo que quieren decir. Haciendo este tipo de problemas en diferentes contextos, esperamos que los alumnos aprendan a generalizar y darse cuenta que es básicamente el mismo contenido matemático, aunque los problemas sean diferentes. Y ésta es una habilidad importante para los alumnos de todas las edades.

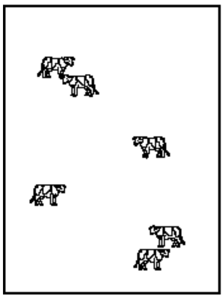
El problema de la vaca también puede usarse para discutir diferentes soluciones en pequeños grupos. Esto ayuda a los alumnos a expresar sus opiniones y sus puntos de vista con otros. Aquí sólo se da una solución. Algunos alumnos usaron tabla de razones donde otros, trabajando aún en una manera más informal, usaron una copia, cortaron las vacas y pegaron el mismo número en cada parte del campo.

3) ¿En cuál de estos dos campos cada vaca tiene más superficie de pasto?

Campo 1



Campo 2



Respuesta: en el campo 2
Posible trabajo de los alumnos:

- *yo calculé el área de ambos campos y conté las vacas en cada uno. Luego dividí el área de cada campo por el número de vacas.*

<u>Edad:</u> 7, 8
Nivel 2, 3
<u>Contenido</u>: sentido del número, área, cálculo experto.
El contexto es relevante pero puede cambiarse fácilmente por un contexto similar, situación de la vida diaria.

En el N3 esperamos que los alumnos planteen sus propias preguntas, den respuestas y las argumenten matemáticamente, aparte de los ejemplos que aparecen en sus libros de texto. Esto da al docente la oportunidad de saber si aún existen concepciones erróneas, por ejemplo, cuando un alumno permanentemente usa "cubo" en lugar de "cuadrado" o hace errores importantes en los conceptos matemáticos enseñados en esta sección del libro. Los alumnos son invitados a comparar sus opiniones con las de los demás, a través de la discusión del problema con sus compañeros.

4)
a) Un grupo de 90 chicos quiere andar en un bote a pedal. Cada bote puede llevar 4 chicos. ¿Cuántos botes se necesitan para todo el grupo? Mostrá tu trabajo.

b) Ahora inventá un problema similar para ser resuelto por tu compañero de banco. Por supuesto vos debés dar una respuesta y compararla con la solución de tu compañero.

Posibles respuestas de los alumnos a la pregunta a):

- *Un alumno le pidió a sus compañeros que formen grupos de 4, uno para cada bote. Luego calculó: para 20 alumnos se necesitan 5 botes, duplico y duplico de nuevo, 80 alumnos para 20 botes, los otros 10 alumnos necesitan 3 botes, 23 en total.*
- *Algunos alumnos hicieron dibujos de botes y pasajeros (lo que lleva mucho tiempo!) Necesitás 23 botes.*
- *Alumnos que hicieron grupos de cuatro palitos y 2 extras en el final.*
- *Conteo repetido de grupos de 4 (4+4+4+....., o 4, 8, 12, ...). Después 22 x 4, tenés un extra de 2 alumnos, entonces necesitás un bote extra, 23 en total.*
- *Alumnos que usaron una tabla de razones:*

Alumnos	*4*	*8*	*80*	*88*
Botes	*1*	*2*	*20*	*22*

para 88 alumnos necesitás 22 botes, y un bote extra para los dos alumnos, 23 en total.

Nota: lo que puede esperarse que respondan los alumnos a la pregunta b), depende de su edad y de su experiencia con situaciones similares. Para uno de 6 años es ya importante cuando es capaz de cambiar los números apropiadamente. En su percepción la situación realmente cambia cuando los botes que se usan pueden ser llevados por 2 chicos en lugar de 4.
Edad: 7, 8
Nivel 2, 3
Contenido: sentido del número, cálculo experto.
El contexto es relevante pero puede cambiarse fácilmente por un contexto similar, situación de la vida (escolar) diaria.

Hacer su propio problema correctamente y discutir soluciones con un par es una manera de mostrar si se ha comprendido este tipo de problema y si es capaz de generalizar y mostrar comprensión del sistema numérico. Algunos alumnos elaboran problemas desafiantes lo cual indica al docente que son capaces de resolverlos a un nivel mucho más alto, mientras que otros copian el problema dado pero cambian los números, demostrando de esta manera que necesitan más ejercitación en este tipo de problema.

El último problema de este capítulo es una elaboración de problemas anteriores acerca del Teorema de Pitágoras en los niveles 1 y 2 discutidos en el capítulo 4, pero éste está planteado en una manera más abierta.

5) Dos vecinos comparten una pared de ladrillos que divide su patio de frente en dos partes iguales (ver la foto).
"¡No es justo!" sostiene el vecino A: "La pared está hecha oblicua". El vecino B no está de acuerdo.

Encontrá una manera para decidir para estos vecinos si la pared está conectada con el frente de la casa de una forma que ambos patios son iguales en área. Necesitás dar pruebas matemáticas para justificar el argumento.

Posibles respuestas de los alumnos:

- *Suponer (no lo podés ver en la foto) que el patio está construido como un rectángulo. Medir las dos diagonales de cada rectángulo y si son de la misma longitud, podés decidir que la pared no está construida oblicua.*
- *Tomar algunas medidas y usar el teorema de Pitágoras para decidir si el ángulo entre la pared y la parte frontal de la casa es de 90 grados.*
- *..............................*

<u>Edad</u>: 15, 16
<u>Contenido</u>: espacio y formas
Nivel 3
El contexto es relevante, situación: vida diaria.

<u>RESUMEN</u>

1- Los problemas del N3 son difíciles de resolver y de diseñar.
2- El eje matemático o contenido del problema no está siempre claro.
3- A menudo hay más de una respuesta correcta.
4- Los alumnos tienen que dar explicaciones, razonamientos matemáticos o pruebas.
5- Los problemas del N3 son también posibles para alumnos más pequeños.

CAPITULO 6: LOS CONTEXTOS

Cómo elegir contextos apropiados para problemas de una prueba

¿Por qué queremos usar problemas contextualizados en una prueba y por qué no usamos sólo preguntas sobre el contenido matemático enseñado? En el capítulo 4 se sostiene que plantear un problema en contexto, lo hace un poco más difícil de resolver. Entonces, ¿por qué molestar a los alumnos y hacerles las cosas más complicadas?

¿Es suficientemente difícil edificar sobre habilidades básicas? ¿O no? El lector puede preguntar: ¿hay diferencia entre ser capaz de restar dos números y encontrar la diferencia de precio entre dos golosinas? Al menos para los alumnos sí y a partir de nuestra experiencia podemos decir que resolver problemas realistas puede conducir a desarrollar habilidades y muy eficientemente. Queremos que nuestros alumnos sean matemáticamente alfabetizados, lo que significa que no sólo estamos interesados en la matemática a determinado nivel de comprensión sino también en usar la matemática en un rango extenso de situaciones. A estas situaciones nos referimos cuando hablamos del contexto de un problema. Es posible también que el contexto provenga del mundo de la matemática misma.

Los alumnos difícilmente se encuentren con problemas puramente matemáticos en su práctica diaria. Además, algunas veces es difícil para ellos reconocer la matemática en problemas que surgen en el mundo real. Hay alumnos que tal vez tienen dificultades para la matemática pero son capaces de resolver problemas difíciles cuando compran o mientras hacen trabajos prácticos, tal como los de un carpintero o un albañil. Tan pronto como haya real necesidad de resolver un problema práctico, los alumnos demuestran más habilidades que las que los docentes esperan que ellos dominen. Esto significa que no sólo necesitamos problemas puramente matemáticos que hagan posible demostrar el dominio de las habilidades básicas sino también problemas que tengan una conexión con el mundo real. Esto no significa prescindir del todo de problemas desnudos (contextos matemáticos puros), porque los alumnos necesitan practicar y acostumbrarse a procedimientos rutinarios.

Modelizar es la palabra clave en esta discusión. Hay un problema real en el mundo real que necesita resolverse. El primer paso será hacer un modelo matemático de la situación. De ese modo, el problema es resuelto dentro del modelo con la ayuda de herramientas matemáticas. Después los resultados se traducen al mundo real y se ajustan de acuerdo a éste. Por ejemplo, el perímetro de un círculo puede redondearse a 3 decimales. Pero cuando es una respuesta referida a la longitud de una cinta decorativa a coserse en el dobladillo de un mantel, este resultado debe redondearse hacia arriba a los próximos diez (cm) si ésta es la forma en que se vende la cinta. En este capítulo discutiremos la elección y los distintos roles y funciones de los contextos usados en tareas de evaluación.

Un resumen de las razones para usar problemas en contextos:

- Para introducir un nuevo tema o un nuevo concepto en matemática. Usando ejemplos dentro de un contexto, el contenido matemático incluido se torna claro.
- Para practicar un nuevo concepto o procedimiento. Haciendo muchos problemas en contextos diferentes con el mismo contenido matemático, los alumnos aprenden cómo usar y aplicar este contenido.
- Para mostrar el poder de la matemática, comprendiendo que distintos problemas en contexto están basados en el mismo contenido matemático.
- Para demostrar que el alumno domina el contenido matemático, usando un contexto no familiar en una prueba que está basado en el mismo contenido matemático usado en clases anteriores.
- Para involucrar a los alumnos en el problema, usando problemas de la vida real, los alumnos pueden demostrar que son alfabetizados matemáticamente y saben cómo se usa la matemática para resolver problemas prácticos que surgen de situaciones de la vida diaria.

El rol del contexto puede también ser diferente en distintas situaciones de clase o cuando es usado en una prueba. A continuación se da un panorama de estas diferentes situaciones.

RELEVANCIA Y ROL DEL CONTEXTO

Relevancia, contexto de orden cero

El contexto debería ser relevante para resolver el problema. Siempre hay que preguntarse: por qué alguien quisiera saber la respuesta de este problema

El primer problema da un ejemplo de un contexto irrelevante, referido al contexto “orden cero”.

1).La sección transversal de una copa de vino tiene la forma de (parte de) la siguiente sinusoide:

$y = 3 \text{ sen } (x + \frac{1}{2} \pi) + 3$

Determiná el volumen de esta copa.

Nota: como este problema es considerado un mal ejemplo, no se dan otros datos sobre él.

El contexto está claramente usado para “disfrazar” el problema matemático. No podías usar realmente una copa de vino con esta forma. Entonces, ¿por qué molestar para calcular el volumen?

Otro ejemplo:

2).Por el viento la lluvia cae con un ángulo de 48 grados. Próximo al edificio, se encontró una mancha seca de 2 metros de ancho. Usando esta información, calcular la altura del edificio.
Nota: como este problema es considerado un mal ejemplo, no se dan otros datos sobre él.

Debería haber una manera más fácil de encontrar la altura del edificio que encontrando (¿cómo?) el ángulo en que cae la lluvia y luego usando la tangente para hallar la altura. Nosotros llamamos a este tipo de problemas, problemas ¡“sin texto”!

Contexto de primer orden

El primer orden real de uso del contexto se encuentra cuando el contexto es necesario y relevante para resolver el problema y hacer juicios sobre la respuesta.

3).Se esperan 150 padres para una reunión en el colegio. Cuatro sillas pueden ubicarse en cada mesa. ¿Cuántas mesas son necesarias? Mostrá cómo encontraste la respuesta.

Respuesta: 38 mesas

Posibles explicaciones:

- *el alumno hace dibujos de sillas y mesas*
- *el alumno hace grupos de palitos de cuatro y cuenta*

- *4 – 20 – 40 – 80 – 120 – 140 padres*
  1 – 5 - 10 – 20 – 30 – 35 mesas
  para 10 padres más se necesitan 3 mesas más.
- *150 : 4 = 37, resto 2. Entonces se necesita una mesa más*

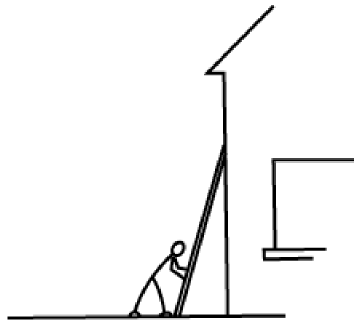
Edad: 7
Contenido: razonamiento cuantitativo, sentido del número
El contexto es relevante, situación: vida (escolar) diaria.

Este problema es realmente diferente del siguiente: *Calcular 150 : 4 =*

Contexto de segundo orden

El contexto es necesario y relevante para resolver el problema y hacer juicios sobre la respuesta. Además, tiene que crear un modelo, en otras palabras matematizar el problema. Esto puede sonar cursi, pero es bueno darse cuenta que para los alumnos no es fácil ni obvio tener que encontrar la matemática necesaria para resolver el problema.

4) Una escalera de 3 metros de longitud está ubicada contra la pared, un metro desde la base a la pared. ¿Hasta qué altura de la pared alcanza la escalera?



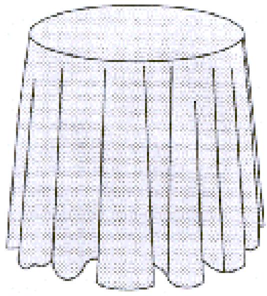
Respuesta: la escalera llega a 2.8 metros aproximadamente
Posibles explicaciones:
- $h^2 + 1^2 = 3^2$
  $h = \sqrt{8} \approx 2.8$
- *un alumno hizo un dibujo correcto a escala*

Edad: 14, 15
Nivel 2
Contenido: espacio y formas, cálculos en geometría
El contexto es relevante, situación de la vida diaria.

El alumno puede elegir las herramientas matemáticas apropiadas para resolver el problema. Es posible que hagan uso de un triángulo rectángulo y del Teorema de Pitágoras, pero haciendo un dibujo correcto a escala también obtendrán una respuesta que es suficientemente precisa en este caso.

El próximo problema puede usarse de diferentes formas. La forma presentada en el ejemplo comienza con un problema del N3 por la complejidad de la información. El alumno debe traducir el modelo en matemática y darse cuenta que primero necesita hallar el diámetro del mantel. Después la respuesta hallada dentro del modelo debe ser traducida a la situación de la vida real y el alumno necesita reflexionar sobre el contexto para encontrar el ancho de la tela disponible que cumpla las condiciones. Luego tiene que matematizar de nuevo para calcular el costo.

5)



Marian tiene una mesa redonda pequeña, altura 60 cm, diámetro de la tapa 50 cm. Ella quiere coser un mantel redondo para esta mesa, que toque casi el suelo. Debería hacerse de una sola pieza de tela y lo más económico posible. El dobladillo será de 1 cm

En la tienda Marian encontró la tela en el color correcto, disponible en dos anchos diferentes:

- *ancho 90 cm a $9.50 el metro, medida cada 10 cm*
- *ancho 180 cm a $17.50 el metro, medida cada 10 cm*

1. *Encontrar qué ancho Marian elegirá y cuántos cm de longitud comprará*
2. *¿Cuánto tiene que pagar?*

Respuestas:

1. *diámetro del círculo que representa la tela de la mesa: 60 + 50 + 60 = 170 cm*
   Marian elegirá la pieza de tela de ancho 180 cm, longitud 170 + 1 + 1 = 172 cm.
   Marian necesita 180 cm, necesitás redondear hacia arriba
2. *180 cm = 1.80 m*
   1.80 x 17.50 = 31.50, Marian paga $31.50

Edad: 14, 15
Contenido: espacio y formas, 2D, medida, sentido del número
Nivel: pregunta 1, Nivel 3
pregunta 2, Nivel 1
El contexto es relevante, situación de la vida (profesional) diaria.

Si los alumnos no suelen resolver problemas en contexto y el docente quiere enseñarles a hacerlo, es útil desglosar las preguntas para hacerlas más simples, por ejemplo:

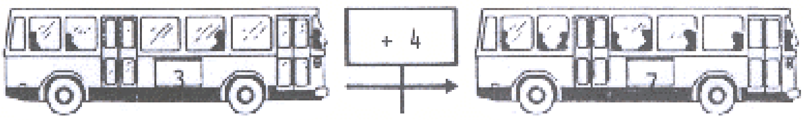
1. Hacer un bosquejo de la sección transversal de la mesa con la tela.
2. ¿Cuál es el ancho de la tela necesaria?
3. Teniendo en cuenta que se necesita 1 cm de ruedo, ¿cuál es la longitud de la pieza de tela?
4. ¿Qué medida es apropiada, la de 90 cm de ancho o la de 180cm si queremos ser económicos?
5. ¿Cuántos cm de tela compra Marian, redondeando apropiadamente?
6. ¿Cuántos metros equivalen a la longitud en cm?
7. ¿Cuánto tiene que pagar Marian?

Uno tiene que darse cuenta que seccionando el problema en un número mayor de preguntas, ¡el nivel de cada pregunta separada cambia al NIVEL 1!

Contexto de tercer orden

Este tipo de contexto sirve como ejemplo para la construcción o reinvención de nuevos conceptos matemáticos. El modelo del colectivo en el próximo problema es usado de manera informal para introducir la suma y la resta. El docente cuenta una historia sobre un colectivero que conduce un número de personas en su colectivo. Las personas suben y bajan del colectivo en distintas paradas. Los alumnos dramatizan la historia caminando alrededor de la clase. Un alumno lleva la gorra de conductor y los otros suben y bajan del colectivo mientras se anuncia fuerte el número de pasajeros en el colectivo. Después los alumnos hacen problemas sobre papel. Cuando dominan el modelo del colectivo, se usa una notación con flechas. Esta notación de flechas se refiere a la situación del colectivo pero también puede ser usada para eventos en otros contextos, por ejemplo, un juego de bolitas. Los alumnos pueden hacer hileras de flechas y son alentados a contar sus propias historias.

6) *Aquí ves un problema de colectivo*



1) Usá flechas para este problema.
Respuesta:

$3 \xrightarrow{+4} 7$

2) Ahora inventá tu propio problema
Un ejemplo del trabajo de un alumno:

(1 $\xrightarrow{+2}$ *3* $\xrightarrow{-3}$ *0* $\xrightarrow{-1}$ *)*

<u>Edad</u>: 6, 7
Nivel: de 1 a 3
<u>Nota</u>: Este problema puede ser clasificado como N1, N2 o N3 ya que esto depende de hasta qué punto los alumnos están familiarizados con el modelo del colectivo.

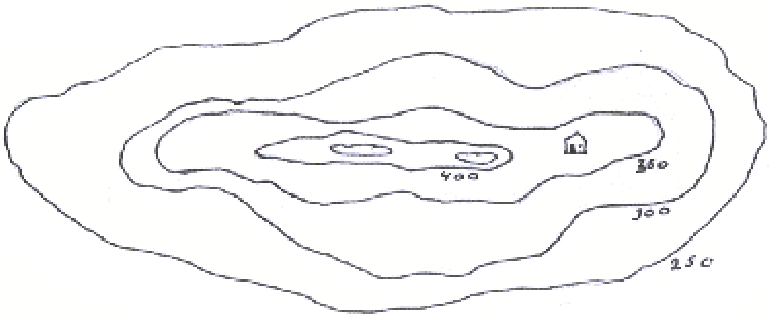
En la parte previa, los contextos fueron clasificados de acuerdo a los diferentes roles que pueden desempeñar en un problema. Otra distinción es también posible.

<u>CONTEXTO REAL VS. ARTIFICIAL VS. VIRTUAL</u>

- ***<u>Contexto virtual</u>*: ** Un contexto virtual puede contener elementos que no son reales en sí mismos pero que surgen de la realidad. Los problemas reales a menudo son demasiado complicados para usar en un contexto matemático, entonces simplificamos, idealizamos o generalizamos.

Sobre un mapa real difícilmente podrás encontrar esta clase de contorno:

7) ¿A qué altura está situada la cabaña alpina?



Respuesta: la cabaña está ubicada en algún lugar entre 350 y 400 metros. (No podés dar una respuesta exacta ya que las líneas del contorno van de 50 metros)
<u>Edad</u>: 15, 16
Nivel 1 ó 2
<u>Contenido</u>: geometría
El contexto es relevante, situación de la vida diaria.

La situación está simplificada e idealizada. Pensando en los alumnos en general probablemente no tendrán dificultades en responder esta pregunta particular, uno debería ser siempre conciente de la influencia que esta "simplificación de la situación" podría tener en los alumnos.

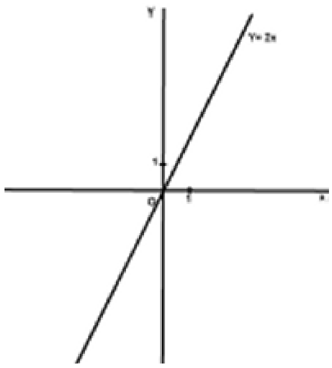
- ***<u>Contexto artificial</u>***: Algunas veces un contexto puede ser estilizado o generalizado, pero no es lo que significa aquí. Cuando se usa un contexto artificial, la situación para el problema en contexto es el mundo de la fantasía. Los alumnos no siempre están dispuestos o son capaces de fantasear, pero algunas veces este tipo de situación puede ser justificada, especialmente para alumnos pequeños.

8) Siete gnomos trabajan en el bosque. Ellos paran para almorzar bajo los hongos. ¿Hay un hongo para cada gnomo?

Respuesta: No, hay siete gnomos y solo seis hongos.
<u>Edad</u>: 5, 6
Nivel 2
El contexto es relevante, situación ficcional (cuento de hadas)

- ***<u>Contexto matemático</u>***: Aunque el contenido del problema es tomado de la matemática misma, no es un problema desnudo. Además, la situación no es familiar ya que el tema que fue enseñado previamente es ahora aplicado a una nueva situación.

9) A continuación se presenta el gráfico de y = 2x. La recta pasa por el (0,0) y otro par de coordenadas de números enteros.
a) Escribe un ordenado que pertenezca a la recta y = 2x



Hay muchas rectas que pasan por el (0, 0) y otro par ordenado de números enteros, por ejemplo y = 125x
b) Escribí un par de coordenadas de números enteros de la recta y=125x
c) ¿Es posible hacer un gráfico de una recta que pase por el (0, 0) con un par de coordenadas de sólo números enteros? Si la respuesta es "sí", da un ejemplo; si la respuesta es "no", explicá por qué

Respuestas:
a) Muchas respuestas son posibles, son ejemplos (1, 2); (-2,-4): (10,20)
b) Muchas respuestas son posibles. Las fórmulas deberían tener la forma y=mx, donde m es un número entero. Son ejemplos: y=-5x: y=8x; y=237x
c) Sí, es posible. Son ejemplos: y=$\sqrt{3}$x; y=- $\sqrt{17}$x; y=πx
Nota: sólo se da el puntaje completo cuando se da un ejemplo correcto.

Edad: 13, 14
Nivel a) 1; b) 2 y c) 3
Contenido: álgebra, funciones lineales
Contexto matemático

Este problema fue diseñado para una prueba. Cuando las respuestas se discuten después con los alumnos, podría agregarse la siguiente pregunta:
d) Suponé que pudiste dibujar todas las rectas que pasan por (0,0). ¿Mi papel llegaría a ser totalmente negro?
Respuesta: sí, porque cada par de coordenadas, de números enteros o de otros números, serán alcanzados por alguna recta de todo este rango.

CAPÍTULO 7: FORMATOS PARA PROBLEMAS: OPCIÓN MÚLTIPLE

Los problemas para uso en evaluaciones escritas pueden plantearse en diferentes formatos. La elección que se hace depende del propósito de la evaluación, por ejemplo: un simple cuestionario dado al inicio de un nuevo tema o una evaluación al final de la unidad. Además, la elección depende del nivel de la pregunta. Una pregunta que evalúa habilidades básicas, en general tendrá un formato diferente que una que requiere razonar matemáticamente o elegir las propias herramientas matemáticas.

¿Por qué se necesitan diferentes formatos para problemas en un programa equilibrado de evaluación?

Algunas razones son:

a) No es simplemente posible operativizar todos los objetivos de la educación matemática si nos restringimos a usar, por ejemplo sólo elección múltiple o preguntas de respuesta simple.
b) Algunos formatos para problemas favorecerán a un grupo de alumnos mientras que otro apelará a otro grupo.
c) El docente quiere asegurarse que durante un año escolar los alumnos han experimentado una variedad de formatos de problemas de forma tal que puedan demostrar sus competencias de diferentes maneras. Por ejemplo, en un momento ellos podrían necesitar demostrar que son capaces de reproducir las propiedades de un rombo; mientras que en otro, pueden querer investigar el menor número posible de votos populares requeridos para llegar a ser presidente de los Estados Unidos!

Primero daremos un resumen de los diferentes formatos para preguntas. Estos serán luego elaborados en éste y en los próximos capítulos.

Nota: las palabras "problema" y "pregunta" y "tarea" a menudo se utilizan de modo indistinto. Un problema puede consistir en más de una pregunta. Una tarea se refiere a algo que se está haciendo como deber o como trabajo grupal asignado. Una tarea puede también consistir de más de un problema.

RESUMEN

1) ***Preguntas de selección múltiple***

A menudo las preguntas de elección múltiple son llamadas "preguntas cerradas" ya que los alumnos sólo pueden elegir una respuesta y no pueden dar razones o cálculos para mostrar que su respuesta es correcta. No puede haber una respuesta parcialmente correcta.

2) ***Preguntas de respuesta simple o respuesta corta***

Las preguntas de respuesta simple sólo tienen una respuesta correcta. A veces son llamadas "abiertas cerradas". Para las preguntas de respuesta corta, los alumnos tienen que mostrar sus cálculos. Su respuesta puede ser parcialmente correcta, por ejemplo, porque no redondearon apropiadamente u olvidaron mencionar las unidades apropiadas.

3) ***Otras preguntas abiertas***

La respuesta correcta podía ser un número o una fórmula, pero las actividades necesarias para encontrar la respuesta son más complicadas o incluyen estrategias de mayor orden comparadas con las preguntas de respuesta simple. Sin embargo, la distinción entre los tipos de preguntas abiertas es arbitraria.

4) ***Problemas de respuesta extendida o abierta***

Los alumnos tendrán que dar razones matemáticas para apoyar su respuesta de una manera más elaborada. A menudo el proceso es más importante que el producto. Muchas veces será necesario hacer primero un modelo matemático de la situación, y después interpretar y justificar los resultados de acuerdo a la situación realista original.

5) ***Items de preguntas múltiples (o "super ítems")***

Estas son tareas que permiten a los alumnos involucrarse con un contexto a través de una serie de preguntas de complejidad y nivel de competencia crecientes. La primera pregunta se refiere, a menudo, a una "pregunta de entrada", una simple pregunta de N1 para explorar la situación. Las preguntas siguientes son más difíciles, preferentemente también de los Niveles 1, 2 y 3.

6) ***Investigaciones, ensayos***

Este tipo de pregunta es principalmente usado para evaluar niveles superiores de competencia. Se pide a los alumnos investigar, hacer conclusiones o dar pruebas, para razonar matemáticamente sobre sus hallazgos o para usar y criticar modelos matemáticos.

7) ***Tarea en dos etapas***

Una tarea en dos etapas puede aparecer en diferentes formas. El tipo anterior (6) de pedir que los alumnos hagan su propia investigación, puede dividirse en dos partes. La primera parte consiste en preguntas (abiertas o cerradas) sobre el problema, en diferentes niveles de competencia. Los resultados son evaluados por el docente y el alumno obtiene una devolución. De esta forma el docente se asegura que todos los alumnos sepan lo que se espera de ellos y han demostrado si dominan las estrategias básicas necesarias para realizar la investigación. Más aún, es posible prevenir que los alumnos elijan caminos equivocados que no conducen a la respuesta correcta o que no evalúan lo que es significativo para ser evaluado. Por lo tanto, esta segunda etapa no tiene un tiempo límite y debe complementar la evaluación de las competencias matemáticas realizadas en la primera etapa.

8) ***Producciones libres***

Se trata de oportunidades para que los alumnos produzcan y resuelvan sus propios problemas. Esto permite que puedan demostrar un nivel mucho mayor de pensamiento que el esperado por el docente. Aún más, por medio de este tipo de tarea de evaluación, a veces el docente encuentra errores conceptuales que no se ven cuando los alumnos contestan la pregunta del docente en lugar de la propia.

A continuación los diferentes formatos serán tratados en mayor detalle. El orden en que los diferentes formatos para preguntas, problemas y tareas se muestran no significa que es un orden que va de "malos" formatos a "buenos." En gran parte, esto depende del propósito de la evaluación en que aparecen y de las habilidades matemáticas que un docente pretenda evaluar por medio de estos. Y, por supuesto, a veces no existe aún una elección para hacer. La prueba misma en su formato y su contenido se impone sobre alumnos y docentes de forma compulsiva.

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

No saber cómo un alumno encontró la respuesta es característico de los problemas de elección múltiple. La única ventaja de usarlos es la velocidad con que se corrigen. La única razón para dar que los alumnos practiquen preguntas de elección múltiple puede ser que se las encuentran en evaluaciones compulsivas como las evaluaciones estandarizadas. Los alumnos necesitan práctica en responder preguntas de elección múltiple. Aun leerlas correctamente y descubrir lo que exactamente se pide puede causar dificultades.

Si se quiere saber qué clase de información se está perdiendo de las habilidades de sus alumnos usando el formato de elección múltiple, podría hacer un sencillo experimento. Pedir a los alumnos que no sólo escriban la respuesta correcta sino que también muestren todos sus cálculos y su razonamiento. Seguramente encontrará, como nosotros:

- alumnos que hicieron todos los cálculos bien pero que al final eligieron la letra incorrecta

- alumnos que lograron la letra correcta, pero con una explicación totalmente incorrecta como lo muestra el siguiente ejemplo:

1) El radio de un cilindro es de 1 cm y la altura es de 2cm. Dentro de este cilindro puede formarse un rectángulo. Encontrá la longitud del rectángulo.
La longitud del rectángulo es:
a)** 2π **cm** **b)** 4π **cm** **c)** π^2 **cm** **d)** $2\pi^2$ **cm
Respuesta: a)
Edad: 13, 14
Nivel 1
Contenido: espacio y formas, 3 D
Sin contexto.
Nathan: respuesta a): diámetro del cilindro es 2 x radio y porque un cilindro es redondo necesitás agregar π, entonces la respuesta es 2π.
Juan: respuesta a): yo hice esto: el área es radioxradio x π, 1 x 1 = 2, entonces la respuesta es 2π
Babbette: respuesta a): encontrás el área calculando radio x radio x π, que es igual a 1π, y luego x2 por la altura, 2π.
Completo sin sentido, ¡pero obtuvieron la respuesta correcta!

Este ejemplo también muestra que la super dependencia de las preguntas de opción múltiple genera la ilusión de que los alumnos saben más de lo que realmente saben. El uso de la simple probabilidad predice que sólo adivinando muchos demostrarán que saben la respuesta correcta. Además, la exposición de posibles respuestas guía a los alumnos hacia posibles estrategias de solución mientras que si el problema se presenta sin soluciones, los alumnos pueden parecer no tan inteligentes!

También se encontrarán alumnos que justamente adivinaron, porque piensan realmente que es la forma correcta de resolver un problema de opción múltiple, o alumnos que resuelven bien el problema pero en una forma bastante diferente a la esperada, por ejemplo, completando todas las respuestas en la ecuación en lugar de resolverla.

Las preguntas de opción múltiple generan la ilusión de que las respuestas incorrectas de los alumnos significan que entienden poco o nada sobre el contenido tratado. De hecho, los alumnos pueden saber bastante poco pero también haber estado distraídos o haber hecho un error menor de cálculo. Calcular 3x3 = 6 en lugar de 9 es un error popular. Pero todas las respuestas incorrectas son computadas igual, un docente no obtiene información en absoluto sobre los procesos de pensamiento involucrados. Algunos alumnos resuelven el problema de una forma diferente de la esperada porque usan su experiencia de la vida diaria. Algunas veces los que diseñan el problema obviamente no comparten esta experiencia.

En la resolución del siguiente problema, algunos alumnos usaron sus experiencias en ir de compras:

2) ¿Qué botella de limpiador debería comprar una persona para obtener la mejor calidad por la menor cantidad de dinero?

a) *tamaño regular, 1cuarto de galón, $0.25*
b) *tamaño familiar, medio galón, $0.38*
c) *tamaño gigante económico, 1 galón, $0.60*
d) *todos cuestan lo mismo por cuarto*

Respuesta: c)
Edad: 13, 14
Nivel 1
Contenido: número
El contexto es relevante, situación: vida diaria

Hedy: la respuesta es c), porque el tamaño más grande es siempre la mejor compra.
Esa es una perfecta razón. Cualquier ama de casa confirmará eso.
Pero éste es el razonamiento que el diseñador del problema esperaba que los alumnos hicieran:
Hay 4 cuartos en un galón o 2 cuartos en medio galón, entonces la botella de tamaño familiar a 0.38 cuesta 0.38 : 2= 0.19 por cuarto. La botella gigante económica cuesta 0.60 : 4= 0.15. Por lo tanto la botella gigante es la compra con la que una persona obtiene la mayor cantidad por el menor precio.
¡Tanto trabajo para llegar al mismo resultado!

Usar el sentido común en lugar de cálculos difíciles es una actitud que nos gusta ver en los alumnos. A menudo resulta ser un método efectivo, como lo demuestra el siguiente ejemplo.

3) *La diferencia entre la mitad de un número y un quinto de él es 561. El número es:*
a) *168*
b) *2805*
c) *1870*
d) *5610*
e) *187*

Respuesta: c)
Edad: 13, 14
Nivel 1
Contenido: número
Sin contexto

Barry escribió: las respuestas a) y e) son demasiado pequeñas y d) es demasiado grande. La mitad del número 2805 (b) no es un número entero, entonces la respuesta correcta es c).

Algunas veces la forma más fácil de encontrar la letra correcta es mirar las respuestas en lugar del problema. Esa no es la forma en que el problema debería resolverse pero, como ya se ha dicho antes, al usar este formato para una pregunta, los alumnos son alentados a encontrar toda clase de formas para resolverlo de una manera simple que los diseñadores realmente no tenían pensado. En ese caso no es seguro si lo que se evalúa es la habilidad de los chicos para pasar exámenes o su comprensión de la matemática.

Un docente nos dio el próximo problema y nos dijo:
"Enseñar cómo abordar problemas de opción múltiple lleva mucho de mi tiempo porque quiero que mis alumnos los hagan realmente bien en una prueba y hacer estos problemas bien requiere una forma específica de pensamiento. Entonces les digo que miren las respuestas y traten de trabajar hacia atrás. Es decir, siempre empiezan con la d) porque quieren tratar con todas ellas. Entonces para ser hábil, la mayoría del tiempo está en c) o d). Sí, por supuesto esto es "enseñar a hacer la prueba", ¡pero no soy yo quien hace estas pruebas!"

4) ¿Qué porcentaje de 36 es 27?:
a) 36%
b) 50%
c) 663/4%
d) 75%
Respuesta: d)
Merel: 27 es más que la mitad de 36, entonces a) y b) no son las respuestas correctas. Entonces es c) o d); c) es una difícil, elijo d)
75% es igual a ¾. Un cuarto de 36 es 9 y 3x9 es 27. Lo logré!

Algunas veces la pregunta misma no es correcta. El próximo problema es matemáticamente incorrecto. Pero a pesar de eso, se espera que los alumnos encuentren la respuesta correcta.

5) Si a – 1 = 3 y a + 1 = 7, luego $a^2 - 10a =$

a) –24
b) 3
c) 7
d) 21
e) *24*
Respuesta: ??

Buenos problemas de opción múltiple son difíciles de diseñar. Hay ocasiones en las que los problemas de opción múltiple son un buen formato para usar, como muestra el siguiente problema. Plantear éste como una pregunta abierta puede resultar en muchas respuestas correctas intermedias o respuestas que son difíciles de comprender. Para este problema, a veces nosotros usamos las respuestas enigmáticas de los alumnos para las alternativas incorrectas.

6) El mapa de la TV para el pronóstico del tiempo presenta:

¿Qué significa una probabilidad del 30% de que mañana va a llover?

a) 30% de 12 horas es aproximadamente 31/2 horas, entonces tendremos 31/2 horas

de lluvia mañana.
b) 30% es menos que ½, entonces tendremos lluvia menos de la mitad del día
c) 30% es menos que el 50%, entonces con más suerte que no, tendremos un día seco mañana
d) no se puede decir porque el pronóstico del tiempo a menudo es equivocado.
Respuesta: c)
Edad: 13, 14
Nivel 1
Contenido: estadística, procesamiento de información y azar
El contexto es relevante, situación: vida diaria

Resumiendo nuestras conclusiones en este capítulo:
1) Los problemas de opción múltiple no dan una percepción de la forma en que los alumnos encuentran las respuestas.
2) Las preguntas de opción múltiple se encuentra en evaluaciones estandarizadas, por eso no podemos evitarlas.
3) Resulta útil usar el "sentido común" para responder preguntas de opción múltiple.
4) Las preguntas de opción múltiple pueden responderse correctamente usando razones incorrectas sin que esto se note.
5) Las preguntas de opción múltiple buenas son difíciles de diseñar.
6) Las preguntas de opción múltiple pueden contestarse incorrectamente debido a errores menores de cálculo.

CAPITULO 8: FORMATO PARA PREGUNTAS: PREGUNTAS ABIERTAS

Un problema que no tiene un formato de opción múltiple es llamado un problema abierto. Pero hay un rango amplio de apertura. En un extremo están los de respuesta simple o respuesta corta y en el otro extremo, encontramos los problemas de respuesta abierta extendida. No es siempre fácil decidir dónde exactamente está situado un determinado problema ya que esto depende de lo que se enseñó previamente.

Preguntas de respuesta corta

Las preguntas o cuestiones de respuesta corta (algunas veces llamadas abiertas-cerradas por razones aparentes) son preguntas con sólo una respuesta correcta. No es necesaria ninguna explicación. Según la opinión de algunos docentes en ese caso podrían usarse preguntas de opción múltiple. Hay disponibles cualquier cantidad y corregirlas es mucho más rápido. Pero para los alumnos hay una gran diferencia entre los dos formatos, tal como aparecieron en las investigaciones en nuestras propias clases.

Se dio a los alumnos una prueba con diez situaciones. Un grupo tuvo los diez problemas en el formato de opción múltiple, y otro grupo en esta clase tuvo los mismos problemas en un formato de respuesta simple. Un ejemplo de las preguntas se da a continuación:

1) Una compañía tiene 837 empleados. Un día, un buen 12% de ellos estuvo enfermo. ¿Cuántas personas estuvieron enfermas ese día?

a) 100
b) 101
c) 143
d) 144

Respuesta: a)

Planteada como una pregunta abierta, el trabajo posible del alumno pudo parecerse a:

Respuesta: 0.12 x 837 = 100.44, entonces 101 personas están enfermas ya que dice "un buen 12%", lo que es más de 12%.
Edad: 14, 15
Nivel 1
Contenido: razonamiento cuantitativo, número
El contexto es relevante, situación: vida diaria.

(Note que sólo un formato se presentó aquí, el otro consiste simplemente en dejar afuera las respuestas a, b, c y d)

2) Una botella pequeña contiene 200 mililitros de alcohol puro. Sandra se olvidó de cerrar la botella, entonces el alcohol comenzó a evaporarse.
Durante el primer día se evapora el 30% del alcohol.
Durante el segundo día se evapora el 60% de la cantidad todavía presente.
¿Cuánto alcohol hay aún en la botella después de los dos días?

a) 20 ml
b) 36 ml
c) 56 ml
d) 84 ml
Respuesta: c)

Planteada como una pregunta abierta, el trabajo posible del alumno pudo parecerse a:

Respuesta: 30% de 200 = 60; 60% de 140=84; entonces 140 – 84 = 56 ml quedan.

Los resultados que encontramos a partir de la comparación fueron:

- Generalmente hablando es imposible decir que un formato es mejor para los alumnos que el otro. Algunos son favorecidos por un formato mientras que otros se benefician más si fuera elegido el otro formato. Después de evaluar las respuestas de los alumnos, encontramos las siguientes diferencias entre los dos formatos:

	OPCIÓN MÚLTIPLE	**RESPUESTA SIMPLE (ABIERTA)**
VENTAJAS	1- UN TIPO DE ALUMNO DESCUIDADO ES FAVORECIDO: SI NO TIENE MUY EN CLARO ALGO, IGUALMENTE PUEDE LOGRAR LA RESPUESTA CORRECTA. 2- UN PEQUEÑO ERROR EN LOS CÁLCULOS Y NO SE LLEGA A LA RESPUESTA CORRECTA. 3- PUEDE ADIVINAR SI NO TIENE UNA PISTA SOBRE LA RESPUESTA. 4- PARA EL DOCENTE, SE CORRIGEN RÁPIDAMENTE.	1- PUEDE HACER PARTE DE LA RESPUESTA CORRECTA Y OBTENER PARTE DEL PUNTAJE. 2- LAS RESPUESTAS INCORRECTAS NO LO DESALIENTAN. 3- NO ESTÁ TENTADO A ESCOGER UNA RESPUESTA SIN HACER ALGÚN CÁLCULO. 4- PARA EL DOCENTE: RESPUESTAS TOTALMENTE INESPERADAS PROVEEN EVIDENCIA DE UNA ESTRATEGIA INCORRECTA USADA POR EL ALUMNO.
DESVENTAJAS	1- SI FALTA CLARIDAD SOBRE UN CONTENIDO, FÁCILMENTE PODRÍA ESCOGER UNA RESPUESTA INCORRECTA. 2- PARA EL DOCENTE, SI UN ALUMNO SÓLO REGISTRA UNA RESPUESTA, PUEDE HABER SIDO UNA ADIVINANZA.	1- PARA EL DOCENTE, CORREGIR LLEVA MÁS TIEMPO.

Este es otro ejemplo de la importancia de usar diferentes formatos de problemas a lo largo del año escolar.

Los formatos de opción múltiple y respuesta simple son en su mayoría apropiados para problemas del NIVEL 1. Pueden ser simples pero también más complicados.

Problemas abiertos

Para problemas complejos o difíciles de N1 o para problemas de competencia de N2, queremos que los alumnos muestren más el proceso de resolución del problema que sólo el producto de sus procesos de pensamiento. Ser capaces de encontrar la información necesaria y registrar sus cálculos y razonamientos son metas importantes en la educación matemática; además, los alumnos tienen el derecho de demostrar lo que pueden hacer.

En el próximo problema se usa la frase "dar razones matemáticas que apoyen tu respuesta". Algunos docentes argumentarán que nunca usan esa frase formal porque sus alumnos saben que siempre se espera de ellos que muestren sus cálculos y expliquen sus respuestas. Es usada aquí para recordar al alumno que nunca tomaremos "no" (o sí) como una respuesta y que si se da una explicación, queremos que sea matemática.

3) *En una panadería, el precio del pastel de chocolate aumentó un 10%. Ahora pocas personas compran este pastel. El panadero decide bajar el nuevo precio un 5%. Él dice: comparado con el precio original, el pastel ahora cuesta 5% más que en el comienzo.*

¿Está en lo cierto el panadero? Da razones matemáticas que apoyen tu respuesta.

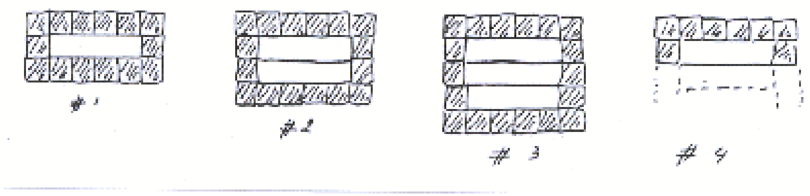
Posibles respuestas de los alumnos:

- *El panadero está equivocado. El 10% de aumento es calculado sobre una cantidad de dinero menor que el 5% de descuento. Entonces al final el resultado es menos que el 5%.*
- *100% = 10% = 110%*
  0.95 x 110 = 104.5
  El panadero está equivocado, el precio es 4.5% más.
- *Asumo que el precio del pastel fue de $3 originalmente*
  1.10 x $3 = $3.30 (10% de aumento)
  0.95 x $3.30 = $ 3.135
  1.05 x $3 = $3.15
  El panadero está equivocado.

Edad: 14, 15
Nivel 2
Contenido: razonamiento cuantitativo
El contexto es relevante, situación: vida diaria.

Las respuestas de los problemas abiertos revelan más que la habilidad de obtener la respuesta correcta. Se espera que los alumnos den un razonamiento claro de manera eficiente y no demasiado elaborada. En otro capítulo se dan ejemplos de maneras posibles de enseñar a los alumnos a razonar matemáticamente. Mirando las respuestas de los alumnos, el docente puede evaluar si el alumno todavía trabaja en un nivel informal o ya es capaz de trabajar en un nivel más formal y abstracto.

4) Debajo ves una fila de patrones formada por baldosas grises y blancas. Para el primer patrón necesitás una blanca y 14 grises. Supone que esta fila se extiende más allá. ¿Cuántas baldosas son necesarias para el patrón # 10?



Posibles respuestas de los alumnos:

- *Yo hice una tabla para el número de baldosas grises y blancas*

número de patrón	*blanca*	*gris*
1	*1*	*14*
2	*2*	*16*
3	*3*	*18*
4	*4*	*20*

Extendí la tabla hasta el patrón # 10

5	*10*	*32*

- *Yo pensé una fórmula para encontrar el número de baldosas grises y blancas. El número de baldosas blancas es el mismo que el número del patrón, para el patrón #10 necesitás 10 baldosas blancas.*
  El número de baldosas grises = 12 + 2 x número de patrón, para # 10 necesitás 12 + 2x 10 = 32 baldosas

Edad: 12, 13
Nivel 2
Contenido: relaciones
El contexto es irrelevante

Esto provee información importante para el docente sobre el progreso del alumno. Sus respuestas muestran que algunos tienden a aferrarse de las estrategias informales que han aprendido a dominar. Ellos logran un crédito completo porque la respuesta es correcta. Pero es posible que el docente esperara estrategias más abstractas porque ya fueron enseñadas en las clases anteriores, antes de que se dé este problema en una prueba. Algunas decisiones didácticas tendrán que hacerse para que los alumnos que aún usan estrategias informales las abandonen. Si muchos de una clase todavía usan estrategias informales, después durante las discusiones el docente podría pedir la misma pregunta pero ahora para el patrón # 100 en lugar del # 10. Esto realmente mostrará el poder de las estrategias matemáticas más formales.

Aunque los alumnos puedan haber encontrado la respuesta correcta, a menudo el uso de una estrategia informal les lleva mucho tiempo y podría suceder que no terminen todos los problemas en la prueba.

Muchos de ellos solicitan al docente más tiempo para terminar su trabajo: "Yo sé, yo podría hacerlo si nos diera más tiempo, siempre estamos apurados para terminar una prueba". Sería aconsejable explicar por qué éste es el caso que puede ayudar al cambio de una estrategia más formal. A menudo estos alumnos carecen de confianza, son muy ansiosos al comenzar algo nuevo y se sienten más seguros usando una estrategia informal familiar que una formal. Dar tiempo extra no siempre es una ayuda, según nuestra experiencia, porque los alumnos que dan la falta de tiempo como excusa, ¡muchas veces no trabajaron!

El próximo problema consiste en dos preguntas abiertas. Lo hemos elegido para mostrar qué tipo de trabajo puede esperarse del alumno. Además, este problema demuestra que los docentes pueden pasar un mal rato tratando de discernir las formas de pensamiento de un determinado alumno.

5) La luna está a aproximadamente a 380.000 km de distancia de nosotros. En 1969 Neil Armstrong pisó la luna. Le llevó 40 horas viajar de la Tierra a la luna.
a. Calculá la velocidad media de su trasbordador espacial

El sol está a 1.5 x 10^8 km de distancia de la Tierra. Suponé que pudiste tomar un transbordador espacial y volar al sol. b. ¿Llegarías al sol dentro de un año? Da una explicación clara y usá argumentos matemáticos.

Respuestas:

a) 380.000 : 40 = 9500; su velocidad promedio fue de 9500 km por hora
b) No, no podés llegar al sol dentro del año. Se da un crédito completo sólo cuando la conclusión correcta proviene de una correcta explicación.

Edad: 14, 15
Nivel: a) nivel 1 y b) nivel 2
Contenido: razonamiento cuantitativo, sentido del número
El contexto es relevante, situación de la vida (profesional) diaria.

Batjan: 1.5 x 10^8 = 1500 000 000 : 9500 = 15789.4268 horas
24 x 365 = 8760 horas en un año, entonces no es posible

Su docente probablemente hará una nota que Bartjan hace lo que llama "cadenas de tallarines". Él pone un cálculo detrás de otro y pone "=" entre ellos, lo que no es correcto. Aparte de eso, la estrategia de Bartjan es buena. Calcula el número de horas en un año y *saca la conclusión correcta.*

Sandra usa una tabla de razones y halla que 9500km llevarán 15789.5 horas
15789.5 : 24 = 657.9. Llegará allí en dos años y de no ser así no es posible.
No más comentarios, Sandra hizo un trabajo perfecto.

Ronnie: viajás 9500 km por hora. Distancia 15 000 000 : 9500 = 1579 horas.
En un año hay 24 x 365 = 8760 horas. ¡La respuesta es no! no puede hacerlo y se quemará en el corazón del sol, de todas maneras.
Ronnie hizo un error de cálculo en el número de ceros. Luego calcula correctamente el número de horas en un año y anota una conclusión que no corresponde a sus cálculos previos. Pero por qué molestar, parece que piensa, ¡si se quemará de todas maneras! En nuestra opinión, Ronnie merece algo de puntaje porque su estrategia es correcta. Su docente le señalará que su comentario final es verdadero en un punto pero que no cuenta como "razonamiento matemático."

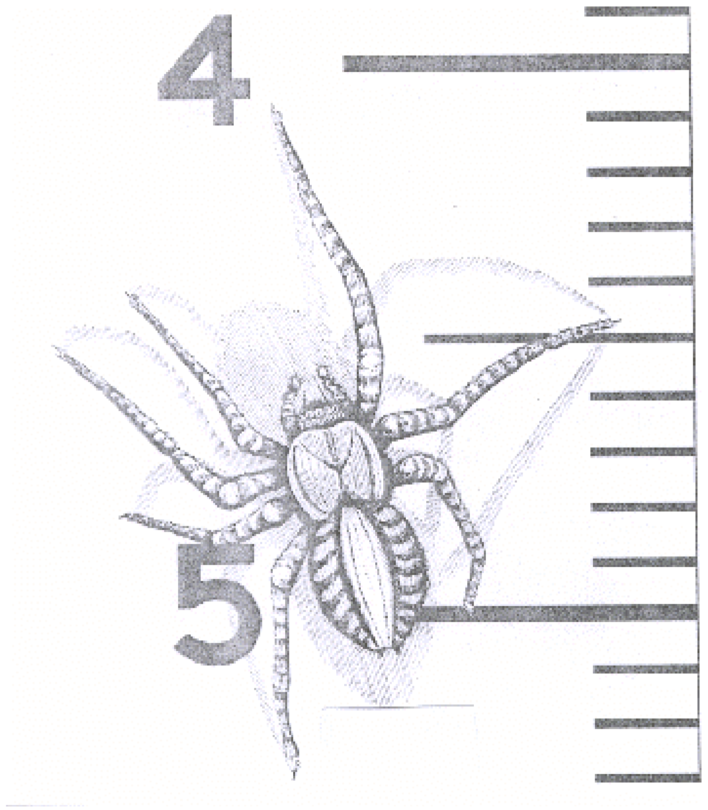
Kyra: 1 500 000 000 km a una velocidad de 9500
365 días en un año
kilómetros 1 500 000 000
velocidad 9500 km/h
horas 8760
1 500 000 000 : 9500 = 15789.5 por hora
1 500 000 000 17123.3
8760 1
Suponé que en 8760 horas estás "volando" 1.5 x 10^8 kilómetros. Esto significa que tendrás una velocidad de 17123.3 y él no la hace, entonces significa que no funciona.
El trabajo de Kyra es un poco más elaborado, lo que podría haberle ocasionado un problema de tiempo. Dado que éste fue el último problema de la prueba, pudo haberse dado cuenta que tenía suficiente tiempo y es lindo poder ver el proceso de resolución de Kyra.

Items de preguntas múltiples (super ítems)

Un problema complejo planteado dentro de un contexto, a menudo requiere una considerable cantidad de tiempo para ser resuelto, los alumnos necesitan tiempo para involucrarse, para comprender el contexto y cuál es el contenido matemático del problema. En general, será necesario plantear más de una pregunta para ayudar al alumno.

La cantidad de tiempo necesario para resolver el problema debe ser traducido en el número de puntos asignados al problema. Por ejemplo, la primera pregunta es una introducción, pregunta de N1, las próximas son de dificultad N1 o N2 y el problema termina con una pregunta de N3. En una prueba de un período de clase, la mayoría de los docentes no usan más de un super ítem. Cómo se diseña una prueba equilibrada, incluyendo preguntas de diferentes niveles será discutido en otro capítulo.

6) Este dibujo fue hecho a partir de una fotografía de una araña real, arrastrándose sobre una regla graduada en cm.



1) *Medí la longitud del cuerpo de la araña en el dibujo, desde la cabeza (con antenas) hasta la cola y sin las seis patas. Usá una regla y da tu respuesta en centímetros enteros.*
2) *¿En qué escala fue hecho el dibujo? Mostrá tu trabajo*
3) *Imaginá la uña de tu dedo índice en la fotografía y en el dibujo. Dibujá tu uña en el dibujo de arriba. Explicá qué hiciste para lograr que sea correcto.*

<u>Nota</u>: Las explicaciones pueden ser dadas oralmente si los alumnos pequeños tienen dificultad para escribir su razonamiento.

Respuestas:

1) *La longitud de la araña en el dibujo en de 4 (centímetros)*
2) *La distancia entre 4 y 5 en el dibujo mide 7.3 cm. En la realidad esta longitud representa 1 cm exactamente. Entonces la escala del dibujo es 1:7.3*
3) *Yo medí las dimensiones de la uña de mi dedo índice y multipliqué por 7.3 (o 7). Luego hice un dibujo de mi uña de acuerdo a estas medidas.*

<u>Edad</u>: 10, 11
Nivel: 1) nivel 1; 2) nivel 2 y 3) nivel 3
<u>Contenido:</u> razonamiento cuantitativo, sentido del número, medida
El contexto es relevante, situación de la vida (escolar) diaria

En este capítulo sólo pudo mostrarse un número limitado de ejemplos. Los problemas abiertos no son fáciles de diseñar, especialmente si el docente quiere evaluar competencias de nivel superior. Dar una mirada alrededor de la escuela, en el barrio, en los diarios y revistas es una buena idea: Los docentes que acostumbran a diseñar sus propios problemas abiertos, a menudo llevan una cámara para fotografiar edificios interesantes y otros objetos. Una vez que se hace hábito buscar alrededor contextos interesantes, ¡¡no es fácil parar!!

Esto es lo que podría hacerse para diseñar un problema abierto:

- Buscar un contexto que sea interesante para los alumnos y contenga un problema matemático que es valioso resolver.
- Diseñar un lote completo de cuestiones que puedan plantearse dentro del contexto.
- Un contexto rico, a veces, posibilita plantear cuestiones diferentes en distintos ejes matemáticos, por ejemplo, geometría y estadística.
- Hacer una elección de las cuestiones necesarias para un problema. Limítese en el número de preguntas, particularmente si el contexto no es muy interesante para algunos alumnos.
- Comenzar con una pregunta introductoria que involucre a los alumnos en el contenido del problema.
- Terminar, si fuera posible, con una pregunta que necesite razonamiento matemático.
- Elegir entre proveer el modelo matemático que es necesario para resolver el problema o permitir a los alumnos crear este modelo. No es aconsejable hacer ambos en un problema.

Especialmente hay que tener cuidado con los términos usados en el problema. El texto introductorio de un problema en contexto y las preguntas deben ser traducidos, si fuera necesario, en las palabras del alumno usando oraciones cortas y palabras no demasiado complejas. A menudo un dibujo explica más que el texto, pero esto ocurre cuando el dibujo se usa para ese propósito y no como diversión o como mera ilustración. Una prueba con muchos dibujos lindos puede parecer hermosa, pero puede distraer a los alumnos de la tarea matemática a realizar.

Por otra parte, los términos del problema pueden confundirlos. Los docentes a menudo usan palabras con significado oculto. Por ejemplo "Hacé un esquema" generalmente no significa que esperamos un dibujo aproximado pero usando una regla y trabajando lo más prolijamente posible. Para los alumnos debería ser perfectamente claro lo que se espera de ellos cuando responden una pregunta.

CAPÍTULO 9: FORMATO PARA PROBLEMAS: TAREAS MÁS LARGAS

Cada año, durante la maratón de Rotterdam, los alumnos de 8vo grado de una escuela cerca de Rotterdam trabajan en esta tarea:

"*Para el maratón se traza una línea blanca a lo largo de las calles de exactamente 42 kilómetros y 195 metros. Pero, ¿cómo logran ahora la distancia correcta? Se usa cierta clase de rueda con una cinta que cuenta el número de vueltas de la rueda. Ahora supone que queremos organizar nuestra propia maratón en nuestra ciudad. Alguien marca, tomamos una rueda de bicicleta (diámetro 68 cm), usamos una cinta y comenzamos a caminar."*

1) *¿Qué número estará en la cinta después de 42 km, 195 metros?*

Ahora:

Las tareas largas evalúan habilidades differentes de las que pueden evaluarse en una prueba escrita. Algunos ejemplos son:

- Investigaciones que pueden darse como deber
- Tareas a resueltas en grupos pequeños en la clase
- Tareas de dos etapas que permiten obtener feedback durante el proceso
- Cosas que puede hacer un docente cuando los alumnos están entusiasmados por algo que sucedió en la escuela y que hace necesario pensar en algo especial en lugar de la tarea escolar corriente
- Ideas para ensayar habilidades básicas por el fin de año

Ejemplos de trabajos hechos por otros docentes pueden ser usados en diferentes formas en su propia clase. La elección depende más de la cultura de la escuela o de las visiones del docente que de las condiciones requeridas por el formato de la tarea. Un programa equilibrado de evaluación probablemente debería contener una o dos de estas tareas largas para un año escolar.

TAREA DEBER

El docente usó el contenido de un problema y lo transformó en una tarea de deber mucho más interesante para sus alumnos. Los productos que fueron manejados una semana después mostraron una gran variedad en calidad y elección de las presentaciones.

TAREA EN DOS ETAPAS

Una tarea en dos etapas puede tener diferentes formas. Por ejemplo, la primera parte puede consistir de un simple cuestionario para evaluar habilidades básicas que son importantes para el sujeto. El docente discute los resultados con los alumnos y se asegura que todos dominen las habilidades matemáticas y el conocimiento necesario para completar la segunda etapa de la tarea, la cual es un problema abierto basado en el mismo contenido matemático.

Otra posibilidad es monitorear el proceso de resolución de problemas donde los alumnos entregan los primeros resultados de una tarea larga. Ellos reciben *feedback* de su docente y puede ajustar sus hallazgos y sus planes antes de comenzar la segunda etapa. Esto puede ayudarlos a no enredarse en callejones sin salida y a encontrar el rumbo correcto hacia la resolución del problema.

TRABAJO EN GRUPO

Con trabajo en grupo, en este caso, no nos referimos a alumnos trabajando juntos en clase sobre problemas de los libros de texto, como muchos hacen diariamente. Aquí se trata de dar una tarea especial para resolverse en un grupo donde todos los miembros son igualmente responsables de los resultados, conclusiones e informes, y se da una nota a cada alumno o al grupo.

Cuando se hace matemática en pequeños grupos, los alumnos se ven forzados a trabajar con otros, compartir ideas y tratar de convencer a sus pares acerca de la exactitud de su visión, lo cual es una actividad que vale la pena llevar a cabo de vez en cuando en clase.

HACÉLO VOS MISMO

1) *UN CONCURSO MATEMÁTICO:* Al final del año, los docentes quieren ensayar todas la habilidades básicas y el conocimiento que ha sido enseñado a lo largo del año. Una manera de hacerlo es que los alumnos hagan su propio concurso matemático, que consiste en preguntas de respuesta corta sobre todos los temas del libro. El docente podría pedirles que entreguen 25 preguntas (y respuestas) y armar él mismo un cuestionario más tarde. Es importante que los alumnos reconozcan sus propias preguntas para lo cual es necesario que éstas estén alteradas lo menos posibles. Algunas escuelas llegan a hacer una versión computarizada de su concurso y todos los alumnos tienen que contestar las preguntas en la computadora, aunque pueden usar también lápiz y papel.

2) *HACÉ TU PROPIA PRUEBA*: Pedir a los alumnos que armen su propia prueba sobre un capítulo del libro que han recién finalizado. Por ejemplo, cada alumno tiene que entregar una prueba con problemas de diferentes niveles y también deben dar las respuestas. Algunas veces este trabajo se puede dar como tarea y otras se pueden usar uno o dos de los problemas hechos por ellos para una evaluación a dar a la clase. De ese modo, cuando se cruzan con un problema propio en la prueba, tienen una ventaja sobre el resto porque saben la respuesta correcta. Es sorprendente ver cómo los alumnos son capaces de inventar sus propios problemas después de haber tenido la experiencia en hacerlo. En muchos casos los problemas que inventan los alumnos son mejores que los del docente.

3) HACÉ UN MACHETE: Seguramente en el tiempo que los docentes fueron al colegio nunca usaron machetes, pero todos saben que sus alumnos los hacen si tienen la oportunidad. Entonces ¿por qué no usarlos en lugar de censurarlos? Todos los alumnos tienen estudiado el capítulo, al menos hasta cierto punto. Entonces, se puede pedir que hagan un machete para el capítulo que será evaluado en la próxima prueba. Limitar las dimensiones del trozo de papel que pueden usar para dar a todos los alumnos las mismas oportunidades y decirles que pueden usar este machete en la prueba como ayuda. Por cierto, muchos descubren que no tienen que usarlo una vez que lo han hecho e implícitamente ése fue el objetivo del docente. Los machetes son entregados junto con la prueba resuelta. Algunos de estos demostrarán al docente que el alumno no es capaz de hacer un buen resumen del capítulo. Cuando discuten sus machetes en la clase, el docente puede usar esa oportunidad para enseñarles cómo se hace un resumen.

4) USÁ EL INTERNET: Si hay computadoras disponibles para los alumnos en la escuela o en casa, se les puede presentar una tarea para la cual se requiera el uso del Internet. Se les puede pedir que escriban un ensayo corto (de un número determinado de páginas) sobre posibles temas dados y, en el caso de que quieran elegir otro tema, deberán discutirlo primero con el docente.

Un ejemplo:

Para esta investigación trabajarás de a 2. Sólo un ensayo mencionando ambos nombres.

- *Elegí uno de los temas dados. Si querés investigar otro tema, por favor contactáte con tu docente antes de comenzar.*
- *Usá internet o libros para encontrar información sobre el tema. Cuidá de procesar toda esta información para tu ensayo ya que debés ser capaz de explicar todo lo que escribas. No quiero un montón de páginas bajadas directamente de internet o copiadas de los libros.*

- *Escribí el ensayo sobre tu tema. Debería ser de por lo menos una página y media y no más de 4 páginas impresas.*
- *Anotá el tiempo empleado en escribir esta tarea, no debería exceder de 3 horas.*
- *Recordá que los resultados negativos son también resultados, no siempre encontrás lo que estabas buscando.*
- *Yo estoy interesado en el proceso como también en el producto.*
-

Los temas a partir de los cuales puedes elegir son:

- *¿Quién inventó el Teorema de Pitágoras?*
- *¿Por qué escribimos los números en la forma en que lo hacemos?*
- *¿Cuál es la conexión entre Florence Nightingale y la estadística?*
- *¿Cómo sabe un médico la cantidad de medicina que un paciente necesita?*
-

Calificación de los ensayos:
Obtenés puntos por las siguientes partes de tu ensayo: (total 10 puntos)

- *ensayo entregado en las siguientes condiciones: en un folio, con nombres, fecha, curso y a término (2 puntos)*
- *calidad de las cuestiones matemáticas (2 puntos)*
- *procesamiento de la información encontrada (2 puntos)*
- *respuestas a las cuestiones, contenido del ensayo (2 puntos)*
- *libros y sitios web usados, otras fuentes de información (1 punto)*
- *extra por desempaño superior (1 punto)*
-

¡BUENA SUERTE Y MUCHO ÉXITO Y PLACER AL REALIZAR ESTA TAREA!

<u>RESUMEN</u>

En este capítulo se ofrecieron muchos ejemplos de tareas de evaluación matemática. Muchas de éstas resultan divertidas para los alumnos, pero no nos interesa la diversión. Cuando los alumnos hacen este tipo de tareas, aprenden a colaborar con sus compañeros. Usan su creatividad y no están limitados por el docente, ellos mismos se proponen una tarea. Los docentes les dan la oportunidad de aprender a ver la relación entre diferentes temas, de escribir un informe sobre sus descubrimientos y a hablar sobre ellos con otros. Se les enseña a dar cohesión a diferentes capacidades necesarias para resolver problemas y sí, hacerlo es divertido. Para muchos es divertido inventar estas tareas como si uno fuera un docente. Una vez que comienzan a hacerlas y ven cuánto aprenden los alumnos cuando realizan la tarea, la mayoría de los docentes se entusiasman con ellas y las incluyen en sus clases regularmente.

El número de temas es interminable y un libro entero podría llenarse con ejemplos dados por diferentes docentes.

CAPÍTULO 10: DESARROLLAR UN PLAN DE EVALUACIÓN EQUILIBRADO

LA EVALUACIÓN COMO UN PROCESO EN DESARROLLO

Hay muchas razones para evaluar el trabajo de los alumnos, desde informarles sobre su nivel de dominio de un tema hasta dar a conocer a los padres y al cuerpo docente de la escuela el nivel de logro en la enseñanza de la matemática. Más aún, los docentes quieren tener un *feedback* o devolución de su propio trabajo para tomar las decisiones didácticas correctas. La evaluación es una parte central de la enseñanza y mucho puede aprenderse escuchando a los alumnos argumentar sobre un problema dado o analizando el trabajo que hacen en una prueba escrita.

La mayoría de los docentes hacen sus planes para sus clases. Planifican su enseñanza para cada clase, para un semestre, para el año entero. ¿Por qué, de la misma manera, no desarrollan un plan de evaluación? El formato para este plan diferirá de distrito en distrito y de escuela a escuela, pero desde nuestro punto de vista, no debería diferir para grupos de docentes de clases paralelas de alumnos de la misma edad y en la misma escuela. Además, el plan general debería ser compartido con niveles de grado contiguos. Además de compartir la cantidad de trabajo, es provechoso compartir diferentes visiones sobre evaluación entre diferentes docentes y mirar el plan de evaluación desde diferentes puntos de vista. Por el bien de los alumnos debe enfatizarse que estos tendrán las mejores posibilidades de éxito al ser sus experiencias escolares lo más consistentes posible. Deberían ser tratados de manera justa, dando iguales oportunidades en diferentes grupos.

A menudo las pruebas estandarizadas se preparan para ser dadas a los alumnos al mismo tiempo durante el año escolar, pero como los docentes no pueden influenciar el contenido de estas pruebas ni la fecha a tomarse, en este capítulo no se tendrán en cuenta estos factores.

Antes de comenzar a diseñar un plan de evaluación, un docente tendrá que pensar sobre la clase de información que quiere recolectar. Por ejemplo:

- Cómo los alumnos están progresando en su conocimiento y habilidades en los diferentes niveles de competencia.
- Qué evidencia puede recolectarse sobre su dominio sobre la matemática que ha se enseñó durante el año escolar.
- Cómo trabajan los alumnos junto con sus compañeros y son capaces de expresar sus opiniones y usar su razonamiento matemático para apoyar estas opiniones.
- La forma en que los alumnos presentan su trabajo: prolijo y acompañado de explicaciones correctas y no demasiado elaboradas, o descuidado y desprolijo sin explicaciones comprensibles.
- El modo en que los alumnos participan en las discusiones de la clase y son capaces de involucrarse en resolver un problema.

Para cada uno de estos aspectos del trabajo del alumno, el docente necesita un formato diferente para evaluar, oscilando entre lo informal y lo formal. Además, cada aspecto del trabajo del alumno necesita una forma diferente de calificar.

Es casi imposible presentar el plan de evaluación apropiado para un año escolar. Generalmente uno puede hacer el mejor plan pero siempre surgen cosas diferentes a las planeadas.

Por ejemplo: un plan de evaluación para 8vo año

- *Anotaré sobre mi evaluación informal del grupo de alumnos con dificultades a los que quiero dar atención especial. Discutiré los resultados con sus padres y no haré notas en sus reportes.*
- *La evaluación informal durante las discusiones de clase es importante para mis decisiones didácticas. Tomaré notas formales, pero por supuesto conozco a los alumnos bien después de un tiempo y tengo una impresión clara de sus capacidades. Este año intento prestar*

especial atención a las discusiones de clase y a la forma en que mis alumnos intervienen en estas discusiones.

- *En mi clase, los alumnos son responsables de sus trabajos pero cada 3 ó 4 clases doy una mirada al trabajo de cada alumno. Sólo hago notas en mi cuaderno si el trabajo no fue hecho o está incompleto. Especialmente doy una mirada cuando tienen que hacerlo. Algunos alumnos harán un trabajo descuidado y, si el trabajo está muy mal, les pediré que hagan trabajo extra y luego evaluaré el nuevo trabajo.*
- *Una o dos veces durante el año les pediré que diseñen sus propios problemas o quizás una prueba completa. Yo siempre uso los problemas que me han entregado (los cambio si es necesario) en una prueba que doy a toda la clase. A algunos alumnos les resulta difícil hacer esa tarea, mientras que otros diseñan problemas cuando pienso que no son capaces de hacerlo. Por supuesto, ellos deben darme las soluciones para los problemas hechos.*
- *De las 10 unidades que voy a enseñar este año, seleccioné dos capítulos para los cuales es posible una investigación o un trabajo en grupo. Cada año trato de desarrollar una o dos evaluaciones nuevas, pero algunas que he hecho antes decidí usarlas de nuevo:*
  - *Usar internet para investigar de dónde proviene el teorema de Pitágoras. Espero que los alumnos presenten y comprendan por lo menos una prueba de este teorema. Los alumnos tienen que entregar un ensayo sobre sus hallazgos, los que discutiré individualmente con ellos. La calificación que uso para estas evaluaciones es la misma y ya es conocida por los alumnos, porque lo han hecho antes en 7mo.*
  - *Hacer un proyecto estadístico. Los alumnos trabajarán en pareja o pequeños grupos en esta tarea de dos etapas. En 9no les enseñaré estadística de manera más formal, por eso necesito esta tarea introductoria en 8no.*
- *Hay dos temas abstractos en los cuales sé que los alumnos tienen dificultades. Para estos dos capítulos, uno sobre álgebra y el otro sobre funciones y relaciones, les daré una prueba intermedia, un cuestionario. Todos los capítulos en mi libro incluyen una prueba diagnóstica que los alumnos harán en clase y corregirán ellos mismos. Al grupo de los alumnos con dificultades que mencioné antes, pediré que entreguen sus diagnósticos para darles feedback antes de la prueba formal de final de capítulo. Mirando este trabajo puedo tener feedback sobre los errores o partes del tema enseñado que necesitan más práctica o ser revisados.*
- *Al final de cada capítulo, se da una prueba escrita. Esta prueba es usada en todos los 8vos. Mis colegas y yo hacemos diferentes versiones de la misma prueba usando diferentes números y hasta diferentes contextos pero el mismo contenido matemático y el mismo grado de dificultad. El próximo año comenzaré a registrar los resultados de los alumnos en diferentes niveles separadamente; hasta ahora sólo di una nota para la prueba. Pero encontramos padres que les gustaría información más específica sobre el progreso de sus hijos y mirando los resultados de los alumnos sobre los 3 niveles de competencia, obtenemos más información sobre su progreso.*
- *Nosotros no usamos las pruebas de final de año hasta 9no o 10mo.*
- *No tenemos que tomar pruebas estandarizadas en nuestra escuela. Sin embargo, al finalizar la carrera, los alumnos rinden exámenes finales provistos por el gobierno educativo. Los alumnos que aprueban estos exámenes acceden a la universidad.*

Como se vio en este plan equilibrado de evaluación para 8vo, la mayor parte de la evaluación consiste en pruebas escritas de tiempo restringido, pero se usa una gran variedad de pruebas y tareas y el docente reconoce la importancia de ellas para que los alumnos tengan que mostrar otras capacidades más que la de recordar datos y procedimientos. Las tareas largas no son dadas como una actividad por la actividad misma, sino que son elegidas a través de los capítulos para que puedan usarse apropiadamente para demostrar otras habilidades. Por la cantidad de tiempo que llevan, tanto para ser realizadas por los alumnos como para su corrección por parte del docente, se limita el número a 2 ó 3 por año.

El plan que se ha mostrado es sólo uno de muchos otros ejemplos. Cada docente tendrá que adaptarlo a su propio uso o tendrá que diseñar su propio plan, aunque es siempre bueno ver lo que otros hacen y usar esos ejemplos como punto de partida para el propio plan.

Antes de diseñar un plan de evaluación para todo un año escolar, se harán planes para evaluar un capítulo o unidad y hasta una clase. Ya que depende mucho del plan de clase y del libro de matemática usado, no daremos ejemplos sino recalcamos el hecho de que esto es necesario hacerlo. Durante el año escolar, el docente tendrá que diseñar pruebas para diferentes unidades o capítulos y decidir cómo corregir y calificarlos. Antes de discutir cómo diseñar una evaluación equilibrada, daremos una visión de los diferentes formatos para evaluar que se usan frecuentemente. De la misma manera, así como no es necesario usar todos estos formatos para preguntas y problemas en una prueba, no es necesario usar todos estos formatos durante el año. Lo que importa es asegurarse de utilizar formatos diferentes y no pegarse a un solo para todas las pruebas de evaluación.

UNA MIRADA

1) *Observación:* durante las clases, los alumnos en general o algunos alumnos en particular son observados mientras realizan su trabajo, participan en trabajos grupales o presentan su trabajo para todo el grupo. Algunos docentes toman nota de estas observaciones mientras otros las usan como información sobre el progreso de sus alumnos.

2) *Discusión*: durante las discusiones de clase, los docentes toman notas (mentales o reales) de la forma en que un alumno o un grupo de alumnos son capaces de expresar sus opiniones de manera matemática. También están bajo este título las charlas individuales con los alumnos sobre su trabajo.

3) *Tarea como deber, trabajo grupal*: analizar el trabajo seleccionado del alumno, da una oportunidad no sólo de monitorear la forma en que completó el deber sino también hace posible dar feedback a un alumno particular y al grupo en su conjunto. No toda tarea necesita ser evaluada. Puede lograrse una visión acertada de la comprensión del alumno con una prudente selección sin agobiar al docente, liberando su tiempo para planificar y crear materiales. Más tarde, los errores comunes pueden discutirse en clase. Además el docente logra una impresión de la manera en que trabaja el alumno. Las indicaciones sobre prolijidad o expresión correcta de la solución de un problema funcionan mejor si se dan individualmente.

4) *Investigación:* las tareas largas son analizadas y calificadas ya sea que hayan sido dadas como tarea individual o trabajo grupal. Los alumnos presentan sus resultados como un ensayo, diseñan posters de presentación, videos o una presentación oral frente a la clase. El uso de habilidades informáticas puede ser un importante objetivo de este tipo de evaluación y pueden ser evaluadas otras habilidades que las necesarias para realizar bien una prueba escrita.

5) *Cuestionario*: los cuestionarios se usan a menudo para evaluar el dominio de habilidades y conocimientos básicos y consisten principalmente en preguntas y problemas de N1. Estos pueden darse al inicio de un nuevo tema, para evaluar si cada alumno posee el conocimiento y las habilidades necesarias para el nuevo capítulo. Pueden también usarse mientras se enseña el nuevo capítulo para evaluar si los alumnos dominan el contenido matemático y los algoritmos necesarios para continuar con el mismo, o pueden usarse como diagnóstico antes de la prueba de fin de la unidad. Cuando se analizan los resultados de los alumnos en este diagnóstico, el docente obtiene feedback sobre el manejo del tema y puede tomar decisiones didácticas en base a estos resultados. Estas pruebas pueden calificarse, pero muchos docentes prefieren que no, o bien hacen que los alumnos tengan que corregir estas pruebas, así comparten la responsabilidad sobre sus aprendizajes.

6) Prueba de final de la unidad: muy a menudo, este tipo formal de evaluación es el más usado en clase. Estas pruebas cubren una gran parte del tema y deberían contener problemas de los diferentes niveles de competencia. El contenido de los problemas debería responder lo mejor posible a los objetivos establecidos para esta unidad o capítulo. En general las pruebas son tomadas en uno o dos períodos de clase (de 40 ó 50 minutos) y los resultados se usan para calificar formalmente.

7) *Prueba de final de año:* especialmente en los grados superiores, algunas veces se presenta a los alumnos una prueba de fin de año, cubriendo los temas enseñados a lo largo del año escolar.

Esta mirada no está completa, pero se usa para mostrar un cambio gradual de los instrumentos de evaluación informales a más formales. Otros formatos usados por los docentes en sus escuelas son a grandes rasgos:

- proyecto de trabajo
- tareas diarias cortas de evaluación
- evaluaciones seccionadas (para alumnos que no retienen muy bien y que tienen que practicar mucho)
- portafolio o carpeta
- problemas de cálculo básico suplementarios
- cuadernos de los alumnos
- diario
- juegos
- pruebas orales para alumnos que tienen dificultades en la lectura o hablan el inglés como segundo idioma.

EL LENGUAJE USADO EN LAS PRUEBAS

Muchos alumnos tienen dificultades para leer con comprensión. En problemas en contexto como los usados en una prueba equilibrada, se usa menos lenguaje matemático y más lenguaje de todos los días. Aun así, hay mucho más para leer que en los problemas desnudos. Es necesaria una especial atención al vocabulario de los problemas: evitar oraciones demasiado largas y lenguaje ambiguo. Nunca plantear dos preguntas dentro de una, como por ejemplo en *Dibujar los dos gráficos en un sistema de coordenadas cartesianas y encontrar el punto de intersección.* A menudo no sólo una sino quizás las dos sean olvidadas. Siempre que se usen palabras o conceptos desconocidos, estos deberían ser explicados ya sea haciendo un dibujo, usando una foto o con palabras. Debería ser perfectamente claro para el alumno lo que se espera de él. Para algunos alumnos, puede ser necesario darles la oportunidad de pedir al docente que explique las palabras difíciles. Sólo en casos excepcionales, el docente leerá el problema en voz alta o describirá el contenido con diferentes palabras dado que esto generalmente afecta el nivel de complejidad del problema.

DESARROLLAR UNA PRUEBA EQUILIBRADA DE FINAL DE LA UNIDAD

Es más fácil decir que hacer: desarrollar una prueba equilibrada compuesta de problemas de diferentes niveles de competencia. Algunas editoriales proveen a las escuelas de pruebas pero aun así, los docentes pueden querer adaptarlas para su uso. La docente de 8vo citada anteriormente, estableció que ella y sus colegas comenzarán diseñando al menos un problema de N3 para cada prueba a tomar durante el año. No todo puede hacerse a la vez, es mejor empezar con poco y lograr cosas nuevas cada año. Con cada cosa nueva se ganarán nuevas ideas, y con cada grupo nuevo de alumnos se observarán nuevas fuerzas y necesidades.

Los docentes deberían aceptar que no todos los alumnos dominarán el contenido de la unidad suficientemente o que todos están igualmente dotados para resolver problemas de N3 en una prueba. Esto no significa que este alumno no pueda comenzar un nuevo tema o un nuevo capítulo. Serán dadas nuevas oportunidades de demostrar dominio en un nivel superior de razonamiento cuando el mismo tema se revise más tarde o en el grado siguiente. Como regla general, pero dependiendo del capítulo o la unidad, a veces usamos esta distribución de los puntos sobre los niveles:

NIVEL 1: 55%	NIVEL 2: 30%	NIVEL 3: 15%

Esto significa que un alumno que domina las habilidades básicas enseñadas en este capítulo y tiene algunas capacidades en un nivel superior, puede alcanzar un porcentaje suficiente de alrededor del 60% de los puntos posibles y domina suficientemente el tema para comenzar el nuevo capítulo o tema. Una vez más, ésta es una regla general y pueden encontrarse muchas variaciones en diferentes escuelas

El formato para problemas a ser usados en la prueba puede diferir pero en su mayoría serán planteadas problemas abiertos.

El siguiente ejemplo muestra una prueba equilibrada para 40 minutos de clase.

- *La prueba comienza con 5 preguntas de N1. La primera es una pregunta simple, para alentar a los alumnos que son capaces de hacer la prueba y al menos tratar de hacerla. Cada pregunta le lleva 2 ó 3 minutos y es calificada con uno o dos puntos, dependiendo del número de pasos necesarios para llegar a la respuesta. Las cuestiones son similares a las de la unidad o el capítulo pero, por supuesto, con diferentes medidas y números. Tiempo total para esta parte: 10 minutos / 10 puntos*
- *Un problema contextual corto. El contenido matemático del problema es el mismo que el que se trabajó en la unidad o capítulo, pero el contexto en sí mismo es diferente. Es aconsejable una pregunta introductoria de N1 para permitir a los alumnos que conozcan el contenido matemático del contexto de la vida diaria, seguido de una o dos preguntas de N1 y N2. Tiempo total: 10 minutos / puntos: de 6 a 8*
- *Un problema contextual más largo, preferentemente un super ítem integrado por una pregunta introductoria de N1, 1 ó 2 de N1 y N2 y al menos una de N3. Tiempo total: de 10 a 15 minutos/ puntos: 10*

Son necesarios 5 minutos para que los alumnos miren su trabajo, terminen sus dibujos, etc. Alentarlos a que lo hagan.

Es obvio que en una prueba de 40 minutos no pueden evaluarse todos los temas tratados en el capítulo, pero éste no es el único momento de evaluación. Pueden evaluarse otras partes de otras maneras. Cuando diseñe una nueva prueba, una buena idea puede ser comenzar encontrando los problemas contextuales más largos y llenar los huecos en los temas a ser evaluados con cuestiones de N1.

CAPITULO 11: COMO APRECIAR EL TRABAJO DE LOS ALUMNOS

Una parte importante del trabajo del docente es juzgar el desempeño del alumno. Todos saben por experiencia propia cuáles pueden ser los efectos de los juicios de otro sobre las realizaciones propias. Carreras de celebridades fueron truncadas debido a los juicios negativos de sus críticos. Para los niños y adolescentes estos efectos pesan mucho sobre ellos. Por consiguiente, padres y docentes deben tratar de evaluar todas las cosas de los chicos lo más positivamente posible. Sin embargo, como los chicos van a llegar a ser adultos equilibrados y maduros, de vez en cuando es necesaria la crítica constructiva. No todo puede o debe ser permitido, pero juzgar el comportamiento y el desempeño de una manera justa y positiva es una tarea muy responsable y difícil.

Parte de la evaluación del progreso de los alumnos es evaluado por el estado. A través de la toma de pruebas estandarizadas, se evalúa el desempeño de las escuelas, alumnos y docentes. No serán discutidos en este capítulo ni el valor de estas pruebas, ni su contenido ni la forma en que se toman. El docente apenas tiene alguna influencia sobre estas pruebas y sólo puede tratar de preparar a sus alumnos de la mejor forma posible, lo cual no es una tarea fácil. Aquí nos restringimos a las pruebas que los docentes usan en clase. En algunos casos tendrá que hacer la prueba pero de todos modos las calificará y clasificará.

Después de todo, ¿por qué los docentes deberían calificar y clasificar el trabajo de sus alumnos? Hay países y escuelas donde las notas están prohibidas porque se las considera un detrimento para ellos. Pero los alumnos necesitan feedback sobre su trabajo, los padres quieren ser informados sobre el progreso de sus chicos y los mismos docentes necesitan los resultados para las decisiones de enseñanza. De modo que, de una u otra manera, los docentes tendrán que mostrar por qué lo que hicieron sus alumnos fue correcto o incorrecto.

Calificar el trabajo escrito del alumno puede hacerse de diferentes formas. Las más importantes a ser tratadas en este capítulo son:

- enfoque analítico usando puntos. Los docentes verifican si la respuesta (o trabajo del alumno) es o no correcta de acuerdo a un rótulo y obtiene puntos, resultando una nota. Esta es más fácil de decir que de hacer.
- dar un juicio general (a menudo llamado enfoque holístico). En contraste con el analítico, este enfoque requiere un juicio general de la calidad del trabajo del alumno en relación con un estándar. En general, las escalas holísticas son un conjunto de desempeños generalizados estándar que puede usarse para calificar un conjunto de problemas relacionados. Este método se usa a menudo en EEUU.

Por lo general, los docentes no son libres de elegir la forma de calificar, pero de acuerdo a los resultados de un experimento donde los alumnos fueron evaluados de las dos formas, al final la nota final fue la misma para la mayoría de ellos.

No es difícil para cualquier docente construir una prueba en la que todos los alumnos tengan éxito o en la que todos los alumnos obtengan notas bajas.

El docente espera que sus alumnos resuelvan bien una prueba por estas razones:
= hacer bien una prueba le da más autoestima
= el docente se alegra cuando los alumnos más débiles son capaces de hacer un trabajo razonable
= los buenos resultados son agradables para informar a los alumnos
= como docente, obviamente hizo un buen trabajo si los alumnos se desempeñan bien
= tanto docentes como alumnos se sienten confiados cuando comienzan a trabajar con un capítulo nuevo

Pero justamente es tan agradable tener buenos resultados que los peligros siguen estando. Tendemos a dar una apreciación positiva a cierto trabajo demasiado rápido. Especialmente, un alumno débil que siempre trabaja con esfuerzo casi automáticamente, obtiene más puntaje que un alumno hábil pero lento. Para prevenir esta actitud perdonable, es preferible:

a) no premiar con demasiados puntos una cuestión. Haciéndolo los docentes evitan dar puntos a partes del trabajo del alumno que no son realmente importantes
b) decidir de antemano el criterio a usar para demostrar habilidad en destrezas y razonamiento y cuando un trabajo representa excelencia. Definiendo lo que representa cada puntaje asegurará que la evaluación esté alineada con los objetivos del docente.
c) si es posible, los docentes deberían diseñar tareas de evaluación y pruebas a su manera pero trabajando con colegas que enseñan a un grupo similar de alumnos.

CALIFICAR EL TRABAJO DEL ALUMNO

- *Enfoque analítico usando puntos*

La forma más simple de calificar se usa en cuestionarios y pruebas de respuesta simple, a menudo cuestiones de N1, cuando los docentes verifican si la respuesta del alumno es correcta o incorrecta. Las respuestas correctas son tildadas y comparadas con el total posible, lo que da como resultado una nota o lo que quiera el docente usar para mostrar a su alumno que lo hizo bien. Si se incluyen preguntas de N1 en una prueba equilibrada, usualmente las preguntas cerradas como las de opción múltiple o preguntas de respuesta corta obtienen un punto.

Cuando se les pide que muestren su trabajo, dibujen un gráfico o den razones matemáticas para apoyar sus respuestas, se dan puntos extras para esta explicación y los docentes deciden si esta explicación merece el puntaje total o parcial. Pero pueden surgir dificultades tal como se verá en el siguiente ejemplo. Estas muestras de las formas de calificar el trabajo del alumno no están confeccionadas, fueron compartidas con nosotros por algunos docentes.

Ejemplo:
En una clase de 15 varones y 17 nenas, hay 8 alumnos que usan anteojos. Cinco de las nenas en esta clase usan anteojos.

a) ¿Qué porcentaje de varones usa anteojos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno cualquiera que salga de la clase use anteojos?

Respuestas:

a) 20%
b) ¼ o uno de cuatro o 25%

Edad: 13, 14
Nivel: a) N1
b) N2
Contenido: número (porcentajes)/ probabilidad
Contexto relevante, situación de la vida diaria escolar

Un docente usó el siguiente rótulo para las preguntas de este problema:

a) Total de puntos: 4
   - 8 – 5 = 3 (1)
   - 3 de 15 varones usan anteojos (1)
   - 3/15 = 1/5 (1)
   - respuesta correcta 20% (1)
b) Total de puntos: 4
   - número de alumnos 15 + 17= 32 (1)
   - 8 de 32 alumnos usan anteojos (1)
   - la probabilidad es ¼ (1)
   - 1/4 = 25% (1)

Este docente tenía 8 puntos en total para este problema. Pero ser capaz de calcular 8– 5 = 3 y 15 +17=32 es obvio para esta edad y los dos puntos están dados aquí incorrectamente. En general, puede evitarse otorgar puntos a temas que están fuera de la prueba disminuyendo el total de puntos de la prueba. Para una prueba de 40 minutos, el total de puntos podrían ser entre

20 y 30, dependiendo de la complejidad de las preguntas. Para el tipo de preguntas mostradas aquí, recomendaríamos 1 punto para una respuesta correcta y 1 punto para una explicación correcta o manera correcta de mostrar el trabajo.

Otro docente dijo que para cualquier problema en una prueba usó 3 puntos para cada pregunta con la siguiente calificación:

- 3 puntos: excelente, respuesta correcta con explicación apropiada
- 2 puntos: progresando, no completamente correcta
- 1 punto: no satisface el estándar

Entonces, cualquier alumno que registró algo, obtuvo al menos un punto. Tener en cuenta que haciendo esto los alumnos son alentados a registrar respuestas elaboradas, deseando que algo al menos esté bien.

El docente aplicó su sistema al problema previo sobre los alumnos que usan anteojos y empleó la siguiente calificación:

- 2 puntos para la respuesta de la pregunta a: 3 alumnos usan anteojos
- 2 puntos para la respuesta a la pregunta b: hay 32 alumnos
- 1 punto: por registrar algo

Por supuesto esto es coherente con su forma de calificar pero en este caso un alumno obtiene más del 50% del puntaje por un trabajo que no da evidencia total del tema evaluado.

Otorgar puntos parciales significativos es importante para dar a los alumnos una devolución positiva, sólo cuando ese mérito es verdadero. Una solución o explicación que recibe puntaje parcial debería ser al menos parcialmente válida. Sin embargo las expectativas docentes influenciarán en los juicios docentes de qué respuestas merecen puntaje parcial o total. Si docentes distintos califican el mismo trabajo de un alumno podría haber desacuerdo. Por otro lado, usar sólo preguntas cerradas para prevenir esto no sería justo dada toda la gran variedad en las capacidades de los alumnos.

Como se discutió en un capítulo anterior, aun cuando la respuesta a una pregunta simple es incorrecta, es importante para el docente descubrir si esto se debió a un cálculo incorrecto o a una concepción incorrecta. Si queremos que los alumnos mejoren la calidad de su trabajo, debemos incluirlos como sujetos en el proceso de evaluación. Ellos necesitan saber lo que es una respuesta aceptable o una explicación apropiada para así poder mejorar la forma de representar y comunicar sus ideas matemáticas.

Dar un juicio general (enfoque holístico)

Otra forma de calificar el trabajo del alumno es a través de un enfoque holístico. En la práctica, una escala holística se convierte en un marco de referencia para la calidad general del trabajo del alumno. Las escalas holísticas ofrecen una gran cantidad de retroalimentación que puede generalizarse a través de muchas tareas. Un gran inconveniente en su uso regular es el nivel de decisión requerido por el docente para distinguir diferentes niveles de desempeño. Los docentes que intentan aplicar una sola escala a todas las tareas de final abierto encontrarán que, a menudo, hay poca coherencia entre los objetivos de la tarea y los de la escala. Este enfoque conlleva un gasto de tiempo para corregir el trabajo de los alumnos que, desde nuestro punto de vista, es adecuado especialmente para corregir tareas tales como ensayos, proyectos o presentaciones de clase.

Abajo se presenta un ejemplo de este enfoque que consiste en una escala general desarrollada para la evaluación de escuelas de Pensilvania. (Fuente: http://www.ncsd.k12.pa.us/pssa/math/hb_score.htm). Para tareas que requieren diferentes aplicaciones de conceptos matemáticos, a menudo se desarrollan guías más detalladas de calificación de tareas específicas a partir de esta escala general.

Escala para PSSA Matemática

5. Comprensión avanzada excelente
Una respuesta de categoría "5" representa una respuesta correcta con procedimientos correctos, cálculos correctos y una explicación escrita que apoya completamente el trabajo hecho. La excelencia se demuestra a través de un trabajo ejemplar y explicación que deja en claro que el alumno comprende completamente los conceptos involucrados en el proceso de solución. Para ciertas tareas, el alumno puede demostrar su comprensión avanzada dando una solución alternativa o más que una respuesta correcta.

4. Comprensión satisfactoria
Una respuesta de categoría "4" representa una respuesta correcta con procedimientos correctos, cálculos correctos y una explicación escrita que apoya el trabajo hecho y demuestra un nivel satisfactorio de comprensión.

3. Comprensión casi satisfactoria
Una respuesta de categoría "3" es:
- *la respuesta correcta, con cálculos, procedimientos o explicación incompletos; o*
- *la respuesta correcta, con cálculos procedimientos o explicación correctos y completos, pero con calificación incorrecta; o*
- *la respuesta incorrecta, pero el alumno ha usado una solución correcta y procedimiento (mecánico) de cálculo con una correcta explicación, pero cometió un error de cálculo o de copia que arrastró durante todo el procedimiento de solución, por eso la respuesta es incorrecta.*

2. Comprensión parcial
Una respuesta de categoría "2" es:
- *una respuesta incorrecta que contiene información necesaria (datos, números, procedimientos, etc.) para resolver la tarea sin incluir información irrelevante en el proceso de solución. Si el alumno no avanzó más o procedió incorrectamente.*
- *Un error de procedimiento es evidente en la categoría para causar una respuesta incorrecta, no un error de cálculo. Una respuesta incorrecta, pero que tiene un procedimiento correcto y ha cometido dos errores de cálculo o copia.*

1. Comprensión mínima
Una respuesta de categoría "1" es:
- *una respuesta correcta, pero con cálculos, procedimientos o explicaciones que no son ni legibles ni comprensibles o faltan o el procedimiento es incorrecto.*
- *sin respuesta o una incorrecta en la que el alumno ha dado alguna información de la solución.*

0. Respuesta incorrecta
- *Una respuesta de categoría "0" es una respuesta incorrecta en la que el alumno encara la tarea incorrectamente o da una respuesta incorrecta o incompleta con una explicación incorrecta o sin explicación del procedimiento o lógica usada en la solución.*
- *Las respuesta en blanco o respuesta fuera de la tarea son consideradas como "Respuestas incorrectas".*
- *Signos de Interrogación o "No sé" son calificadas como "Respuestas incorrectas". El alumno ha leído o mirado la tarea y ha respondido a ella.*

B. Respuesta en blanco (Sin respuesta)

- *Una respuesta de categoría "B" es una hoja en blanco, donde el alumno no intentó la tarea y no hay indicio de que la haya leído. La hoja de respuesta está en blanco o es una hoja borrada en blanco. Una hoja en blanco borrada indica que el alumno no ha leído la tarea o la intentó. Lo escrito borrado puede no estar relacionado con la tarea.*

OT: Respuesta irrelevante.

- Una respuesta de categoría OT es una respuesta fuera de la tarea-inapropiada, una respuesta irrelevante o un dibujo, etc. que no trata nada acorde o sobre la tarea. Como respuesta no da evidencia de que el alumno la haya leído.

En el próximo capítulo son provistos muchos ejemplos de formas de dar una devolución a los alumnos.

Calificar el trabajo del alumno

Comenzando en los grados superiores, generalmente los docentes dan notas a los cuestionarios y pruebas. Una nota total se da también al final de cada período (por ej, cada diez semanas). En matemática, a menudo la suma total de los puntos ganados se utiliza como una nota. Sin embargo, saber matemática es más que dominar habilidades básicas. Hay una diferencia entre obtener una "A" por demostrar más del 90% de éxito con problemas sólo de nivel 1 y obtener una "A" por demostrar más del 90% de éxito con problemas de niveles 1, 2 y 3 en una evaluación equilibrada. Si los docentes quieren que su sistema de notas refleje sus objetivos de enseñanza (habilidades básicas, conexiones, evidencia de comprensión más profunda), deberían comenzar con un plan balanceado de evaluación y también deberían ser balanceadas las tareas y pruebas de evaluación.

Cuando se diseña un esquema de notas para una prueba balanceada, es útil usar el siguiente criterio para la distribución de los puntos.

a) Para preguntas de Nivel 1 que evalúan habilidades básicas como el manejo de procedimientos rutinarios, saber definiciones, aplicar algoritmos estandarizados, usar más de la mitad del total de puntos. Si un alumno obtuvo como mínimo este número de puntos en una prueba, al menos será capaz de usar el conocimiento como prerrequisito para el próximo capítulo o clase sobre este tema.
b) Para preguntas de Nivel 2, que evalúan el conocimiento integrado para resolver problemas y las capacidades para elegir por sí mismo herramientas matemáticas, usar alrededor de la tercera parte del total de puntos. Un alumno promedio que es capaz de reproducir más de lo que se ha trabajado en clase debería obtener algunos puntos por su trabajo en ese nivel. Aparentemente este tipo de alumno obtiene entre el 65% y 85% del total de puntos.
c) Los otros puntos corresponden a preguntas de Nivel 3 en las que se requiere la generalización, el pensamiento matemático y el desarrollo de nuevas estrategias.

Como una regla general, la distribución de los puntos en una prueba también podría ser:

Nivel 1: 55%	Nivel 2: 30%	Nivel 3: 15%

Aplicar esta regla no es siempre posible o incluso deseable ya que esto depende del propósito de la prueba o del tema a ser evaluado. A veces es difícil encontrar buenos problemas de Nivel 3 para el tema enseñado, otras hay un buen problema disponible pero lleva mucho tiempo. Aparte de esto, un problema de Nivel 3 a menudo es parte de una tarea de opción múltiple, la cual comienza con cuestiones de Nivel 1 y 2 para introducir y explorar el contexto. En resumen, no aferrarse desesperadamente a una situación ideal sino realista y recién después esforzarse en la división de los puntos. Asegurarse que haya suficiente espacio y valoración de las habilidades básicas. Según nuestra experiencia, sabemos que hay una tendencia a sobrevalorar las cuestiones más difíciles y así son las que obtienen una gran parte del total de puntos. Ayudaría si se usa la misma regla general para hacer una división del tiempo necesario para responder a las cuestiones de los diferentes niveles en toda la prueba.

Cuando se fijan los puntos para los ítems y el puntaje total para la prueba, están establecidos los criterios para calificar a los alumnos. Un docente necesita establecer lo que un alumno necesita demostrar obtener ganar cierta nota. Estas normas de clase deberían ser claras tanto para los alumnos como para los padres. A continuación un ejemplo de Terri Her en Verona:

Me llevó mucho tiempo afinar la rúbrica más allá de los porcentajes, teniendo que definir el significado de cada letra de modo tal que la "A" sea verdaderamente representativa del más alto nivel de pensamiento y desempeño, la "C" corresponde a un desempeño promedio en el nivel de trabajo, y la "F" sólo sería recibida por aquellos alumnos que fallan en todas las formas de demostrar progreso en el aprendizaje o esfuerzo de ningún tipo. Esta redefinición del sistema de calificación combinó elementos de la pirámide de tres niveles (habilidades, aplicaciones, y resolución de problemas no rutinarios) y expectativas razonables para los hábitos de trabajo de los alumnos:
A= todas las habilidades básicas demostradas, la mayoría de las aplicaciones demostradas, algunas extensiones en progreso, hábito de trabajo y participación son excepcionales.
B= todas las habilidades básicas demostradas, la mayoría de las aplicaciones al menos progresando, hábito de trabajo y participación son consistentes.
C= la mayoría de las habilidades demostradas, hábito de trabajo y participación son algo consistentes.
D= la mayoría de la habilidades básicas al menos en progreso, hábito de trabajo y participación son inconsistentes.
F= no hay evidencia de progreso ni de comprensión en ningún nivel, hábito de trabajo y participación son inexistentes.

Los métodos para calificar son diferentes en diferentes escuelas. Una vez más, es importante discutir estos métodos con los colegas y usar el mismo método en todos los niveles de la escuela, tales como elemental, medio y superior.

El puntaje resumen más simple es el calculado como un porcentaje:

Ejemplo 1:
Se supone que el total de puntos para toda la prueba es 17. Entonces cada punto tiene un valor de 100:17= 5.88
Si un alumno obtiene 11 puntos, es 11 x 5.88=64.88
O de una manera más corta: 11:17 = 0.6471
Se corresponde con un porcentaje de 65%

Cualquier cantidad total de puntos para una prueba puede cambiarse en un porcentaje usando este método. Si se dan notas, de 0 a 10, el punto decimal en 64.88 puede correrse un lugar hacia la izquierda, resultando la nota 6.5.

Algunas veces, sin embargo, se dan notas entre 1 y 10 como lo muestra el siguiente ejemplo:

Ejemplo 2:
Se supone que el total de puntos para una prueba es 17. Un alumno obtiene 11 puntos. Si las notas dadas son de 1 a 10 y no de 0 a 10, hay 9 posiciones para dividir y se tiene que sumar 1 punto extra. Calcule:
(9:17) x11+1 = 6.8
Ésta se corresponde con 6.8 ó 7 si la nota se redondea al entero más próximo.

Otro ejemplo dado por una docente norteamericana fue uno donde los alumnos obtienen un mínimo porcentaje cuando se hace al menos algo de trabajo o cuando el alumno demuestra que se esforzó pero falló en obtener grados de habilidad. Esta docente nos dijo que en su escuela cada alumno obtiene al menos un 40%. Así 100% - 40% = 60% es lo que queda para dividir.

Ejemplo 3:
Se supone que el total de puntos para una prueba es 26. Si el 60% tiene que dividirse, significa que 60:26 = 2.31% disponible para cada punto.
Por ejemplo un alumno obtuvo 18 puntos por su prueba.
Su porcentaje es 40 + (18 x 2.31) = 81.58
Este se corresponde con un 82%

Comentarios finales

Este capítulo no está terminado porque el tema en cuestión está lejos de haberse agotado. Tan pronto como un docente comienza a cambiar los planes de evaluación para su clase y empieza a usar pruebas balanceadas con problemas de los diferentes niveles de comprensión, siente necesidad de cambiar su sistema de calificación. En este capítulo se da una mezcla de diferentes sistemas de calificación, con lo cual deseamos sea una razón para pensar este tema. Si los cambios son necesarios, deben conducir a mejorar la apreciación del trabajo del alumno, como escribimos al comienzo del capítulo. Los juicios sobre ciertos logros tienen un gran impacto sobre los comportamientos y el bienestar de los alumnos.

CAPITULO 12

LA PRACTICA PERFECCIONA

En el capítulo anterior se comentó acerca de que muchos docentes quieren evaluar las respuestas de sus alumnos tan positivamente como sea posible. Lo que se necesita para ese propósito es la habilidad (¡y la buena voluntad!) para comprender cómo los alumnos encuentran la respuesta al problema. Eso lleva tiempo y esfuerzo. Solamente verificar los errores en una prueba puede ser una forma rápida para lograr el trabajo corregido, pero no siempre esto da crédito de lo que el alumno hizo.

Esto no significa que todo lo que registró un alumno tiene que ser recompensado. Algunas veces, tanto el alumno como el docente saben que la respuesta dada no tiene nada que ver con el problema planteado. Desde nuestro punto de vista, recompensar tales respuestas no alienta al alumno. Ellos tienen el derecho de que se los tome en serio. Si una respuesta es completamente incorrecta o no tiene sentido, los docentes deberían hablar con el alumno y tratar de encontrar por qué dio tal respuesta y juntos buscar una solución. Plantear preguntas para guiar al alumno en la dirección de la respuesta correcta es una experiencia muy positiva para él. Esto le da la impresión que está encontrando las respuestas por sí mismo. Hacer hincapié solamente en sus errores, especialmente cuando sus compañeros están alrededor, es algo muy difícil de aceptar. Muchos de nosotros recordamos haber pasado por este tipo de situación desagradable.

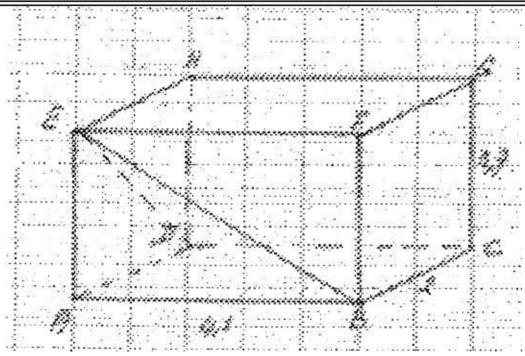
Los alumnos de la escuela media, a quienes generalmente les preocupa dar una buena impresión frente a sus compañeros, no quieren ser confrontados abiertamente con sus errores. Es bueno recordar esto, así como cuando manifiestan una actitud de "no me importa" cuando se confrontan con malos resultados en una prueba o cuando demuestran poco interés en una discusión de los resultados de una prueba.

Aunque no es placentero reconocer y admitir los errores, es una parte importante del proceso de aprendizaje. Por eso los docentes tienen que alentar a los alumnos a examinar sus errores y aprender de ellos. En este capítulo se presentarán ayudas y herramientas para hacerlo. Los docentes mismos se perfeccionan con la práctica y la experiencia de otros docentes puede resultar útil. A continuación, algunas sugerencias.

1. Los alumnos deben comprender claramente los parámetros usados para evaluar su trabajo.

Los alumnos necesitan conocer el criterio que sus docentes usarán para evaluar su trabajo como excelente, muy bueno, básico o incorrecto. Especialmente al inicio de un nuevo año escolar, es útil mostrarles cómo será evaluado su trabajo. Presentar las diferentes respuestas de los alumnos sobre un problema particular puede servir como punto de partida para una discusión en la clase. Esto sirve también como una oportunidad extra para "aprender a entender." Otra posibilidad es mostrar la solución del docente y explicar el por qué de cada paso, como se muestra en el siguiente problema:

a. Calcula el volumen de la pirámide EBCGF. Las dimensiones se muestran en el dibujo.



Solución y comentarios del docente:

- *Volumen de EBCGF = 1/3 base x altura. Demuestra que sabés la fórmula*
- *Volumen de EBCGF = 1/3 x BCGF x EF. Demuestra que sabés dónde encontrar la base y la altura de la pirámide*

Si no hay explicación sino la respuesta sola: Volumen de EBCGF= 10.1, obtenés sólo un punto por la respuesta correcta pero no todo el puntaje!

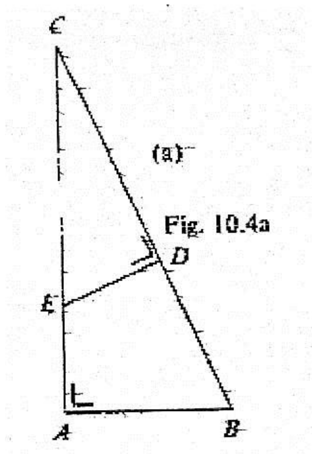
- *Volumen de EBCGF = 1/3 x (2 x 3.7) x 4.1. Uso de los números correctos*
- *Volumen de EBCGF = 10.1 (o 10.11). Redondeo a un número correcto de decimales. Aunque las medidas son dadas con un decimal, es apropiado no dar más que dos decimales en la respuesta.*

Si las unidades de medida no se dan, no darlas en la respuesta. Algunos alumnos escriben "10.1^3" indicando con el ^{3} que podrían ser centímetros cúbicos o cualquier otro número cúbico. Si hacés esto, te descontaré un punto.
En este problema no se dan unidades pero usualmente no será así. Asegurarse de escribir las unidades apropiadas para la respuesta.

2. Asegurarse que los alumnos entienden lo que tienen que hacer

En cada clase hay acuerdos implícitos de lo que significa una consigna. Por ejemplo, si la consigna es *Lee el gráfico*, no se necesita explicación; si la consigna es *Calcula*, el docente siempre quiere ver el cálculo en el papel; si dice: *Redondea* tu respuesta a dos decimales, no deberías dar uno o tres decimales, y así sucesivamente. Aparte de estos simples ejemplos aún hay suficientes posibilidades de mala interpretación, tal como lo muestra el siguiente ejemplo:

b. Aquí ves un dibujo de un triángulo. Longitud de AB=5; longitud de AC=12 y longitud de CD= 8. Calculá la longitud de CE.



Yvonne ha escrito: CE es de aproximadamente 8.6 cm
Docente: "¿Cómo encontraste esa respuesta?"
Y: "Hice un dibujo a escala y medí la longitud de CE"

D: "Pero en el problema dice: calculá!"
Y: "Bien, ¡yo hice un cálculo ya que tuve que dividir todas las medidas por 2 para mi dibujo a escala!"

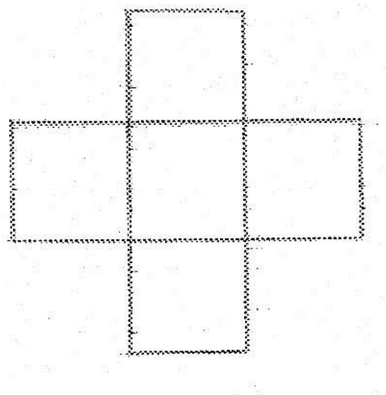
3. La discusión de los resultados no debería llevar mucho tiempo.

Si un docente puede sostener la atención de sus alumnos por cinco o diez minutos en la discusión de la prueba, ¡eso está bien! Abarcar todo con los alumnos a menudo no es muy fructífero. En su lugar, explicar sólo un problema que conduce a muchos errores y que es esencial para el contenido matemático que fue evaluado en la prueba. Discuta este problema a fondo y deje el resto. Roma no se construyó en un día, ¿no es cierto? Por supuesto que cada alumno que quiera discutir sus errores en la prueba y necesita alguna aclaración debería tener la oportunidad de hacerlo.

4. No mencionar nunca los nombres de los alumnos durante una discusión de una prueba.

Transcribir el problema que va a discutirse en el retroproyector o en el pizarrón y anotar las buenas y malas respuestas con su propia letra. Ningún alumno debería sentirse expuesto frente a la clase. Permita que todos expliquen por qué cierta respuesta fue correcta o incorrecta o que sugieran otra posible solución (correcta). Aquí, dos ejemplos.

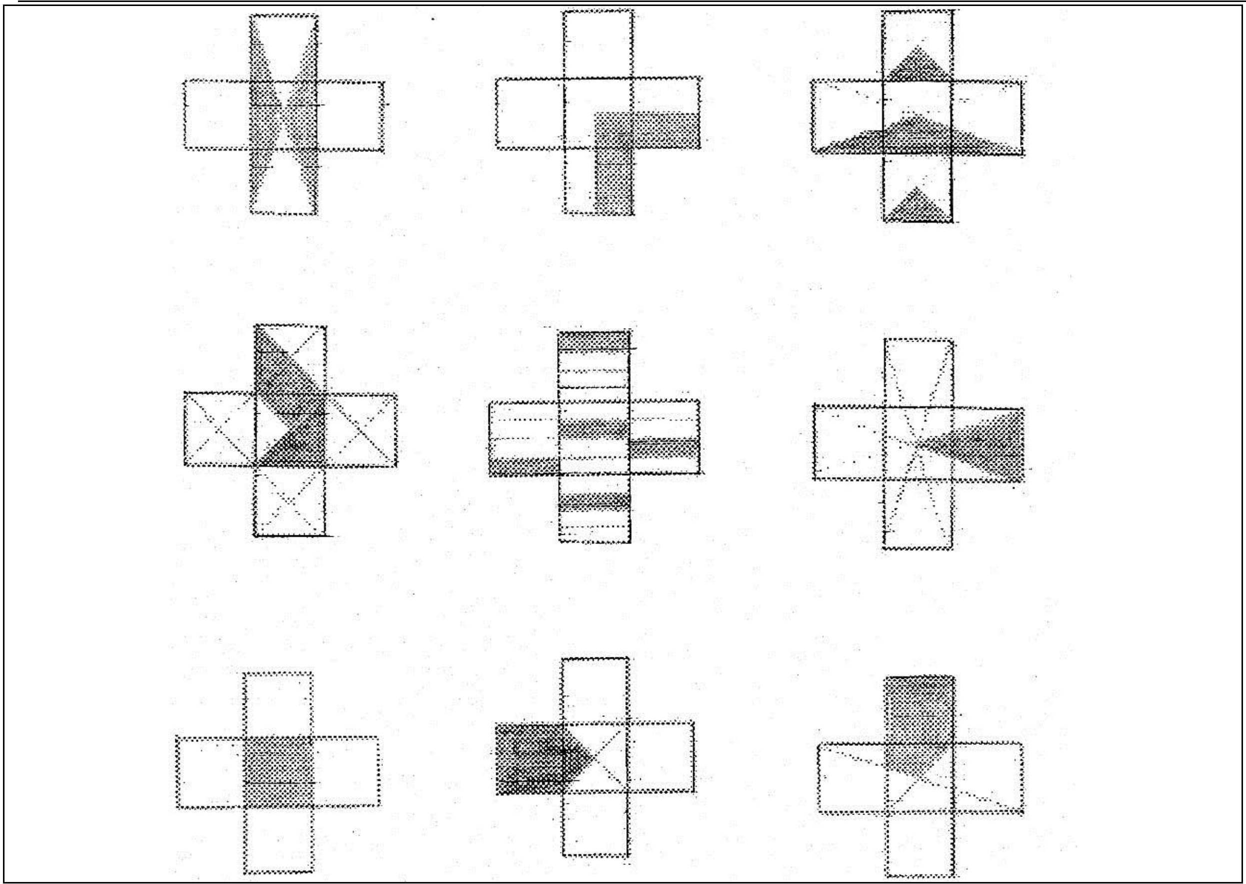
c. Pintá ¼ de este dibujo.



Edad: 10, 11
Nivel: 2
Contenido: número (fracciones)
Sin contexto

El docente mostró diferentes respuestas de los alumnos y las mostró una por una, preguntando: "¿Esta es correcta?". Los alumnos usan un dibujo en blanco para discutir las soluciones con sus compañeros.

En la página siguiente, algunas respuestas de los alumnos:



Otro ejemplo hecho al final de la escuela media:

4) ¿Qué valor de x verifica 5x – 10 = -3x + 30?
Se muestran diferentes respuestas de los alumnos y cada alumno o cada grupo de alumnos tiene que decidir si la solución fue correcta o no, y si no lo fue, dónde está el error

I.	II.	III.
$5x - 10 = -3x + 30$	$5x - 10 = -3x + 30$	$5x - 10 = -3x + 30$
$2x - 10 = 30$	$8x + 10 = 30$	$8x - 10 = 30$
$2x = 20$	$8x = 20$	$8x = 40$
$x = 10$	$x = 2.5$	$x = 5$
$25 - 10 = -15 + 30$, Verdadero		$25 - 10 = -15 + 30$ Verdadero

5. Pregunte regularmente a sus alumnos: "¿Cómo obtuviste esa respuesta?" o "¿Por qué pensás eso?"

Los alumnos aprenden a tomar su razonamiento seriamente y, además, aprenden que escribir solo un número o una palabra no es una respuesta adecuada. Para el docente que desea averiguar cómo un alumno obtuvo la respuesta, sus explicaciones pueden dar una clara visión de los conceptos erróneos. Darse cuenta de estos conceptos equivocados conduce a decisiones didácticas para mejorar su pensamiento matemático.

5) Usá tu regla para medir la longitud de esta línea.
La respuesta debería haber sido: 4 centímetros, pero Rod encontró que la longitud es 3 cm. Luego, el docente le preguntó cómo midió la línea y Rod dijo: "¡Es 3 porque vos empezás a contar de 1!"

Aquí se da otro ejemplo de alumnos haciendo problemas simples de álgebra donde el docente jamás preguntó cómo se halló la respuesta. Realmente hay aquí bastantes conceptos erróneos.

6) Calcula $\frac{3p}{5p}$ *para p = 7*

Respuesta: $\frac{3}{5}$ $\left(\frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5} \right)$

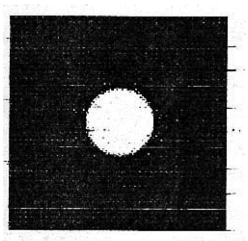
Edad: 13, 14
Nivel 1
Contenido: álgebra
Sin contexto

Uno podría decir, habilidades básicas de álgebra simple. No se necesitan explicaciones. Pero cuando el docente de todos modos, pidió a Babette una explicación, esto es lo que dijo:

- *Poné 7 en lugar de p, obtenés* $\frac{3 \times 7}{5 \times 7}$
- *Podés tachar 7 en el numerador y denominador*
- *La respuesta es* $\frac{3}{5}$

Algunas veces, realmente no es una falla del alumno cuando dio una respuesta incorrecta. Si la consigna no fue comprendida, se debería plantear de otra manera. En el siguiente ejemplo el docente no esperaba que un alumno no comprendiera la consigna.

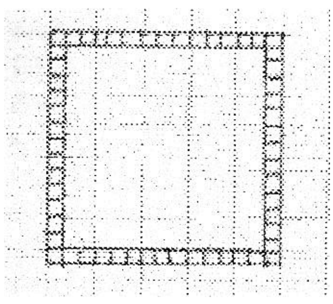
7) Daniel tiene 60 baldosas cuadradas que quiere usar para hacer un patio cuadrado. ¿Puede usar todas las baldosas? Explicá por qué sí o por qué no.



Respuesta: No, no puede, 60 no es un número cuadrado. O, no podés hallar la raíz cuadrada de 60.

Edad: 12, 13
Nivel 1
Contenido: número, geometría
El contexto es relevante, situación de la vida diaria.

Sandra, sin embargo, argumentó que Daniel podría usar todas las baldosas y mostró cómo:



La conclusión de Sandra: Daniel puede usar 15 baldosas para cada lado del patio cuadrado y *poner arena o pasto en el medio.*

Para evitar esta mala interpretación de la consigna, el docente podría dibujar un patio cuadrado de 9 baldosas y preguntar: "¿Puede ser hecho con 60 baldosas?"

6. Diferente pero bien

Un objetivo importante en la enseñanza de la matemática es aprender a elegir herramientas adecuadas para resolver un problema. Dado que los docentes deberían practicar lo que predican, deben demostrar que valoran el trabajo de sus alumnos en ese sentido. Llevará tiempo y esfuerzo antes de que se haga claro cómo un alumno encontró la respuesta. El primer paso a tomar es averiguar qué herramientas usó. El paso siguiente debería ser enseñarles a registrar sus cálculos de una manera coherente, como lo hizo Yolanda en el siguiente problema. Sin embargo, llevó a su docente bastante tiempo entender su razonamiento.

7) La familia Johnson quiere un nuevo piso para su living. Eligieron baldosas cerámicas de 25 x 25 centímetros cada una. El living tiene la forma de rectángulo, cuyas medidas son 6 metros y 25 centímetros de largo y 3 metros más 75 centímetros de ancho. ¿Cuántas baldosas necesita? Mostrá tu trabajo.

Trabajo de Yolanda:

Para un metro necesitás	*16 x 18 = 288*
Para 75 cm	*12 x 6 = 72*
Para 25 cm	*15*
En total	*375*

¿Qué hizo Yolanda? Su explicación es correcta pero para los alumnos es demasiado difícil la tarea de explicar su pensamiento.

7. Justificar por qué una respuesta es mejor que otra

Cuando se discuten las respuestas en clase, los alumnos descubrirán que una respuesta elaborada no es necesariamente mejor que otra corta, pero es más eficiente. Pero ¿cómo de corta y qué aceptará el docente? Eso es algo que también debe ser enseñado.

9) Paul tiene un dado pintado. Tres caras son rojas, dos son blancas y una cara del cubo es azul.
¿Cuál es la probabilidad, expresada como porcentaje, que Paul obtenga rojo en una tirada?

Algunas respuestas de los alumnos:

- *Un dado tiene 6 caras. Tres de ellas son rojas. Eso es la mitad del total, entonces es un 50% de probabilidad de que ruede la cara roja.*

<u>Comentario</u>: la respuesta es correcta pero lleva mucho tiempo anotarla. ¿Podría suprimirse alguna parte de la respuesta?

- *3 rojas, 2 blancas, 1 azul = 6*
  50% es la mitad = 3

<u>Comentario</u>: mucho menos texto pero no del todo correcta. ¿Por qué? ¿Podría mostrar una manera mejor de hacerla?

- *Rojo: 3 de 6, entonces 50% de probabilidad*

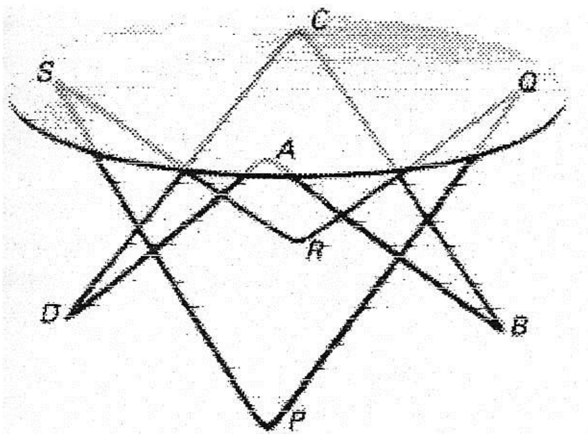
<u>Comentario</u>: buena respuesta, linda y corta.

- *Tres rojas es la mitad del total, entonces 50%*

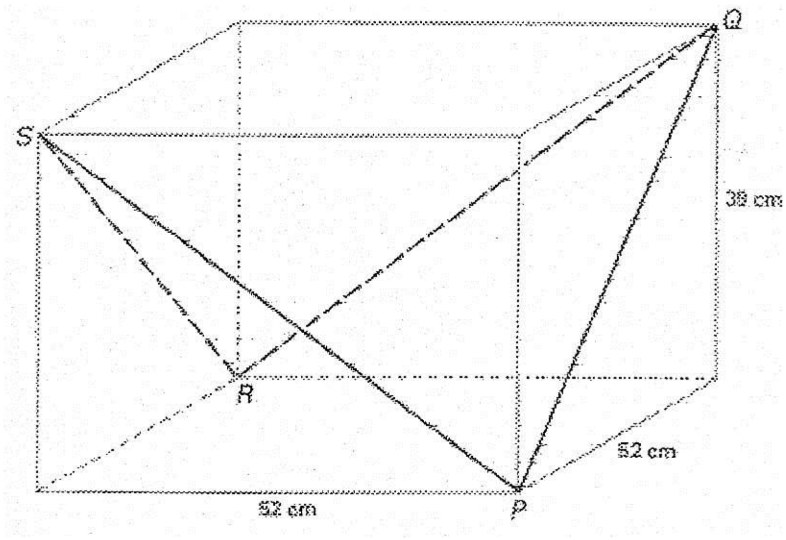
<u>Comentario:</u> buena respuesta, linda y corta.

En la resolución de problemas matemáticos, a menudo no se usa el sentido común. Esto quiere decir, por ejemplo, que queremos que un alumno piense dos veces cuando una respuesta es: "Esta golosina cuesta 15.95". Es una golosina muy cara, probablemente hubo algún error en el cálculo. Por otro lado, no queremos que los alumnos contesten esta pregunta "¿Cuántas plantas tengo que comprar?" con una respuesta como: "¡No tenemos jardín ni plantas!" Por esto es que muchas preguntas terminan al final con la advertencia: "Da las razones matemáticas para apoyar tu respuesta", o "Razona matemáticamente". Esto significa que el docente quiere un cálculo, un dibujo, razones matemáticas o una combinación de estos. Dado que esto no es automáticamente claro para los alumnos, a menudo los docentes deberían discutirlo. Cuando muchos dan una respuesta no matemática a un problema, uno debería considerar la posibilidad de que la pregunta misma fue planteada ambigüamente.

10) En el primer dibujo ves una mesa de café. Consiste en un panel de vidrio circular y una estructura metálica. El panel de vidrio está apoyado en la estructura en A, C. Q y S



La estructura metálica consta de dos partes iguales, ABCDA y PQRSP. Un modelo matemático de la parte PQRSP se muestra abajo, dibujado dentro de un bloque.
Las medidas (en centímetros) se muestran en la figura.



Sonia sostiene que en el modelo los ángulos en S y Q son iguales. Pedro no está de acuerdo. Averiguá quién tiene razón y anotá tu razonamiento.

Respuesta: Sonia tiene razón. Los triángulos PSR y PQR son iguales (triángulos isósceles), entonces los ángulos tienen la misma medida.

<u>Edad</u>: 15, 16
Nivel 2
<u>Contenido</u>: geometría
El contenido es relevante, situación de la vida diaria.

Algunos ejemplos del trabajo de los alumnos que podrían discutirse en clase:

- *Sonia tiene razón ya que todas las partes de la estructura son iguales*
- *Sonia tiene razón, de otra manera la mesa se tumbaría*
- *Pedro tiene razón, hay espacio extra en el dibujo, no podés calcular la medida de los ángulos*
- *Pedro tiene razón, yo medí los ángulos en el dibujo y son diferentes*
- *Sonia tiene razón, el bloque es simétrico*

¿Un docente debería aceptar la respuesta referida a la mesa que se tumba si los ángulos son diferentes? ¿El alumno debería calcular la medida de los ángulos?

Escuchar a los alumnos cuando discuten un problema en clase y analizar cuidadosamente sus soluciones escritas, capacita a los docentes a tomar con más acierto decisiones de enseñanza, basadas en una real experiencia de clase.