Saltando hacia adelante: un programa de entrenamiento innovador hasta 100.

Julie Menne
Instituto Freudenthal, Utrecht University
Traducción: Graciela Cohen/Ma.Fernanda Gallego

Introducción

A pesar de que el currículo de Educación de Matemática Realista ha sido recibido con entusiasmo en las aulas holandesas, muchos docentes aún sienten que los libros de texto no les dan suficiente guía en cuanto a cómo dar lecciones orales efectivas que apunten al desarrollo de estrategias de cálculo mental. Esta es una oportunidad que se pierde, pues una clase interactiva puede ayudar tanto al fuerte como al débil matemático. Además tales lecciones pueden aumentar el gusto de los niños por la matemática y proveer oportunidades para la diferenciación (Treffers 1997).

Teniendo estas metas en mente, el Instituto Freudenthal ha comenzado un proyecto de investigación en cooperación con docentes de segundo grado, para ver mejores maneras de enseñar aritmética con números hasta 100 (es típico del currículo holandés trabajar por niveles con números limitados, primero hasta 10, luego hasta 20 y más tarde hasta 100). El grupo experimental del programa de investigación abarcó a casi 200 niños de 8 clases de 2º grado, quienes alcanzaban bajos resultados en matemática. De la muestra, el 60 % tenía el holandés como segundo idioma y provenía de países como Marruecos y Turquía. Más aún, la mitad de los niños provenían de un nivel sociocultural bajo.

Al comienzo del programa el resultado de los exámenes de los niños involucrados fue muy por debajo del promedio del resultado nacional y un 40 % de ellos se encontraba dentro del cuarto más bajo, comparado con los resultados nacionales. Durante el desarrollo del programa quedó en claro que los problemas con la aritmética no eran solamente debidos a la pobre comprensión del lenguaje sino a que los niños tenían problemas con la materia en sí misma. Generalmente, los alumnos mediocres carecen de todo tipo de habilidades fundamentales, por ejemplo muchos de ellos no saben la secuencia de conteo hasta 100 y no pueden continuar escalas como "40, 50, 60..." "30, 35, 40, 45..." y "92, 82, 72". Hasta que las estructuras que subyacen en esas secuencias numéricas permanezcan en la oscuridad, será imposible desarrollar estrategias de cálculo mental abreviadas y eficientes.

Por lo tanto el programa de entrenamiento dará a los niños en primer lugar, la oportunidad de alcanzar estas habilidades fundamentales. Los problemas numéricos que solamente pueden resolverse cuando se saben estas estructuras, deberán ser guardados para la segunda mitad del programa.

En este capítulo será descripto a qué nivel los alumnos de bajo rendimiento, deberían hacer su aritmética al finalizar 2º grado (nivel deseado). La llamada "*práctica reproductiva"* (concentrada en habilidades fundamentales concernientes al concepto numérico y a las operaciones numéricas) y la llamada *"práctica productiva*" (concentrada en producciones propias), explicarán cómo lograrlo y se darán para una práctica efectiva, en los lineamientos de organización del aula. Finalmente este capítulo concluye con los resultados más sorprendentes luego de solo un año de práctica.

Nivel deseado

Al finalizar el tercer año los niños deberían manejar con flexibilidad problemas con números de dos dígitos y encontrar métodos abreviados usando la recta numérica abierta. Esto significa por un lado, la elección de una estrategia de solución dependiente de los números dados y por otro lado, el cálculo de una respuesta correcta en la menor cantidad de pasos posibles. Treffers and Buys (1999) identifican tres niveles crecientes para una estrategia mental de solución:

- Cálculo por conteo, apoyado por material concreto cuando fuere necesario.
- Cálculo estructurado, sin contar pero con la ayuda de modelos apropiados.
- Cálculo formal, uso de números como objetos mentales como un atajo y cálculo flexible sin la ayuda de material concreto o modelos.

A comienzos del año escolar se asume que todos los niños pueden resolver cálculos con números hasta 20, por lo menos contando uno por uno. Esta estrategia de conteo, sin embargo es un método pobre para calcular con números hasta 100. El método del "salto" por otra parte, provee posibilidades para maneras abreviadas de cálculo y se relaciona de manera más natural a los que los niños ya pueden hacer. Tal como calcular por "conteo" tomando el primer número como un todo y moverse hacia delante o hacia atrás en la secuencia numérica puede ser modelizado con saltos en la línea numérica. Una línea numérica abierta invita a la estrategia de saltar que se relaciona bien con la propia estrategia de los niños. Cuando la estrategia de saltar consiste en pequeños saltos, el niño calcula al nivel de las denominadas estrategias de cálculo estructurado. Este cálculo estructurado es la mínima meta para todo tipo de operación numérica. Idealmente, luego de un año de práctica todos los niños deberían ser capaces de resolver cualquier suma hasta 100, por lo menos en este segundo nivel.

Hagamos una mirada más aguda para ver qué significa esto en un contexto problemático como el siguiente: "En el colectivo hay 43 personas. En la parada se bajan 18 personas y nadie sube, ¿cuántas personas quedan en el colectivo? (Janssen et al. 1992)

Uno puede resolver 43-18 saltando 20 hacia atrás de una sola vez y luego, porque se ha ido demasiado lejos, deberá dar un salto de 2 en la dirección opuesta. También es posible realizar este cálculo de una forma menos abreviada saltando hacia atrás 10 seguido de 8 saltos de 1. La figura 1 muestra cómo estas estrategias en mayor o menor medida acortadas, pueden visualizarse en una línea numérica abierta.

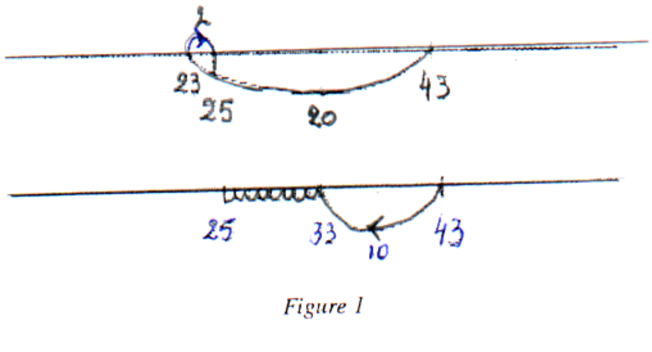

Figure 1

Por supuesto que dentro de este nivel estructurado uno puede pensar en formas intermedias para acortar el cálculo. Ocurre por ejemplo que un salto de 10 puede estar combinado con particiones usando complementos a 10. Esto puede hacerse dando una salto de 3 hacia atrás hasta 40, luego un salto de 10 hasta 30 y finalmente un salto de 5, todos en la misma dirección. Es interesante que solo el 53% de los niños holandeses de 3º grado pueden resolver este problema correctamente en un test de aritmética nacional.

Práctica reproductiva

La práctica reproductiva está identificada con procedimientos que primeramente apuntan a encontrar la respuesta correcta y luego, en la manera en que esa respuesta se encontró. Para ser capaces de calcular en el nivel 2 (cálculo estructurado) los niños deberían estar familiarizados con algunas habilidades fundamentales. Estas habilidades pueden ser divididas en aquellas relacionadas con los números y aquellas relacionadas con las operaciones con números.

Las habilidades concernientes a los números son:

- contar desde cualquier número
- ubicar los números relacionados entre sí
- identificar saltos hacia un número

Las habilidades concernientes a operaciones con números son:

- complementos a 10
- particiones de números hasta 10
- saltos de 10

En la próxima sección se darán ejemplos para entrenar cada una de estas habilidades fundamentales. Por supuesto que las lecciones reales consistirán en varias actividades para cada tipo de práctica.

Habilidades concernientes a conceptos numéricos

Contar

Como puede verse en la figura 1, para las soluciones con saltos menos acortadas, de hecho los niños están contando desde cualquier número en ambas direcciones. Por lo tanto aprender la secuencia de conteo es una actividad importante para esta práctica. A comienzos de 2º grado, aprender a contar no es más que aprender una rima. Como ya pueden contar y usar números por lo menos hasta 20, ahora comienzan a aprender una secuencia más grande para contar. Primero los niños deben aprender los 10 como hitos o puntos de referencia: 10, 20, 30, ...100, 110,...

Porque si no saben lo que viene luego de "27, 28, 29" se trabarán una y otra vez. Más aún, se necesita mucha práctica para continuar contando desde cualquier número. En este estadio se enfatiza el carácter mecánico del conteo y para este propósito actividades en el aula, como las siguientes, pueden proveer una práctica efectiva:

La maestra comienza caminando alrededor del aula contando en voz alta. En determinado momento toca a un niño, quien continúa contando y caminando alrededor del aula. Cuando la maestra hace una seña de parar, el alumno más cercano toma el turno y así sucesivamente.

Esta clase de práctica es muy eficiente ya que casi no emplea tiempo para dar instrucciones y todos los niños están participan en silencio, ya que podrían ser elegidos en cualquier momento!

Al comienzo, este tipo de "conteo cronológico" en orden es, a menudo, una práctica preferible sobre sumas como 4+5 o 15-12. Estas operaciones están basadas en la intuición, mientras que el conteo tiene un carácter mecánico. El aprender a contar se refiere a que los números del 1 al 9 están entretejidos entre lindos y redondos números (con excepción del 11,12 y 13) cuyos sonidos no encajan en el sistema. Esto es cierto también para el 14 en el idioma holandés). Sin embargo, para resolver una suma como 4+5 se deberán combinar un par de habilidades. Por ejemplo se puede pensar en dobles como 4 y 4 ó 5 y 5. Si se elige doble 4 se debe saber que "5 es más que 4"; que "4 y 4 es 8", que "8 es uno menos que el resultado final" y que "8 más 1 es 9". Si se extiende la secuencia de conteo hasta 100 o aún más, es una manera fácil de obtener algo intuitivo dentro de la estructura de la secuencia numérica, la cuál será útil posteriormente para las operaciones numéricas.

Ubicar

Al mismo tiempo que es importante que los niños aprendan la secuencia del conteo, también deben desarrollar algunas ideas de la ubicación de los números en relación con otros. La ubicación de los números es una habilidad fundamental porque fundamenta el cálculo más adelante. Cuando se puede determinar de antemano cómo un número está relacionado con otro, se puede decidir qué números (cercanos) se pueden usar, dependiendo de cuál hará el cálculo más conveniente. En la solución más corta en la figura 1 "menos 18" se convierte en un salto de 20 hacia atrás y 2 hacia delante. Para esta estrategia de solución elegida se debe saber que 18 está más cerca de 20 que de 10. Eventualmente se desea también que los niños puedan resolver "43-38" de una forma diferente de aquella mostrada en "43-18". En el caso de "43-38" desearíamos que hicieran un puente de la diferencia, yendo desde 43 directamente a 38, o la inversa desde 38 hasta 43. Al hacerlo no solamente han sido capaces de "ver" la relación entre substracción y adición. Se necesita experiencia para descubrir si puentear es en verdad la solución más corta para un cálculo dado de estimar distancias entre la posición de los números.

Durante la actividad de caminar alrededor del aula mientras se cuenta, los niños ya habrán sido capaces de descubrir algo sobre la relación de los números: comenzando con 88, llegás a 100 inmediatamente; comenzando de 18 les llevará más tiempo. Participando de tales actividades desarrollarán un modelo en una línea numérica imaginaria. Esta línea numérica se puede usar para practicar la ubicación de los números. Para que todos los niños tengan el mismo punto de vista, se llega al acuerdo que la línea va de izquierda a derecha, frente de la clase. Se establece hacia la izquierda el 0 y hacia la derecha el 100. Ahora será posible jugar "ubicando" donde los niños deberán descubrir sobre qué números están ellos o sus compañeros parados.

Kamal está parado en algún lugar sobre la línea numérica imaginaria. Sobre su sweater se ha colocado un adhesivo con el número 83, de tal forma que él no pueda verlo. Los niños por turnos le ayudan a identificar su número tan rápido como sea posible, haciéndolo mover hacia la derecha o la izquierda.
Cuando todos concuerdan que está parado casi en el número correcto, él sugiere "80"? .Muy caliente, concluye Hamdi, "90"? "Un poco alto" dice Tugba. Mientras tanto la maestra dibuja una línea numérica abierta sobre el pizarrón y lleva un registro de los números sugeridos.

Al principio no es tan importante descubrir el número rápidamente, pero es importante para el desarrollo intuitivo del niño, que puedan usar las sugerencias de los otros. Para una ubicación precisa de los números necesitan puntos de referencia, por ejemplo que 50 está a mitad de camino entre 0 y 100. Un collar con 100 cuentas que muestre la estructura de 10 en 2 colores puede mostrarse frente a la clase como apoyo. La relación entre la marca de 50 sobre la línea numérica abierta y la cantidad de 50 en el collar puede hacerse usando un escarbadientes luego de las 50 cuentas (Whitney, 1973). El más alto nivel de ubicación se alcanza cuando todos los niños pueden jugar el juego "adivina mi número" en una línea vacía en el menor número de turnos.

Saltos

Los niños deben, además, comprender cómo se construyen los números. En el proceso de saltar, se analizan las estructuras numéricas y se pueden descubrir las relaciones entre los números y los saltos. Estas actividades siguen naturalmente al proceso del conteo y son una importante preparación para las operaciones aritméticas.

Si se considera la estructura de la secuencia del conteo, es lógico comenzar con saltos de 10 y saltitos de 1. De ahora en más el número 18 puede leerse como un salto de 10 y 8 saltitos. Los niños saltan hacia los números sobre una línea numérica imaginaria sobre el piso, una dibujada en la pizarra o en un collar de cuentas. El saltar a lo largo de una línea numérica imaginaria en el piso tiene la gran ventaja que el tamaño de los números puede ser experimentado físicamente por los niños.

"¿Hacia qué número salto?" Un alumno hace 3 saltos hacia delante y uno hacia atrás. Un par de niños creen que él ha aterrizado en el 39. En el collar de cuentas o en una línea numérica abierta se pueden reconstruir los saltos para ver si ése es el caso. (Ver figura 2)

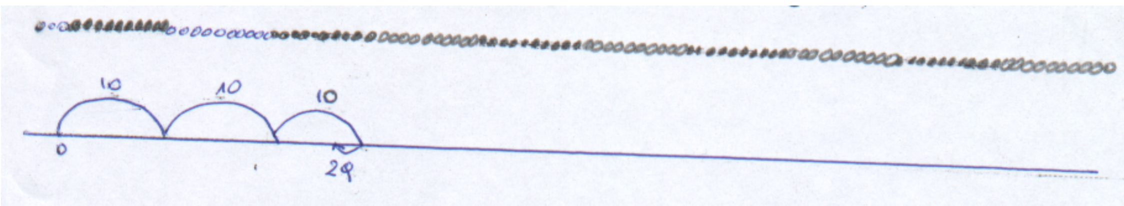

Figura 2

Luego de un tiempo se usan saltos de cualquier medida desde 2 a 9, que conducirá a mayores abreviaturas. Cuando pregunten "*Hacia que número debo saltar*?" será necesario dar la información sobre cuán grande es el salto, de lo contrario no será posible decir exactamente a qué número se refiere. Dicho sea de paso, una variación interesante es preguntar qué números son posibles con un salto, otro salto y un salto grande. Saltar hacia los números o alejarse de ellos puede desarrollar el registro de sumas relacionadas. Al principio los cálculos pueden surgir de la línea numérica abierta. El cálculo escrito puede servir como registro de la actividad de saltar. Más tarde la línea numérica abierta puede servir como un modelo apropiado para resolver sumas. En la figura 3 Sabir está saltando de diferentes formas hacia el número 45, cuando termina escribe la suma al lado.

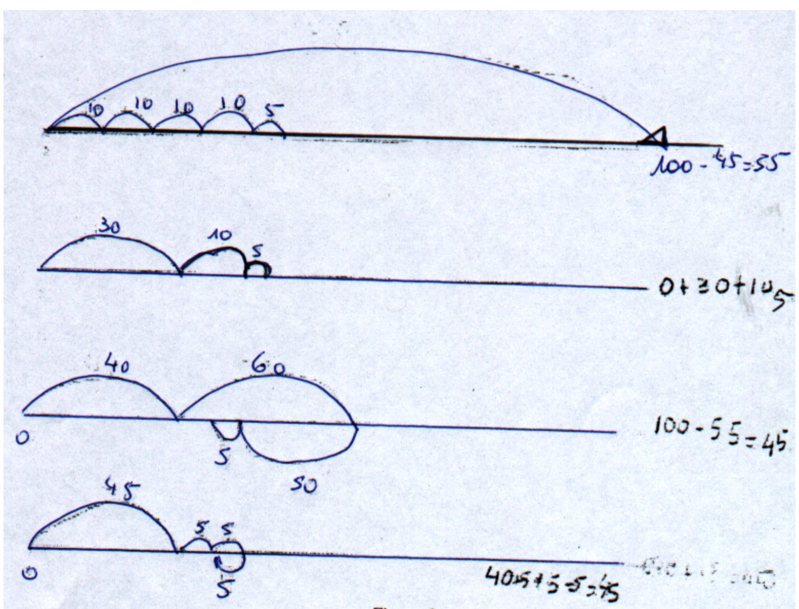

Figure 3

Operaciones aritméticas

Completando hasta 10

Durante la actividad de saltar hacia los números se ve claramente que los niños tienen cierto conocimiento de lar relaciones entre los números hasta 10 (los pares de números que juntos hacen 10).

Por ejemplo, solamente es posible cambiar tu imagen mental de 18 (cuentas del collar) cuando te das cuenta que debés dejar afuera 2 cuentas cuando tomás una segunda colección de 10. También para la suma 43-18 es necesario ver que se debe hacer un salto de 2 hacia delante después de haber hecho un salto de 20 hacia atrás. Memorizar los complementos de los números hasta 10 da muchas ventajas para los cálculos a 10 (además siempre está a mano completar 10: tenés 10 dedos, 5 en cada mano")

En los Países Bajos se usa un ábaco con 10 cuentas en la barra superior y 10 en la inferior, para ayudar a visualizar los complementos a 10. Tal como los dedos de los niños estas barras consisten en 10 cuentas con una estructura de 5 y 5. Los niveles de trabajo incluyen tocar y mover las cuentas, mirarlas y solamente pensarlas cuando se realiza una transferencia a nivel mental.

Aquí se introducen los llamados "corazones enamorados". Un par de corazones enamorados juntos hacen 10. (Menne y Veenman, 1997) (Ver figura 4)

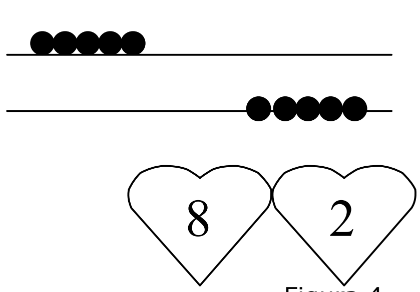

Figura 4

Cuando los niños conocen los corazones o complementos a 10, ese conocimiento se practica en una variedad de formas y es posible extenderlos hasta 100. Sugerimos para mayor práctica:

- ¿Cuánto es 10-6, 3+7 y luego 30-6, 43+7?
- Son amigos de 100: 80+20, 50+50
- Producciones propias de las familias de sumas:8+2, 38+2, 98+2....¿Quién sabe otro que encaje?

<u>Separando números hasta 10</u>

Al igual que poner 2 números juntos, existe la habilidad de separarlos o dividirlos. Los matemáticos pobres tienen muchas dificultades en memorizar diferentes formas de separar números. En el programa de entrenamiento experimental comenzamos a separar números en partes iguales. "Yo obtengo tantas bolitas como tu hermano". Esto se aplica a niños porque la división equitativa es justa y puede ser considerada como la inversa de duplicar. La noción de doble es fundamental y se encuentra en los sistemas de conteo primitivos: por ejemplo con la palabra "tres-tres" que significa seis (Zaslavsky, 1973). Cuando los alumnos hayan aprendido que 6 es lo mismo que doble tres, pueden usar este conocimiento para una división más compleja como "7 es 3 y ..."

Tal como completar hasta 10, se introducen los dobles en un contexto emocional: mellizos que ambos tienen el mismo número de bolitas o autoadhesivos. Los mellizos también se pueden derivar del marco aritmético. Cuando los niños saben lo que 3 y 3 es, se les puede preguntar la inversa: ¿Cuántas bolitas para cada uno si juntos tienen 6? El mellizo se invierte para chequear (ver figura 5)

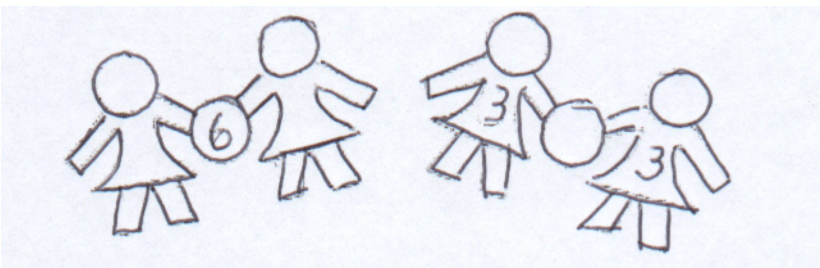

Figure 5

Durante el año escolar se extienden las actividades con dobles con ejemplos como los siguientes:

- Sumas como 4+4, 8-4
- Dobles grandes: 40+40, 200-100
- Otras sumas relacionadas: 44+4, 140-40
- El juego del doctor y el paciente medio sordo. El doctor no cree que su paciente sólo puede escuchar la mitad. Por lo tanto dice un número, por ejemplo 22 y el paciente parado en un rincón repite "11"

<u>Saltos de 10</u>

La última pero no menos importante habilidad fundamental, es saltar 10 de una vez desde cualquier número. Hay mayor eficiencia cuando la suma 43-18 puede resolverse sacando 10 al 18 de una vez y luego haciendo un salto de 10. Los niños pueden descubrir el salto de 10 en un collar de cuentas. Como apoyo adicional al aprendizaje se puede construir el llamado "10 catcher" ("agarrador" de 10). Un agarrador de 10 puede agarrar exactamente 10 cuentas. Es posible un menor número de cuentas pero entonces no haría honor a su nombre.

Cuando se quiere ir 10 más desde 21, se puede hacer esto de una sola vez. Tomar las próximas 10 cuentas y empujarlas separándolas un poco. Los niños que hagan esto repetidamente tratarán de expresar con palabras lo que observan: "constantemente tomas una cuenta del próximo color". Este descubrimiento de una estructura de patrón es crucial porque luego de un par de veces la mayoría de los niños pueden hacer saltos de 10 sin el "agarrador de 10".

En este momento se evita deliberadamente apuntar a nombrar el número de cuentas. A cambio se les pide a los niños que piensen de antemano cuántas cuentas necesitarán para hacer un salto de 10. De esta manera se estimula la transferencia a una imagen mental de la acción del "agarrador de 10". Se alcanza el objetivo cuando los niños pueden hacer un salto de 10 desde cualquier número en una línea numérica abierta.

Por supuesto el dinero también puede jugar un rol de modelo de aprendizaje en el salto de 10 por su estructura de 10. " Tenés 25 peniques en tus ahorros. Si ahorrás 10 peniques ¿cuánta plata tendrás?". Es lógico pensar en dos monedas de 10 peniques y 5 peniques más. Una nueva de 10 peniques puede ser agregada a las otras dos. El nuevo total está ahora hecho con tres monedas de 10 peniques y 5 peniques. Sin embargo no todo contexto les recuerda a los niños el dinero. Para todos los otros casos deberían aprender a hacer saltos de 10 en una línea numérica abierta.

Ejercicios tales como "sumá 10" o "restá 10" se convierten en una parte regular de la práctica de actividades tan pronto como sea posible. Gradualmente esta habilidad se extiende a cálculos como 43+11, 43-9, 43+20 y 43-18, en sumas simples como en contextos de situación problemática. Todas estas sumas pueden calcularse sobre una línea numérica abierta.

Cuando se salta en una línea numérica abierta, se pueden incluir todo tipo de sumas y restas. Los niños también pueden aprender multiplicación y división haciendo saltos repetidos. Sin embargo el objetivo final es hacer cálculos a un nivel más formal. La línea numérica abierta es solamente un modelo de apoyo. Para el salto a un nivel más alto, es muy útil el uso de una flecha (ver figura 7). Esta anotación de una flecha sigue naturalmente al salto en la línea numérica abierta, y es aún dinámica, visual y matemáticamente correcta.

$$43-18 \qquad 43 \xrightarrow{-20} 23 \xrightarrow{+2} 25$$

Figura 7

<u>Práctica productiva</u>:

Aparte de la práctica reproductiva, la práctica productiva juega un papel importante en el programa de investigación. Aquí la práctica productiva se caracteriza por sumas que los niños inventan por sí mismos, llamadas "producciones propias". Cuando se les da la oportunidad a los niños de pensar en sumas, se descubren muchas estructuras de la secuencia del conteo así como las relaciones que existen entre los números.

A través del programa se estimula a los niños a inventar la mayor cantidad de sumas posibles para su loro charlatán, Waku- Waku (Menne, 1977). De cuando en cuando, este pájaro charlatán aprende a decir nuevos números y para hacerlo parecer inteligente, los niños piensan muchas sumas con su número como respuesta. Al comienzo estos números corresponden a sumas que pueden ser hechas en un marco aritmético, pero más tarde números como 1, 2, 50 y 100 se aprenden como loros. Trabajar con el Waku-Waku estimula a los niños en una gran variedad de cálculos mentales en la práctica oral en primer lugar y luego en forma escrita.

Aprenden mucho el uno del otro cuando discuten sobre sus propias producciones. La figura 8 ilustra cómo su amigo, Waku-Waku es no solamente popular sino que provee muchas oportunidades para la diferenciación. Estos ejemplos también ilustran cómo aparece la respuesta "1", dando buenas oportunidades para enfatizar la relación entre la adición y la sustracción.

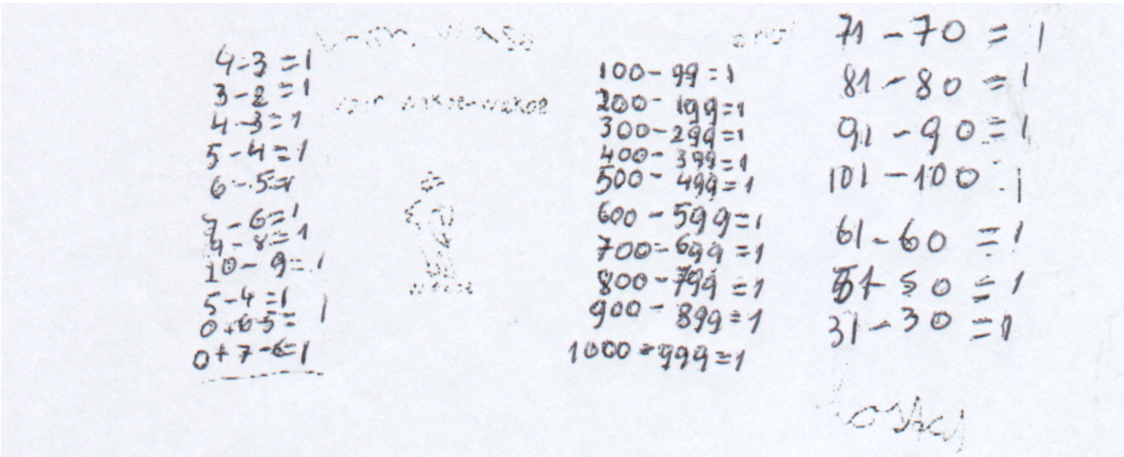

Figure 8

Organización del aula

Una clase interactiva tiene la gran ventaja que la maestra tiene una percepción directa de las habilidades de cada niño individualmente. En el caso de una respuesta incorrecta, puede inmediatamente volver al marco aritmético o al collar de cuentas para dar a los niños imágenes que pueden ser modelizadas y les ayuden a comprender. Otro punto positivo es que los niños se hacen más conscientes de lo que ya saben y qué habilidades pueden manejar en el futuro cercano.

La práctica es solamente útil si se puede dar en forma regular. Este tipo de entrenamiento de habilidades debería hacerse por lo menos tres veces a la semana durante un cuarto de hora. Habilidades fundamentales como el conteo desde cualquier número son solamente memorizadas y hechas automáticamente a través de la práctica, una y otra vez. Más aún, una variedad de actividades de práctica dará a los niños confianza y oportunidad de precalentamiento. Aprenden lo que viene después y pueden demostrar lo que pueden hacer. Idealmente cada lección de entrenamiento debería comenzar con una sucesión de ejercicios más o menos familiares. En la puesta en común, se pueden presentar las estrategias. Luego de un tiempo, modelos como los "Corazones enamorados" o los "Mellizos" desaparecen en el trasfondo y toman su lugar los hechos numéricos adquiridos.

Merece especial atención la técnica de dar turnos. Cuando la maestra dice el nombre del alumnos antes de hacer la pregunta, posiblemente la mayoría de los niños no esté pensando en nada. Para mantener la atención de todos, es mejor presentar el problema y un par de segundos para pensar y luego llamar a un alumno. Aún más, es mejor mantener la atención de los alumnos usando la voz en una variedad de formas (susurrando, usando pausas, con tono agudo o grave), en diferente tiempo y yendo de una pregunta a otra en forma flexible.

Las características anteriormente señaladas son solamente comentarios generales para orquestar las prácticas, que no solamente son efectivas sino también motivadoras, agradables y hasta excitantes. Por supuesto cada docente desarrollará un estilo personal de práctica.

Resultados

Luego de un año de enseñar y entrenar se ven los resultados preliminares: los niños en el programa experimental han hecho buenos progresos. El número de niños que inicialmente pertenecían al 25 % de los resultados más bajos en los exámenes nacionales de aritmética, se ha sido reducido a la mitad. Los mejores alumnos han simplemente mantenido su nivel de logro y en promedio, todos los niños del grupo experimental, mejoraron. Más aún, los niños actuaron mejor en sumas como 43-18 que el grupo de referencia, con el 66 % contestando correctamente. Mirando separadamente a los niños cuyo segundo idioma es el holandés, uno puede ser optimista una vez más ya que el 59% dio la respuesta correcta.

Para concluir

Cuando un programa de entrenamiento como éste forma parte del currículo en una escuela primaria, se espera que el desempeño de los niños mejore considerablemente en el cálculo, que recuperen el placer perdido y, en particular, que los niños con este segundo idioma pierdan mucha de su carga.

Nota

Un informe más extenso de esta investigación aparece en la próximamente a ser editada Ph D disertación del autor "Saltando hacia delante"

Literatura

Janssen, J. Bokhove, J.Kraemer,J-M (1992). Leerlingvolgsysteem Rekenen-Wiskunde 1 8. System for following pupils, Arithmetic Mathematic 1). The Netherlands, Arnhem: Cito. Menne, J., Veenman, I (1997)

…………………………………………………….