

Gobernador
Dr. Pablo Verani

**Presidente Consejo Provincial
de Educación**
Oscar Machado

Vocales
Elsa Ramirez de Lobo
Artemio Godoy
Virginia Tomasini

Directora General de Educación
A. Beatríz Arias de Lavayén

Directora de Nivel Primario
Lijia Bou Abdo

EQUIPO DE TRABAJO

**Secretaría Técnica de
Gestión Curricular**

Coordinación General
Nora Violeta Arbanás

Coordinación Técnica
Alicia Lucino de Bertoni

Colaboración
Sergio Galván

Tipeado
Diseño y Diagramación
Romero Biondi

**Consejo Provincial
de Educación 1997**

Indice

Primera parte	
1-Situación actual de la enseñanza de la medida en la escuela	3
2-Para ubicarnos	5
■ Objetivos de la enseñanza de la medida	
■ Conceptos matemáticos a aprender	
■ Operaciones psicológicas fundamentales en que se basa el proceso de medir	
■ Estrategias para medir	
■ Obstáculos en el aprendizaje de la medida	
■ Consideraciones didácticas para la elaboración de secuencias de enseñanza	
3-Algunas aclaraciones importantes	9
■ ¿Por qué se habla de error en las mediciones?	
■ La estimación de medidas	
■ La enseñanza de las reducciones	
■ La confusión perímetro-área, área-volumen.	
Segunda parte	
4-Ejemplos de actividades para usar en la clase	17
■ Para Nivel Inicial y Primer grado/año	
■ Para Primer y Segundo ciclos de E.G.B.	
5-Cuadro relacional de ejes temáticos	27
6-Diagrama relacional de contenidos	28
■ Superficie	
7-Anexo1: Instrumentos de medición	29
8-Anexo 2: Vocabulario	32
Bibliografía	35



«La medida es una forma de explorar la realidad y ayuda a ver la utilidad de la matemática en la vida cotidiana por los muchos contextos en que se hace uso de ella, a la vez que colabora en la construcción de conceptos numéricos, geométricos y estadísticos, propios de la matemática.»

La finalidad de este eje (Magnitudes y medida) es que los alumnos aprendan a distinguir cantidades de distintas magnitudes, seleccionar unidades adecuadas, estimar medidas, medir (utilizando el conteo, instrumentos o fórmulas) valorando el grado de precisión requerido y operar con los resultados obtenidos». (Diseño Curricular. E.G.B. 1 y 2. Versión 1.1. C.P.E. Río Negro. 1997.)

Este documento pretende sintetizar los conceptos de medida que todo docente debe conocer para la enseñanza de este tema desde los primeros ciclos de EGB partiendo de un enfoque actualizado del mismo. Por ello es que se hace especial hincapié en los errores que los alumnos suelen poseer en este tema, en la necesidad de medición concreta y experimentación en todas las magnitudes y en los conceptos de precisión y de estimación de cantidades, todo lo cual conduce al uso del pensamiento crítico y reflexivo, objetivo prioritario en la enseñanza de la matemática.

Situación actual de la enseñanza de la medida en la escuela **1**

En el tratamiento escolar de la medida se suelen cometer varios errores. El más destacable consiste en el apresuramiento por llegar a trabajar con los números, hecho que algunos autores llaman «la aritmetización de la medida», **dejando de lado la importancia de medir**. A esto colabora el uso de instrumentos «numerizados» (balanzas, relojes y cintas métricas digitales, medición de longitudes utilizando los rayos láser, etc.) lo cual hace que los alumnos no puedan apreciar la «materialización» de la cantidad a medir, hecho que sí se puede captar en la balanza de dos platillos al tener que equilibrar pesos con pesas visibles y sopesables; al construir el metro que servirá de unidad para medir longitudes; al analizar el reloj de manecillas que me permite una «apreciación visual» del tiempo que transcurre, etc.

Esta aritmetización de la medida también se vé incentivada por los docentes al pasar al rápido tratamiento del SIMELA, que si bien posee alta relevancia cultural, y un uso social indiscutido, necesita un tiempo de construcción que la escuela no se permite. Muchos de los errores que los alumnos cometen en las «reducciones» provienen de la falta de internalización de las unidades más comunes como referentes, lo cual les permi-

tiría juzgar criteriosamente los resultados que logran mecánicamente.

Se ha de reconocer también que dar problemas en que aparezcan operaciones con cantidades y reemplazo de valores en fórmulas **no implica que se esté trabajando la medida**. En realidad estos siguen siendo problemas de aritmética con que se ejercitan operaciones numéricas y no se profundiza el sentido de la medición.

Otro aspecto que, por lo general, no se discute en las aulas es la inexactitud de la medida y el rango en que es admisible dar una respuesta cuando se trabaja con instrumentos y cuando se estima. A los niños les cuesta comprender que dos o más respuestas diferentes pueden ser igualmente valiosas a lo fines de resolver un determinado problema. Los términos: *alrededor de...*; *cerca de...*; *más o menos...*; *entre a y b...*, *pero probablemente más cerca de...*; *por debajo de...*; *por encima de...*; etc., constituyen el lenguaje de la estimación y la medida y siendo de uso cotidiano no necesitan más que ser incorporados a la vida escolar.

La lectura de escalas en los distintos instrumentos y gráficos y la elaboración de las mismas tampoco sigue un proceso constructivo. Los alumnos suelen confundir el número de espacios entre marcas con el número de marcas, aún en la regla escolar, lo que complejiza la construcción posterior de escalas, por ejemplo para representar datos estadísticos o puntos en el plano (uso de escalas no lineales, ubicación de la numeración en los espacios intermedios de intervalos no en los extremos, incorrecta ubicación del 0, etc.)

El apuro por iniciar al niño en el aprendizaje de las unidades legales y de reglas mecánicas de conversión entre ellas, la falta de análisis de los métodos de medir, de las unidades pertinentes de acuerdo a la precisión requerida y de los instrumentos de medición, y el empleo de un vocabulario difuso (ver el apartado Vocabulario al final de este documento) para el tratamiento del tema, atentan realmente para una comprensión eficaz de un contenido tan relevante para la vida cotidiana, el mundo del trabajo y el quehacer en otras disciplinas.

A continuación se presenta una síntesis de los conceptos matemáticos y didácticos más relevantes vinculados a la enseñanza de la medida en Nivel Inicial y en los primeros ciclos de la EGB, aunque la mayoría de las consideraciones deberán ser tenidas en cuenta también en la enseñanza de estos temas en el tercer ciclo.

■ *Objetivos de la enseñanza de la medida:*

- Promover el descubrimiento de atributos medibles en objetos y acontecimientos, descentrándolos de aspectos perceptivos que tienden a confundir su captación.
- Comprender el significado de las distintas magnitudes.
- Comprender qué es medir.
- Comprender la necesidad de unidades y utilizarlas con propiedad.
- Usar instrumentos de medición apropiados.
- Leer y elaborar escalas.
- Estimar cantidades.
- Juzgar la razonabilidad de los resultados de la medición.
- Operar con cantidades.

■ *Conceptos matemáticos a aprender:*

- Existen atributos (magnitudes) de objetos y acontecimientos que pueden ser cuantificados.
- Medir es comparar cantidades de una misma magnitud.
- Para medir es necesario disponer de una unidad constante.
- Es posible usar distintas unidades para medir.
- A mayor unidad para una misma cantidad corresponde menor medida.
- La medición es precisa, pero por lo general no exacta. Existe un error «tolerable» para cada medición.

■ *Operaciones psicológicas fundamentales en que se basa el proceso de medir:*

Para Piaget la **conservación** de la longitud, el área, la sustancia, el volumen, etc. y la **transitividad** son dos operaciones fundamentales en que se basa el proceso de medir.

En relación con las mismas operaciones es necesario asegurar también por parte de los

alumnos la comprensión de:

- la subdivisión del todo (un todo se compone por partes agregadas);
- el transporte de la unidad elegida a otras partes de la totalidad (principio de sustitución e iteración).

En la actualidad se reconoce que un buen trabajo con **la medición puede acelerar** el desarrollo de las nociones de conservación y transitividad, más que **depender** de ellas (DICKSON, 1991).

■ *Estrategias para medir:*

Se puede medir por:

a) **comparación directa:** $a > b$ ó $a < b$ ó $a = b$, el niño opera a simple vista o por superposición de las cantidades a comparar;

b) **comparación indirecta:** el niño utiliza instrumentos (al principio el mismo cuerpo o partes de él) o la estimación (para realizar ésta última es necesario que haya internalizado «referentes» como elementos de comparación). Se distinguen dos momentos:

1. el niño utiliza un elemento b (objeto total, puede ser el cuerpo) como intermediario: $a = b$ y $b = c$ implica $a = c$.

2. el niño utiliza unidades arbitrarias y convencionales. Al inicio cubre con unidades la cantidad a medir, luego pasa a transportar una unidad iterándola.

■ *Obstáculos en el aprendizaje de la medida:*

1) Las nociones de conservación no se desarrollan todas al mismo tiempo aunque se apliquen las mismas estructuras lógicas (reversibilidad, transitividad). Piaget señala que las nociones de longitud y área son las primeras en desarrollarse (6 a 7 años), luego estarían las de sustancia o «masa» (7 a 8 años) y de peso y volumen interior (9 a 10 años). El volumen espacial estaría adquirido hacia los 11 o 12 años. Sin embargo otros investigadores sitúan en tiempos distintos estas adquisiciones, en general postergándolas.

2) La nociones de conservación de las cantidades de las distintas magnitudes en el niño suelen complicarse pues el mismo tiende a confundir atributos de los objetos tales como la forma, el material, el tamaño, el espacio ocupado, la posición, etc. con atributos medibles que no tienen que ver con ellos.

Los atributos medibles de los objetos físicos son variados (longitud, capacidad, masa, peso, superficie, abertura de ángulo, etc.) y exigen en los alumnos diversas capacidades para su captación, entre ellas el poder desvincular la cantidad a medir de otros datos perceptuales que los confunden, como por ejemplo.

- *la longitud de la configuración espacial de las líneas,*
- *la capacidad del tamaño y de la forma del objeto,*
- *la masa del tamaño,*
- *la amplitud del ángulo de la «longitud» de sus lados, de su posición, etc.*

Esto demanda procesos lógicos y psicológicos en el alumno que no se desarrollan simultáneamente, de ahí que se introduzcan las distintas magnitudes en forma progresiva en los distintos ciclos». (Diseño Curricular. E.G.B. 1 y 2. Versión 1.1. C.P.E. Río Negro. 1997.)

No todo objeto de gran tamaño es necesariamente más pesado que otro de menor volumen; un camino sinuoso puede ser igualmente largo que uno recto; la capacidad de un objeto no queda determinada por el espacio ocupado por el mismo; objetos exteriormente idénticos pueden ser de peso o capacidad desigual; etc. Descubrir estos aspectos lleva mucho esfuerzo al niño.

Afirmaciones como las siguientes han de ser trabajadas en las aulas desde el Nivel Inicial a través de situaciones problemáticas para desterrar conceptos erróneos que obstaculizan la comprensión clara de la medida:

- *dos líneas cuyos extremos están alineados son necesariamente de igual longitud (aunque una sea recta y otra ondulada, o ambas sean de inclinación desigual).*
- *dos líneas de igual longitud, pero desplazada una de otra son desiguales, siendo mayor la que posee el extremo «más lejos» o «más alto».*
- *es imposible medir líneas curvas porque no se puede usar la regla.*
- *para medir líneas curvas se mide la distancia entre sus extremos.*
- *si uso unidades más grandes la medida será más grande.*
- *cuerpos de formas y tamaños iguales poseen la misma capacidad (basándose en la percepción visual).*
- *cuerpos de igual forma pesan lo mismo (con independencia su material)*
- *si una cantidad de sustancia cambia de forma o posición cambia dicha cantidad, por lo tanto cambia su peso y volumen.*
- *al pesar 2 objetos en una balanza pesa más el que queda más alto.*
- *la partición de una cantidad de sustancia en porciones altera su peso y volumen total.*
- *lados más largos, ángulos más grandes.*
- *figuras de igual perímetro deben poseer la misma área.*
- *cuerpos de igual superficie deben poseer el mismo volumen.*
- *figuras (cuerpos) de distintas formas poseen áreas (volúmenes) distintos (aunque estén compuestas por las mismas piezas)*
- *es más grande porque es más largo (comparando superficies), ... es más grande porque es más alto (comparando volúmenes) (centración en una única dimensión).*

- *si llego primero necesariamente tardé menos* (con independencia del punto de partida).
- *si recorro el mismo espacio utilizo el mismo tiempo* (con independencia de la velocidad).
- *si corro, aunque salga y llegue contigo que caminas, tardo más.*
- *cuantos más billetes y monedas tengo, tengo más plata* (con independencia del valor de los billetes).
- *relojes distintos miden tiempos distintos. El más grande mide horas más largas.etc.*

■ **Consideraciones didácticas para la elaboración de secuencias de enseñanza**

«La medición toma su significado de los problemas que permite resolver y por lo tanto las actividades relativas a este eje deberían iniciarse y trabajarse con el planteo de problemas o preguntas pertinentes a los contenidos y propósitos de cada ciclo. Ellas pueden provenir:

- *del entorno inmediato (Por ejemplo: Este mueble es muy pesado, ¿cómo puedo saber si pasará por la puerta sin necesidad de moverlo?, ¿Me alcanzará esta cinta para los paquetes que tengo que armar?, etc.),*
- *vinculadas con otros ejes del área como el de geometría o el de estadística (Por ejemplo: Disponemos de este papel afiche para todo el equipo y necesitamos hacer los patrones de estos cuerpos ¿Cuánto papel debo dar a cada uno? o ¿Cuál es la altura (peso) promedio de los alumnos del grado?, etc.),*
- *o con contenidos de otras áreas de conocimiento tales como las ciencias naturales, la geografía o la tecnología (¿Cómo se pueden medir las fuerzas?, ¿Cómo se averiguó la distancia tierra - sol?, ¿Cómo se puede construir un termómetro? ¿Cómo realizar un mapa a escala?).*

La historia de la matemática también constituye un valioso recurso para interesar a los alumnos en los contenidos de este eje al permitirles conocer cómo llegaron los pueblos a los sistemas de medición que se utilizan en la actualidad.

El niño pequeño en principio utilizará expresiones cualitativas y absolutas para expresar propiedades cuantitativas de los objetos, por ejemplo, «es grande», es chico, es pesado», etc. El maestro de primer ciclo deberá trabajar la relatividad y subjetividad de esas apreciaciones (lo que es alto para un niño puede no serlo par otro de más edad, el tiempo "corto" de juego puede ser igual que el "largo" de estudio, etc.) llevando al alumno a objetivar sus respuestas comparando objetos y relativizando sus afirmaciones usando expresiones tales como: «...es más largo que...», «...es más liviana que...», «...cabe más que en...»; «...ocupa menos espacio que...», etc.

Posteriormente, el maestro deberá proponer al alumno situaciones (preguntas o problemas) en que estas respuestas sean insuficientes y tengan que expresar numéricamente atributos de los objetos, obligándolos así a realizar estimaciones y mediciones efectivas, eligiendo unidades convenientes, to-

mando conciencia de la necesidad de expresar la medida de cualquier cantidad explicitando la unidad utilizada...

Ligadas al desarrollo de los procedimientos de medir están las experiencias de construcción y uso de los instrumentos no convencionales y convencionales de medición: reglas, balanzas, relojes, transportadores, cuentakilómetros, etc. (lo cual prodría constituir un buen proyecto tecnológico). Es necesario que los alumnos vayan adquiriendo el uso correcto de los mismos y para ello deben comprender cómo funcionan y con que grado de precisión lo hacen. Así el alumno estará en condiciones de seleccionar el instrumento adecuado en base a la cantidad a medir y al grado de exactitud requerido por la situación planteada.» (Diseño Curricular. E.G.B. 1 y 2. Versión 1.1. C.P.Ed. Río Negro. 1997.)

Los pasos sugeridos para la elaboración de secuencias didácticas, siendo similares para todas las magnitudes, son

- plantear problemas significativos que encierren la medición del atributo a considerar.
- identificar la magnitud a medir.
- comparar y ordenar objetos (concreta y mentalmente) y utilizar el lenguaje que describa esas situaciones (éste es más pesado porque..., ... es más corto que..., etc.).
- elegir las unidades no convencionales y convencionales para medir y construir y usar modelos de las mismas
- discutir las escrituras obtenidas al medir.
- estimar medidas con diferentes unidades.
- requerir la necesidad de crear múltiplos y submúltiplos que permitan disminuir el error en la medición.
- codificar las unidades convencionales, sus múltiplos y submúltiplos.
- tratar la precisión con que se mide.
- operar con cantidades de una magnitud.

Algunas aclaraciones importantes:

1) ¿Por qué se habla de error en las mediciones?

3

La medición de magnitudes físicas en general conlleva errores. Los errores en la medición tienen varios motivos:

- **instrumentales**, ya que los instrumentos de medición poseen diferencias de calibración (dobletes, irregularidades, etc.);

- **por razones externas**, tales como ruidos, vibraciones, movimientos, variaciones de temperatura, etc.;
- **por falta de delimitación de la cantidad a medir**, por ejemplo, al medir la superficie de una mesa rectangular, sus bordes resultan irregulares (al menos vistos con gran aumento) y ni siquiera son totalmente paralelos;
- **personales**, por las diferencias individuales de cada sujeto (agudeza visual, meticulosidad, posturas, etc.)

Podrían considerarse otras causales de error, pero para el nivel que nos ocupa bastará que los niños comiencen a observar las anteriores.

Preguntas como:

¿Por qué puede salir mal una receta? (Se puede presentar una receta en que figuren por ejemplo equivalencias entre tazas y gramos, las palabras «pizca», «a su gusto», "horno regular", etc), o

¿Por qué no peso lo mismo en todas las balanzas?, podrán conducir a los niños al análisis de los aspectos citados anteriormente.

En caso de colecciones (magnitudes discretas), por más numerosas que sean siempre es posible (por lo menos desde un punto de vista teórico) determinar su cardinal como valor verdadero. No obstante, por una razón práctica muchas veces resulta conveniente realizar una estimación. Por ejemplo, calcular el valor exacto de las moléculas de agua que hay en un vaso de agua no posee interés alguno aunque se logre hacerlo. En el caso de magnitudes físicas continuas, el valor «verdadero» es imposible de determinar. Lo que se hace es utilizar criterios estadísticos para determinar el valor más probable, considerándolo como el valor de referencia (convencionalmente lo llamaremos «verdadero», entre comillas).

Desde el punto de vista físico la medida estará expresada por un número decimal con más o menos cifras después de la coma, según la precisión deseada y posible. En los casos más favorables, el número decimal es seguido de una incertidumbre, expresada con un número decimal, por ejemplo: $32,4\text{cm} \pm 0.1\text{cm}$, de ello se desprende que la medida se encuentra entre los valores $32,3\text{cm}$ y $32,5\text{cm}$.

Así al solicitar que se confeccione una pieza de longitud $(2,2 \pm 0.05)\text{cm}$ se está indicando el tamaño (2.2cm) y la tolerancia (0.05cm), de manera que los límites inferior y superior admisibles en la confección de la misma son 2.15cm y 2.25cm

Por «error» o «error absoluto» se entiende la diferencia que un valor aproximado tiene respecto del valor «verdadero» (sea real o estadístico). Cuanto más pequeña sea esta diferencia, mejor será la aproximación realizada y la medición será más precisa.

El desarrollo tecnológico colabora a disminuir el error de medición al aumentar la precisión de los instrumentos de medida.

El «error relativo» designa la razón entre el error absoluto y el valor «verdadero». Si multiplicamos por 100 esta razón tendremos un porcentaje (error porcentual), lo que facilitará la comparación de errores. Por ejemplo, supongamos que al medir el largo de una hoja de formato A4 (largo normatizado = 297 mm) lo hacemos con un error absoluto de 0,3 cm, el error relativo resultante será de $3\text{mm}/297\text{mm} = 0.010$ lo que implica aproximadamente un 1% de error en la medición realizada. (En general, como se desconoce el valor verdadero, para obtener el valor relativo se hace el cociente entre el error y el valor medido en la observación realizada).

Supongamos que me dan una cierta medida con un porcentaje de error dado ¿podré decir que el error es importante o despreciable?. En general poco podremos decir al respecto ya que a veces desconocemos qué es lo que se está midiendo y otras veces con qué precisión interesa hacerlo.

Por ejemplo, en física nuclear existen mediciones con casi el 100% de error, pero que igualmente son útiles a los fines prácticos ya que por el momento es imposible realizar otra medición más precisa con los medios que se cuentan. Por otro lado en astronomía, para ciertos fenómenos, un error relativo de una parte en 10 millones sería un error grosero. Por lo tanto el sólo enunciado del error de una observación no es suficiente para caracterizar la aproximación o precisión de la misma. Demos otro ejemplo: Sea 1m la medida de una distancia obtenida con una regla graduada que produce un error de 2mm. El error por unidad de escala será $2/1000 = 0.002$.

Si en cambio, medimos el diámetro de un alambre de 1mm de diámetro con un tornillo micrométrico que nos da un error de 0.01mm, el error por unidad de escala es 0.01. Sin embargo, en el primer caso tenemos un error por unidad de escala cinco veces menor que en el segundo.

Dentro de la teoría rigurosa de errores se puede demostrar que en el caso de sumar o restar cantidades, para una buena aproximación, debemos sumar o restar sus errores absolutos respectivos y luego calcular el error relativo del total. Por ejemplo, si hemos medido la longitud del mástil con un error de 20 cm y la del pie con un error de 5cm. El error total será (aproximadamente) de 25 cm y el relativo lo obtendremos de dividir 25 cm por la longitud del mástil más la del pie.

2) La estimación de medidas

«Mediante la estimación resolvemos muchísimos de los problemas cotidianos donde las respuestas numéricas exactas no son necesarias. Por ejemplo solemos responder estimativamente a las preguntas cuántas personas asistieron al acto o cuántos metros de tela se necesitan para los cortinados? con valores que calculamos en base a comparaciones mentales con unidades que tenemos interiorizadas, como cierto aprecio del lugar que ocupan 5 o 10 personas lo que nos permite juzgar cuántas ha habido en el salón en base al lugar ocupado por todas o la idea de metro cuadrado para la cantidad de tela necesaria.

La estimación de medidas (que no consiste en adivinarlas...) ha de ser trabajada desde el primer ciclo, procurando que el alumno compruebe siempre que sea posible la razonabilidad de sus apreciaciones, a efectos de ir mejorando esta capacidad que se pretende llegue a usar en forma habitual para obtener información con rapidez, o cuando ésta sea poco accesible por otros medios, o para evaluar resultados.» (Diseño Curricular. E.G.B. 1 y 2. Versión 1.1. C.P.Ed. Río Negro. 1997.)

En este documento, la estimación está referida a los juicios que pueden establecerse sobre el valor de una determinada cantidad (continua o dicontinua) o bien sobre la valoración que nos merece el resultado de una medición.

La estimación de medidas es un proceso mental que se basa en el conocimiento internalizado de referentes y unidades de medida convencionales.

La comparación es la operación básica de la estimación de medidas. Esta comparación se hace asociando la cantidad a estimar directamente con alguna unidad o referente (presente o no).

Cabe aclarar que para estimar, siendo éste un proceso mental, se necesita tener internalizada la unidad de medida o el referente. Esto tornará la estimación operativa en tanto el sujeto será capaz de reconocer e identificar cantidades cuya medida sea aproximadamente la de cada una de estas unidades o referentes. Los referentes son objetos usuales (tazas, baldosas, goteros, cuadras, etc.) o partes de nuestro cuerpo (dedos, brazos, palmas, pies, etc.) con los cuales es posible establecer una correspondencia con las unidades convencionales (metro, $\frac{1}{4}$ kilo, 25 cm, etc.). Por ejemplo:

- un azulejo tiene aproximadamente 15 cm de lado.
- una cuadra equivale aproximadamente a 100 m.
- una taza de desayuno al ras de harina contiene aproximadamente 150g.
- una cuchara sopera al ras de azúcar se aproxima a 15g.
- una taza de desayuno llena de agua se aproxima a un cuarto litro.
- un pie equivale aproximadamente a 30cm. (El pie como unidad convencional mide 0.3048m).
- cinco naranjas medianas pesan cerca de un kilogramo.
- un palmo (distancia entre el pulgar y el meñique de la mano extendida y abierta) redondea los 20 cm.
- una puerta mide alrededor de dos metros de altura. Etc.

En el libro de Segovia (1985) se cita a Siegel, Godsmith y Madson quienes proponen un modelo de todas **las posibles estrategias de estimación** de cantidades de magnitudes discretas y continuas (fueron tomadas de su investigación sobre 140 alumnos de 2do a 8vo año y a 10 adultos). A continuación mencionamos los procesos básicos que al combinarse dan lugar a esas estrategias:

- 1) conjeturar, los niños hacen una conjetura sobre el resultado.
- 2) explicar su estimación realizada «a ojo» fundamentada en la percepción de la cantidad.
- 3) usar un intervalo en donde sitúan a la cantidad.
- 4) comparar con un referente que es aproximadamente igual a la cantidad que se plantea.
- 5) comparar con una unidad de medida interiorizada.
- 6) fraccionar la unidad de medida cuando la cantidad a estimar es menor.
- 7) reiterar mentalmente la unidad sobre la cantidad a estimar hasta agotarla.
- 8) estimar una parte, pero sin llegar a utilizar el número de partes para la estimación de la cantidad total (pseudodescomposición).
- 9) descomponer y componer la cantidad, estimando el valor de una parte y multiplicándola por el total de partes.

Para formular **actividades de enseñanza de la estimación**, Bright (1976) propone se trabajen todas las combinaciones posibles teniendo en cuenta la presencia o no del objeto (sólo se dispondría de una imagen mental) al que hay que estimar su medida y la presencia o ausencia de la unidad que sirve como elemento de referencia. Existen dos situaciones que atravesarían las posibles combinaciones dando por resultado 8 posibilidades:

- 1) Dada la unidad estimar la medida del objeto.
- 2) Dada la medida estimar a que objeto corresponde.

A continuación presentamos dos cuadros que ejemplifican las mismas:

		Objeto Presente	Ausente
Unidad	Presente	Estimar cuántos pies mide este zócalo.	Estimar cuántos pies mide mi cuadra.
	Ausente	Estimar cuántos litros entran en esta jarra Presente	Estimar cuántos litros entran en el barril del fundote
		Objeto	
¿Se Unidad debe enseñar a estimar?	Presente	Estimar qué objeto de la clase mide tres pies de ancho	Estimar qué ventana de mi cocina mide unos 5 palmos de alto.
	Ausente	Estimar qué recipientes de los aquí presentes miden cerca de medio litro.	Estimar de los objetos que enuncio en cuáles caben entre 1 y 2 litros.

Para que la estimación no sea una simple adivinación es necesario que se la trabaje en el aula. Por fuera de la escuela son múltiples las formas en que al niño se le requiere su uso a diario: ¿me alcanzará este papel para mi dibujo?, ¿serán suficientes estos caramelos para mis amigos?. Pero resulta ser la escuela desde el Nivel Inicial la que puede hacer progresar realmente en los procesos que el alumno utiliza espontáneamente para estimar, como suelen ser la conjeturación global o la respuesta visual, y mejorar así sus estimaciones. Preguntas tan simples como:

-¿Quién del grupo tiene más caramelos? no requiere del niño en general de un cálculo exacto. Una simple mirada basada en la percepción de la cantidad y del espacio que ella ocupa puede resolver el problema. Pero el hecho de hacer comprobar si la afirmación realizada es correcta obligará al niño a contar (midiendo la numerosidad de cada conjunto de caramelos) y evolucionar tanto en el cálculo exacto como en el estimativo.

-¿Cuánto te parece que pesa una pelota de fútbol en relación con una de paleta?. Análogamente el niño podrá arrojar un valor que será fácilmente corroborable pesando ambas pelotas, a la vez que va tomando conciencia de la importancia de tener referentes que le permitan comparar.

-¿Cuántos saltos podrás dar en un minuto? ¿Todos los niños de tu edad darán el mismo número de saltos en un minuto que tú?. ¿Por qué?. ¿Alrededor de cuántos saltos pueden dar la mayoría?. El uso de la estadística nos ayudará a contestar esta pregunta.

En los años más avanzados algunas situaciones requieren la anticipación de resulta-

dos de medidas que están dadas por fórmulas (por ejemplo, de superficie o volumen) o por enunciados matemáticos (por ejemplo, el teorema de Pitágoras o el de Thales). En estos casos se está en presencia de la estimación indirecta de medidas, en la cual convergen procesos de estimación de cálculos y de medida combinados.

3) *La enseñanza de las "reducciones"*

La enseñanza de las reducciones deberá realizarse con posterioridad a la comprensión de las unidades convencionales y sus relaciones. El niño debe llegar a comprender que lo que se busca con ellas es **conservar la cantidad expresándola en forma diferente, lo que equivale a usar distintas unidades para medirla.**

Un principio que el alumno debe tener adquirido sólidamente previo a esta tarea **es que del tamaño de la unidad depende el valor de la medida de la cantidad en cuestión.** Por ejemplo, supongamos que la unidad «a» es la mitad de la unidad «b», al medir la misma cantidad (llamémosla C) con ambas unidades resultará que la medida resultante de aplicar a será el doble de la obtenida al aplicar b.

En símbolos: $med_a C = 2 med_b C$.

Este es el criterio utilizado al «reducir» una cantidad expresada en una unidad a otra. Para ello se hace necesario establecer una compensación entre la variación de la unidad -a una más grande o más chica que la dada- y la medida obtenida de modo que la cantidad se conserve. Ejemplos:

a) Sea expresar 3 litros en centilitros. Al utilizar cl en lugar de litros utilizo una unidad 100 veces menor que el litro (la divido por 100), luego la medida va a ser 100 veces mayor, lo que se expresa como $3l = 300cl$.

b) Si en lugar de usar una unidad menor mido la misma cantidad pero con una mayor, por ejemplo kilolitros, obtendré $3l = 0.003kl$, ya que siendo la unidad 1000 veces mayor que el litro (la multipliqué por 1000 en su tamaño), la medida original 3 va a quedar dividida en 1000 partes.

Es decir, que antes de comenzar a inferir las reglas mecánicas de «movimiento de la coma», es necesario hacer que el alumno comprenda la siguiente relación : **En una cantidad expresada en una unidad dada, si divido la unidad por n, la medida quedará multiplicada por n, o viceversa, si multiplico la unidad por n la medida quedará dividida por n, sin que la cantidad se altere.**

Evidentemente este proceso estará bastante allanado si los alumnos han hecho un buen trabajo con el sistema de numeración decimal donde valen las mismas reglas, pero igualmente el trabajo con éste último y con el SIMELA con simultaneidad, ocasionará

beneficios mutuos de comprensión de ambos sistemas.

4) La confusión perímetro-área, área - volumen

Muchos son los autores que hoy día ponen énfasis en destacar esta situación que se da frecuentemente en los alumnos, aun de los ciclos mayores de escolaridad y en los adultos, adjudicándole distintas razones, entre ellas psicológicas y didácticas.

Dentro de las razones psicológicas citan:

- el hecho de que el perímetro es unidimensional mientras que el área exige la coordinación de dos dimensiones y el volumen de tres;
- la tendencia a llevar a modelos lineales (en particular a pensarlas como magnitudes directamente proporcionales) las relaciones lado-perímetro, perímetro-área, área volumen, por lo cual los alumnos no admiten que manteniéndose estable el perímetro se puedan obtener áreas distintas (mayores o menores que la dada) o que al duplicar un lado de un cubo se octuplique su volumen en lugar de duplicarse. A través de la resolución de problemas variados sobre figuras y cuerpos concretos el alumno deberá constatar el tipo de dependencia entre la variación de un lado y el perímetro en distintas clases de figuras y la independencia entre la variación del perímetro y el área de una figura y, más adelante, entre el área y el volumen de un cuerpo.

Dentro de las razones didácticas se señalan:

- la falta de tiempo de construcción (partiendo de la exploración en el plano concreto) de las nociones de perímetro, área y volumen, y el apuro por pasar a las fórmulas.
- el uso de pocos recursos que permitan visualizar las diferencias de estos conceptos contrastándolos tales como el geoplano, el papel punteado o cuadriculado, las varillas articulables, el desarrollo de cuerpos, la construcción de cuerpos a partir de caras, el sellado de las caras de un cuerpo, la búsqueda de cuerpos equivalentes trabajando con bloques o ladrillitos pero de formas distintas y cálculo de la superficie de cada cuerpo, etc.
- la insistencia en presentar las figuras o cuerpos dibujando su contorno y no destacando su interior.

Segunda parte

Ejemplos de actividades
para usar en la clase

■ *Para Nivel Inicial y Primer año*



Para el tratamiento inicial en las aulas de las distintas magnitudes se aconseja leer a Z. Dienes y E. Golding: «Práctica de la medida». Cap. 2 del tomo 3 de la colección Exploración del espacio y práctica de la medida. Ed. Teide. Pág. 55 y siguientes. Ellas deben considerar el uso de vocablos de medición global, la comparación, el ordenamiento, la clasificación y la medición efectiva. Ejemplos:

● *para longitud:*

- Comparar objetos según su longitud en forma directa e indirecta con sogas, varillas, etc.: ancho puerta-ancho ventana, perímetro cabeza- perímetro cintura, ancho y largo de una baldosa, etc.
- Comparar caminos de distinta formas (rectos, curvos y quebrados), por ejemplo: caminos dibujados en el piso o en el pizarrón.
- Estimar la longitud de dos objetos (en una misma unidad y en unidades distintas) y luego comprobar.
- Ordenar objetos teniendo en cuenta su longitud.
- Obtener longitudes equivalentes a una dada.
- Medir objetos o distancias utilizando unidades no convencionales (teniendo el número de unidades suficiente para recubrir la longitud a medir o no permitiéndoles más que el uso de una, para que deban trasportarla iterándola).
- Para investigar: ¿Cuántos pies/manos entran en un metro?
¿Hasta dónde puede estirarse una banda elástica?
¿Quién puede hacer la torre más alta usando 10 vasos de cartón, 8 bloques o 20 ladrillitos? (Construye y compara las torres).
Diseña un cartel que ajuste exactamente a una lata para usarla de lapicero.

● *para tiempo:*

Esta magnitud presenta mayor dificultad de captación porque no puede ser observada directamente como propiedad de los objetos, sino que ha de medírsela a través de instrumentos especialmente fabricados a tal fin: relojes, calendarios, etc. El tratamiento inicial estará advocating a la captación por parte de los niños de la existencia de ciclos y sucesio-

nes temporales, es decir que existen sucesos que acontecen en un orden temporal dado y que entre dos sucesos median intervalos de tiempo cuya duración interesa apreciar, es decir medir. Algunas actividades para el aprendizaje de ésto último son

- Comparar duraciones de canciones, sonidos, etc.
- Utilizar relojes de arena, velas graduadas, canciones, conteo de palmadas, movimiento de un péndulo, etc. para comparar la duración de distintas acciones.
- Utilizar el calendario (primero semanal, luego mensual) como manera de graficar el tiempo transcurrido.
- Utilizar el calendario mensual para contar hacia adelante y hacia atrás; encontrar el día, identificar el día anterior y el siguiente. Marcar las vacaciones y días festivos. Los alumnos que cumplen años en el mes hacen un dibujo que se cuelga o pega en el calendario.
- ¿Cómo repartes tu día?. El niño comenta secuencialmente sus principales actividades en el día y compara con las de sus compañeros.

- ***para unidades discontinuas:***

- Presentar en láminas o por retroproyección conjuntos con determinada cantidad de elementos iguales y con diferentes distribuciones (rectas, circulares, apiñadas, esparcidas, etc; con puntos, rayas, lápices, tapitas de botellas, etc.) por breves instantes (1 o 2 segundos) para que los alumnos estimen la cantidad de elementos de dichos conjuntos (se comenzará con menos de 10). Una vez realizada las estimaciones los alumnos podrán contar los elementos.
- Estimar el número de determinados materiales que haya en la clase en diferentes posiciones: paneras (apiladas), lápices (en el lapicero), tijeritas (distribuidas en el centro de la mesa), carteles, libros, azulejos, ladrillitos, etc. y verificar la razonabilidad de la estimación contando.
- Mostrar a los alumnos la posibilidad de estimar por partes. Por ejemplo: si tienen que estimar un grupo de 12, tomar uno de 4 y tratar de pensar cuantas veces entra en 12.
- Estimar el número de peladillas que entran en un frasco pequeño o caja, transparentes.

- ***Para primer y segundo ciclos de EGB***

A continuación se presentan problemas que pretenden ejemplificar el trabajo con distintas magnitudes desde la óptica de este documento. Estos problemas promueven el uso de diferentes estrategias y soluciones a la vez que permiten poner en evidencia los distintos niveles de comprensión y comunicación matemática de los alumnos al solicitarles pongan en acción procesos y den justificación acerca de los mismos y de sus respuestas. No se los ha identificado por ciclo pues la mayoría pueden ser presentados en todos,

esperando lógicamente soluciones más elaboradas a medida que avanzamos en los años de escolaridad.

1) Mucha gente se saca los zapatos para pesarse. Encuentra tu peso con y sin zapatos. ¿Qué diferencia obtienes? ¿Y si te sacas la campera y el pullover? ¿Y si te sacas la campera, el pullover y la gorra? ¿Qué has descubierto?

2) Pon una esponja seca en un platillo de la balanza y equilibra la misma con cubitos o clavos o crayons, etc. ¿Cuántos elementos has usado?. Ahora sumerge la esponja en agua y repite la operación ¿Cuándo pesa más la esponja? ¿Por qué? ¿Qué significa la diferencia de peso?. Trata de investigar qué es más pesado: una planta antes o después de regada; la nieve o el hielo antes o después de derretirse; el huevo antes o después de su cocimiento?. Piensa otras actividades que ocasionen cambios en el peso de un objeto.

3) Las frutas y vegetales a menudo se venden por kilogramos. Sopesa una naranja o una manzana. ¿Cuántas entrarán en un kilogramo?. Constata con una balanza. Ahora corta el kilogramo de frutas en diferentes partes? ¿Seguirán pesando un kilogramo?. Haz una lista de frutas y verduras que se vendan según su peso.

4) A los niños les gusta jugar arrojando sus bolsas de arena al aire. Con ello pueden determinar quien la arroja más alto, sin tener en cuenta desde donde la arroja cada alumno. Si en cambio situamos a los alumnos frente a una línea de largada y hacemos que arrojen sus bolsitas o deslicen sus autitos podremos hacerles ver claramente quien llegó más lejos (quien arrojó la bolsita o deslizó el auto a mayor distancia) hecho que es posible discutir y comprobar utilizando pasos, palmos, varas, reglas, etc. Es posible que de esta tarea surja la necesidad de submúltiplos de la unidad tomada para obtener mayor precisión en las medidas.

5) Para mejorar la captación de longitudes se sugiere la siguiente actividad: Cada pareja de alumnos recibe una cinta de cartulina de un metro donde de un lado están marcados los centímetros y decímetros mientras que el otro lado está en blanco. Uno de los alumnos (A) sostiene la cinta con la escala hacia él, pinzándola con sus dedos en dos puntos a elección. El compañero (B), de cara al lado en blanco de la cinta, deberá estimar la distancia que media entre los puntos señalados. A podrá dar pistas a B acerca de su primera estimación («demasiado corta/larga») para que la revise. Anota en cada caso tus estimaciones y el valor de lectura en el metro. ¿Mejoras con el ejercicio?.

Para los mayorcitos podemos agregar: Realiza una estimación de la altura de tu frasco de cola (goma, lápiz, cartuchera, cuaderno, banco, etc.) con un error menor al 10%.

6) Los alumnos requieren de frecuentes experiencias con una variedad de unidades de medida. En la vida cotidiana resulta sumamente práctico el poder relacionar objetos familiares con unidades establecidas para utilizarlos como referentes. Por ejemplo: kilos con tazas; litros con vasos; mililitros con cucharitas; metros cuadrados con cuadernos; longitudes con lados de baldosas o palmos, etc. Los alumnos podrán hacer una vitrina con sus hallazgos poniendo en exhibición los objetos o sus nombres con sus equivalen-

cias. Por ejemplo:

- 1 kilogramo de harina 5 tazas de desayuno llenas al ras.
- altura del techo de una habitación al alto de dos personas 2 x 1.70m
- una cuchara sopera llena de azúcar 20g.
- una baldosa del aula 400 cm². Etc.

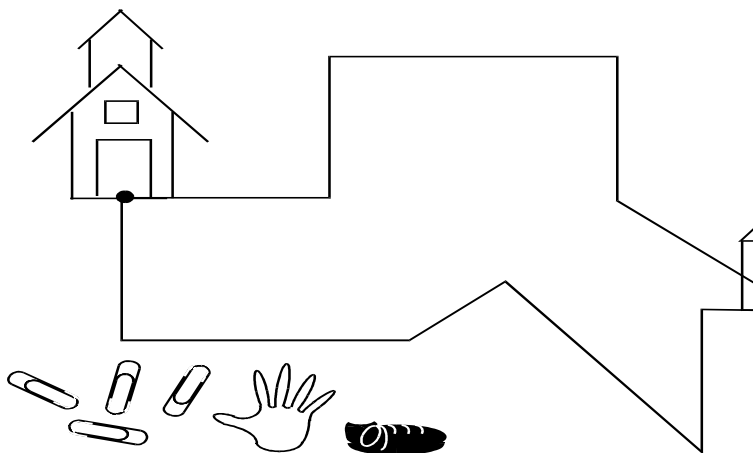
7) El maestro, luego de hacer observar los inconvenientes de medir longitudes mayores (zócalo del aula, largo del pizarrón, altura de los alumnos, etc) con la reglas escolares de 20 ó 30cm, propone a sus alumnos «En grupos de dos, construyan con estas bandas de cartulina que les doy (sin graduación alguna) un metro idéntico al que tengo (que sí está graduado en cm y dm). Tendrán dos metros de modelo: uno pegado en el pizarrón y el otro en mi escritorio. No pueden llevarse estos metros (ni traer las bandas), pero pueden extraer de ellos todas las informaciones que consideren necesarias.

Una vez terminado de construir su metro, deben llevarlo y compararlo con los patrones para ver si lo han hecho bien».

8) ¿Por qué la insistencia de medir a partir del 0? Lo que importa en realidad al medir longitudes con regla es encontrar la diferencia de unidades entre la medida del extremo inicial y del extremo final. Al ubicar el cero en el extremo inferior, la diferencia da exactamente el valor correspondiente al extremo final de la longitud medida cuya lectura es inmediata. Sin embargo, los alumnos han de aprender a medir no sólo de izquierda a derecha, sino también en sentido contrario y no sólo partiendo del cero sino de cualquier punto de la regla (el cero suele ser un punto de desgaste habitual en las reglas poco cuidadas de nuestros chicos). Por lo tanto resultará conveniente darles a los alumnos «reglas» marcadas en centímetros, pero que no comiencen con 0. Los alumnos deberán hacer mediciones reiteradas de distintos objetos partiendo de diferentes números y tomando registro del punto de inicio y término (con distintos sentidos) en su regla y calculando la distancia que media entre ellos. Por ejemplo, saliendo de 1 llegué a 5, luego la distancia es de 4 cm pues 1 más 4 es 5. Salí de 10 y fui para atrás hasta 7, luego la distancia es de 3 cm, pues 10 menos 7 es tres.

Atención que escribir el 0 a la derecha importa! Cuando realizamos una medición y escribimos 1.80m estamos indicando que nuestra regla está graduada en cm y que el error admisible no puede superar 1 cm, en tanto que al escribir 1.8m indicamos que nuestra regla está graduada en dm y por lo tanto el error tolerable es de menos de 10cm.

9) ¿Qué sendero es mayor?. Conviene dibujar diferentes trayectos (rectos, quebrados, curvos) entre dos puntos en el piso o en cartulina de gran tamaño, así los niños pueden trabajar en equipo y discutir sus descubrimientos y acciones.



Este problema puede complejizarse pidiéndole a los alumnos que describan con palabras trayectos no lineales (lo que va a implicar el uso de medidas angulares) o que los dibujen de acuerdo a instrucciones dadas.

10) Conociendo tu cuerpo:

- ¿Cuántos "dígitos" forman tu "palmo"? (Averigua en el diccionario en que consisten estas medidas antiguas).
- ¿Cuántos de tus "palmos" tiene tu "codo"?
- ¿Cuántos "palmos" entran en tu "pie"?
- ¿Cuántos "palmos" entran en tu envergadura?
- ¿Cuántos "palmos" entran en tu altura?

Trabaja en pareja con un compañero para ayudarse mutuamente cuando lo necesiten, y tomen nota de los resultados para compararlos entre si y con los de los otros compañeros.

¿Encuentras algo que te sorprenda?. Saca todas las relaciones posibles entre tus medidas y las de tus compañeros.

11) Tienes que pasar el escritorio de la maestra por la puerta ¿puedes hacerlo?. Justifica tu respuesta.

12) Describe cómo se podrían resolver estos problemas. ¿Las respuestas serían exactas o estimadas? ¿Por qué?.

¿Cuántos alumnos hay en tu escuela?.

¿Cuántas palabras hay en este trozo de papel?.

¿Cuántos kilómetros tendría un segmento dibujado con la tinta de una birome nueva?.

¿Cuántas hojas de césped hay en un metro cuadrado de jardín?.

¿Cuántos copos hay en una caja de cereal?.

- ¿Cuántos caramelos hay en una bolsa grande de caramelos Sugus?
- ¿Cuántos centímetros cuadrados se pueden colorear con un crayon nuevo?
- ¿Cuántos cabellos tienes en tu cabeza?

13) Divididos en grupos de tres alumnos, dos mantienen una conversación telefónica y el tercero es el empleado que debe cobrar la llamada.

Discutir de antemano: ¿cómo se medirá el tiempo? (unidades, instrumentos, costo por unidad, forma de pago, etc.).

(Un trabajo análogo se puede realizar con el envío de correspondencia averiguando los costos en el correo).

14) Una vez por semana el maestro pone un objeto sobre su escritorio. Cada día de la semana aparece una pregunta que tiene que ver con él. Los alumnos la contestan en un papel donde figura su nombre. Al final de la semana se analizan las respuestas, se hacen las comprobaciones y se ven los «ganadores». Ejemplos de preguntas a realizar por el maestro:

Lunes: ¿Qué altura tiene esta bolsa (florero, carpeta, lapicero, etc.)?

Martes: ¿Cuál es el peso de esta bolsa?

Miércoles: ¿Cuántos cubitos (ladrillitos, caramelos, etc.) caben en ella?

Jueves: ¿Cuánto papel se empleó en su confección?

Viernes: ¿Quién estimó correctamente?

15) Vicky desea hacer una tarta para sus amigas y encuentra recetas con los siguientes ingredientes:

- | | |
|---|--|
| <p>1) 2 tazas de harina
1 cucharada de azúcar
un pan de manteca
agua fría
2 cucharadas de jugo de limón
una lata de peras
nueces
azúcar negra</p> | <p>2) manteca, 125g
azúcar, 125g
huevos, 3
harina, 150g
fécula de maíz, 50g
polvo de hornear, una cdita.
sal, una pizca
crema de leche, 5cdas.
cerezas, 300g</p> |
|---|--|

Vicki está dubitativa a raíz del costo ¿le podrías ayudar a calcular cuál de las dos recetas es más económica?. ¿Encuentras alguna dificultad para hacerlo?. Busca la información que necesites.

16) El diario puede ser una fuente inagotable de problemas de medida. A continuación presentamos dos ejemplos:

a1) Observa el gráfico y contesta las siguientes preguntas:

- ¿A qué se refiere?
- ¿Qué temperatura hizo el sábado 29 de noviembre de 1997 en la Capital Federal?
- ¿En cuánto difiere la máxima de la mínima de ese día?. ¿Cuál ha sido la amplitud térmica del día?
- ¿Qué se entiende por temperatura media (máxima o mínima) mensual? ¿y por temperatura máxima o mínima histórica?.
- ¿Puedes averiguar en tu localidad cuál ha sido el día más frío y el más caluroso en lo que va del año?.(Un termómetro y el registro diario de temperaturas en horas fijas del día puede ser una fuente importante de trabajo matemático para los alumnos).

a2) Analiza la siguiente tabla:

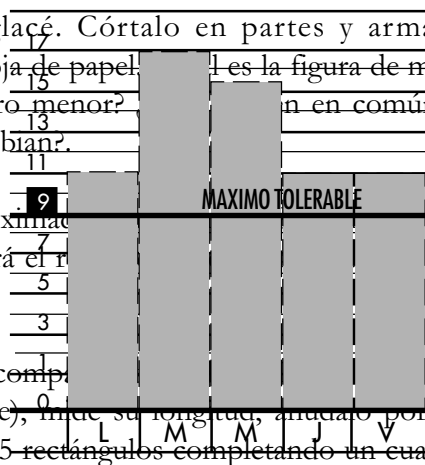
Datos de Día de la semana Capital Federal	Máxima	Mínima
domingo	28°	15°
lunes	27.3°	13.7°
martes	28.5	14.3°
miércoles	29	16.5°
jueves	31.2°	17°
viernes	30°	17.7
sábado	26.4°	13.2°

- ¿Cuál fue la temperatura máxima de la semana?

<ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál fue la temperatura máxima promedio? ¿Y la mínima promedio? ¿Entre qué valores extremos (rango) están las temperaturas máximas? ¿y las mínimas? 		
<ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el rango de toda la distribución de temperaturas? 		
<ul style="list-style-type: none"> Formula otras preguntas que puedan contestarse a partir de la información que te da esta tabla. 		
b) Estudia el siguiente diagrama de barras y arroja una conjetura que explique los valores más altos y bajos de contaminación registrados en la semana del 23 al 30 de noviembre de 1997 en la Ciudad de Buenos Aires. ¿Qué se entiende por "partes de monóxido de carbono por millón"?		

Resumen Mensual

Partes de Monóxido de Carbono por millón



17) Toma un papel glacé. Córtalo en partes y arma con ellas otras figuras contorneándolas en una hoja de papel. ¿Cuál es la figura de mayor perímetro que puedes obtener? ¿Y la de perímetro menor? ¿Qué tienen en común todas las figuras que haz contorneado? ¿En qué cambian?

18) ¿Cuál es el área aproximada de la figura? ¿Cómo se puede calcular? ¿Cómo se puede medir con los dedos abiertos y con los dedos juntos?

19) Trabaja con cuatro compañeros. Cada uno de ellos debe hacer una figura posible (elígelo bastante largo para trabajar cómodamente), mide su longitud, anudalo por los extremos y determina una serie de por lo menos 5 rectángulos completando un cuadro como el siguiente:

Rectángulo	base (cm)	altura (cm)	perímetro (cm)	área(cm ²)
MNPQ	10	80	360	4000
ABCD	30	150	360	4500

¿Qué observas entre la base y la altura? ¿Y entre el perímetro y el área?. Explícalo con tus palabras.

¿En qué caso el área es máxima?.

20) Para los más grandes: Suponte que amas la pizza, pero conoces tus límites cuando vas a comprarla. Sabes que puedes comer saludablemente 36cm² de la superespecial sin enfermarte. Sin embargo, lo que a vos más te gusta es la salsa y no la masa de los bordes. Puedes elegir tres formas diferentes de pizza: triangular, cuadrada o redonda ¿Cuál elegirías atendiendo a tus gustos?. Justifica tu respuesta.

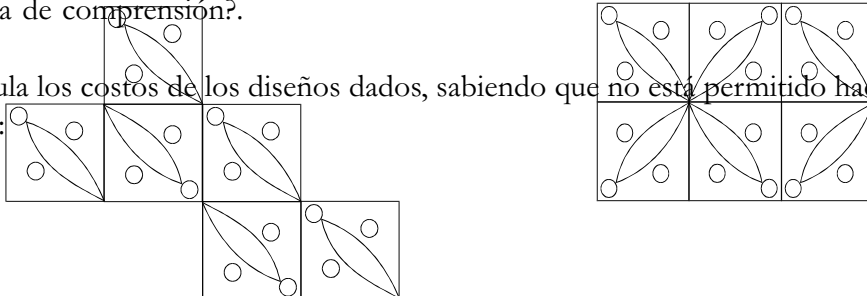
21) De Cora y De Core son decoradores de interiores y han construido diseños de mosaicos usando coloridos cerámicos cuadrados. Cada cuadrado tiene el mismo tamaño y la longitud del lado es una unidad. Con seis cuadrados ellos crearon los siguientes diseños:				

21) De Cora y De Core son decoradores de interiores y han construido diseños de mosaicos usando coloridos cerámicos cuadrados. Cada cuadrado tiene el mismo tamaño y la longitud del lado es una unidad. Con seis cuadrados ellos crearon los siguientes diseños:

Para determinar el costo del diseño ellos calculan \$8 por cerámico y \$5 por unidad de longitud del diseño (1 unidad de longitud es igual a la longitud de un lado del cerámico).

De Cora y De Core poseen dificultades para que sus clientes comprendan que diseños con la misma cantidad de cerámicos tienen diferentes precios. ¿A qué puede atribuirse esta falta de comprensión?.

Calcula los costos de los diseños dados, sabiendo que no está permitido hacer diseños del tipo:



- a) Arma otros diseños en base a los seis cerámicos dados.
- b) ¿Cuáles son los diseños de costo máximo y mínimo?

22) Conseguir una variedad de envases de Coca Cola. ¿Cuál resulta el más económico y por qué?

23) Toma dos hojas de papel idénticas. Forma con ellas dos superficies cilíndricas, una a partir de su ancho y otra a partir de su largo. Supón que tienen base. ¿Cuál encerraría mayor cantidad de líquido?. Estima primero y luego comprueba tu estimación tratando de no hacer cuentas. (Este problema puede resolverse con distintas estrategias, antes de recurrir a la fórmula de volumen de un cilindro)

24) ¿Qué consejos darías para ahorrar agua en la casa?. Demuestra el por qué de tus sugerencias.(Este problema podría dar lugar a un trabajo de proyecto en el aula).

Para otras actividades de estimación de medidas se sugiere consultar el Desarrollo Curricular No 1 del Área Matemática: "La estimación, una forma importante de pensar en matemática" (Bressan, A.; Bogisic, B. C.P.Ed.Río Negro. 1997).

Para el tratamiento de escalas se sugiere consultar el Desarrollo Curricular No 2: "Una forma de uso de la proporcionalidad: las escalas".(Bressan, A.; Bogisic, B. C.P.Ed.Río Negro. 1996).

La construcción de instrumentos de medida resulta sumamente interesante pues ayuda a la comprensión de la nociones de magnitud y medida permitiendo la integración del trabajo con aspectos de la historia de la matemática y de la tecnología. En el anexo 1 de este documento presentamos modelos de construcciones extraídas de los fascículos 4 y 5 de «Matemática», de Ana María García y Gustavo Zorzoli, pertenecientes a la colección Proyecto Educativo construyendo con Lápiz y Papel, de Tiempos Editoriales.(1996)

La generalidad de los problemas presentados en este documento sostienen conexiones con distintos contenidos de los ejes del currículo provincial de matemática. ¿En base al siguiente cuadro serías capaz de encontrarlas?

Cuadro relacional de ejes temáticos

Número

Números Naturales.
Sistema de numeración.
Fracciones y decimales.
Relaciones de clasificación y orden en los distintos conjuntos numéricos.
Escrituras equivalentes de un número.

Magnitudes y medidas

Magnitudes discretas: Numerosidad.

Magnitudes continuas:

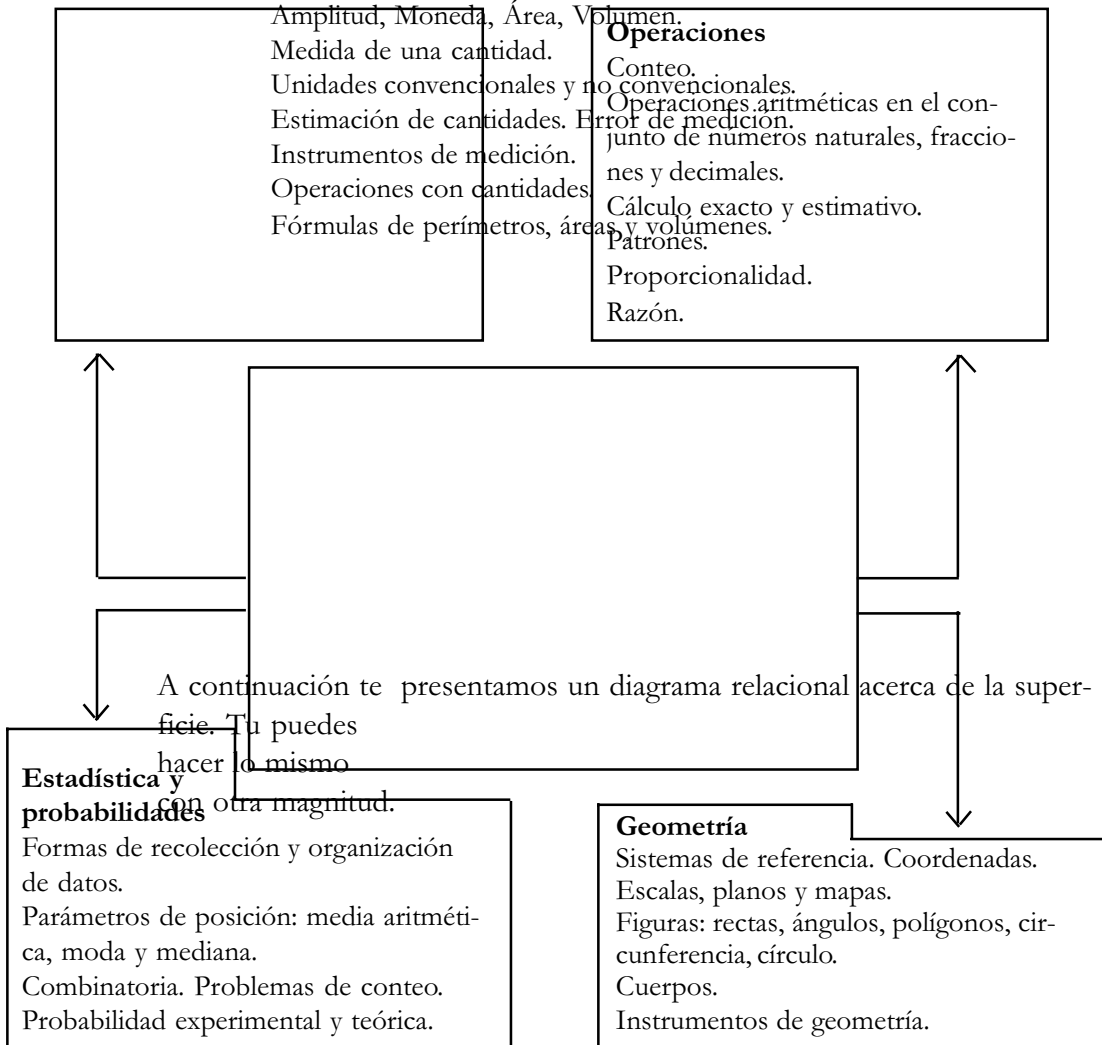
Longitud, Capacidad, Peso, Masa, Tiempo, Amplitud, Moneda, Área, Volumen.

Medida de una cantidad.
Unidades convencionales y no convencionales.
Estimación de cantidades.
Instrumentos de medición.
Operaciones con cantidades.
Fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes.

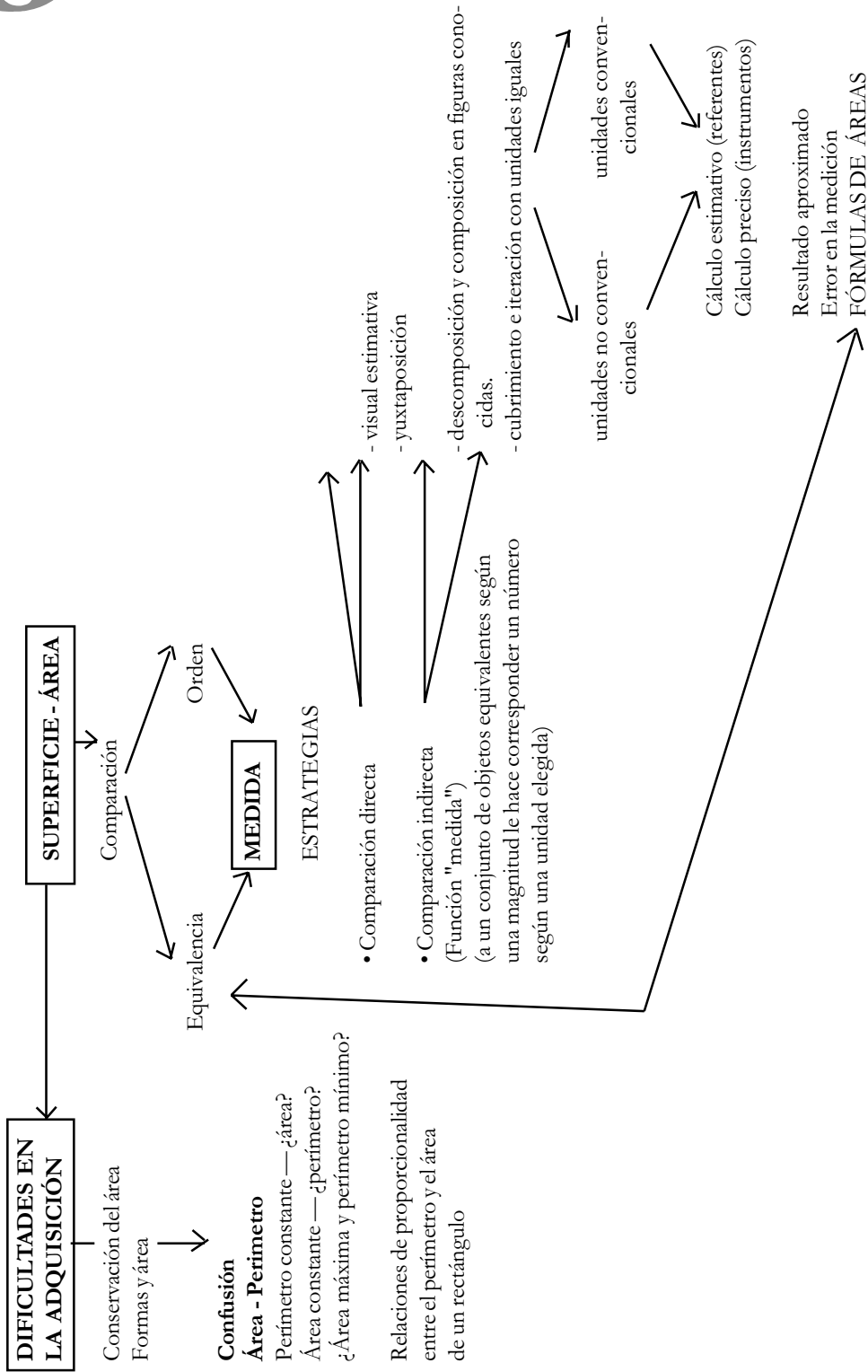
Operaciones

Conteo.
Operaciones aritméticas en el conjunto de números naturales, fracciones y decimales.
Cálculo exacto y estimativo.
Patrones.
Proporcionalidad.
Razón.

5



A continuación te presentamos un diagrama relacional acerca de la superficie. Tu puedes hacer lo mismo con otra magnitud.

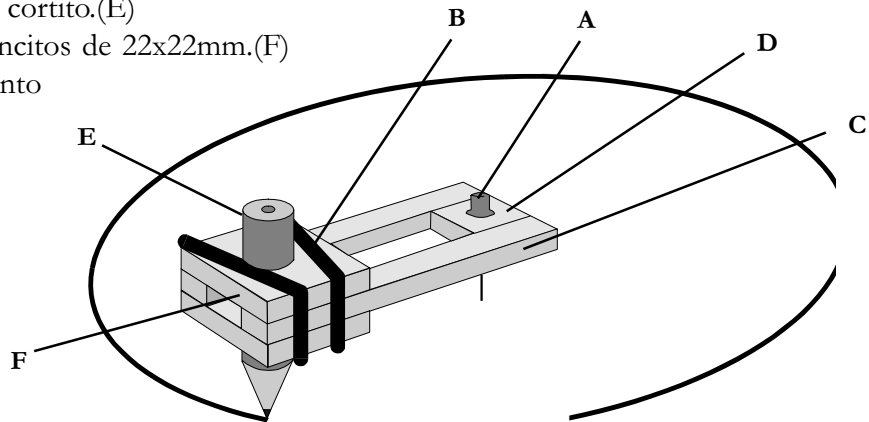


■ COMPASES "CASEROS"

Modelo 1

Materiales:

- 1 Chinche con cabeza plástica. (A)
- 1 Bandita elástica. (B)
- 2 Varillas de pino de 6x6x200mm.(C)
- 2 Pedacitos de varillas de 6x6x10mm.(D)
- 1 Lápiz cortito.(E)
- 2 Cartoncitos de 22x22mm.(F)
- Pegamento



Procedimiento

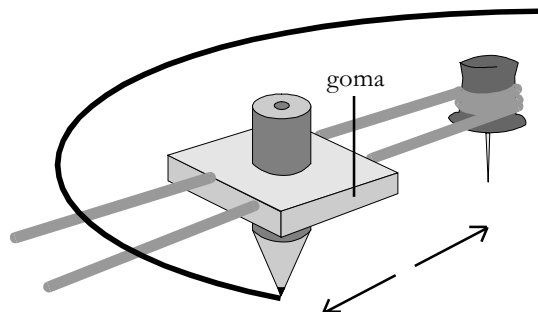
Pegar los dos pedacitos de varilla (D) entre sí, por el lado más largo. Unir esta pieza con las dos varillas (C) (como se ve en la figura). Preparar los dos cartoncitos (F), perforándolos en el centro para que pase el lápiz (E) en forma ajustada. Ubicar el conjunto como indica la figura y sujetar con la banda elástica.

Tomar la medida del círculo a realizar, fijar el conjunto y... a trabajar!

Modelo 2:

Materiales

- 1 Trozo de alambre
- 1 Chinche
- 1 Goma de borrar
- 1 Lápiz



Procedimiento:

Retorcer el alambre en la cabeza de la chinche, dejando dos extremos largos de alambre. Atravesar la goma de borrar, dejando espacio para el lápiz (ver figura). Tomamos la medida y...listo!

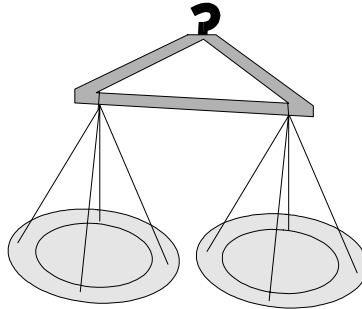
■ BALANZA

Materiales:

Una percha en desuso

Dos palitos de cartón (descartables)

Hilo



Instrucciones

Realizar cuatro perforaciones en los lados de cada plato con el propósito de pasar el hilo obteniendo así los "platos" de la balanza.

Atar cada platillo a un extremo y otro de la percha.

Colgar la percha desde un punto fijo, permitiéndole oscilar libremente.

Ya podemos comenzar a pesar.

Nota: a modo de pesas, se pueden utilizar distintos elementos que hayan sido pesados en algún negocio del barrio.

■ TRANSPORTADOR "X"

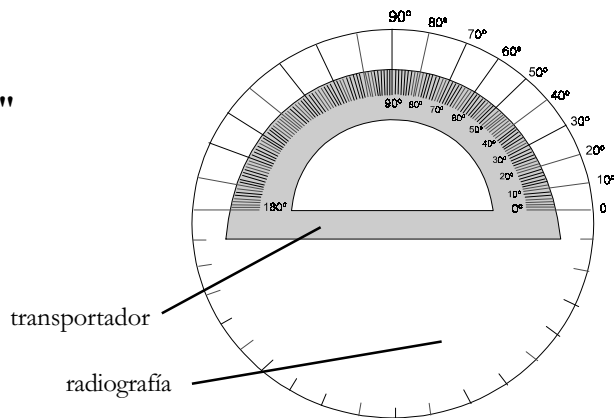
Materiales:

1 Radiografía vieja

1 Marcador a alcohol 0.5

o tinta china y plumín

Tijeras



Procedimiento:

Lavar la radiografía con lavandina hasta que quede transparente. De este material, cortar un círculo de aproximadamente 8 cm de diámetro.

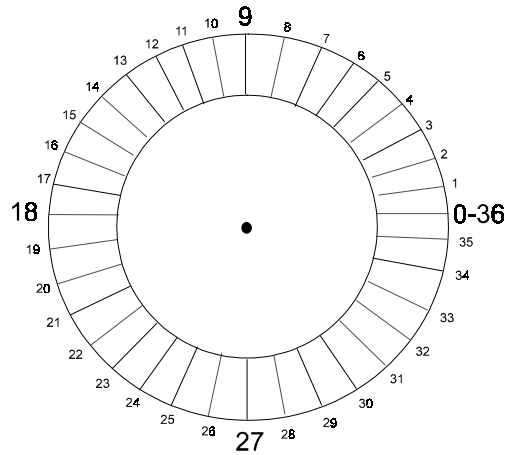
Usando un transportador común, hacer marcas cada 10 grados, completando un giro. No olvide señalar el centro del círculo.

Así podremos obtener un transportador que mida la amplitud de ángulos de 10° en 10° y que por otra parte permita construir ángulos de una amplitud

determinada.

En cuanto a la escala de graduación no es recomendable al principio usar 10° , 20° , 30° , etc.; ya que no es natural, los alumnos acostumbrados a la regla verán con mejores ojos un instrumento más similar a éste. ¿Cómo llamar a ésta unidad? Muchas veces los chicos optan por nombres como "angulímetro", "microángulo", "metroángulo", etc.

De cualquier forma, esta unidad tendrá escasa vida. Poco después será necesario subdividirla en 10 partes iguales (como pasa con el cm, creándose mm), cada una de las cuales será el grado. De esta forma, de 36 divisiones pasaremos a tener 360.



■ RELOJ DE ARENA

Materiales:

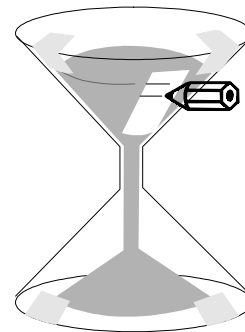
- 2 Embudos transparentes
- 2 Cartones del mismo diámetro de los embudos
- Cinta adhesiva de tela -Arena.

Procedimiento:

Pegar los dos embudos por sus picos con la cinta adhesiva.

Colocar las tapas.

Cargar previamente la arena en el embudo superior e ir marcando con una lapicera los distintos niveles a medida que el tiempo transcurre.



Cantidad: característica o cualidad de un objeto que se puede valorar numéricamente, siempre en relación a una unidad. Por redundancia, también los números son cantidades.

Unidad: cantidad de referencia que se toma para hacer la valoración del resto de las cantidades de su especie. La unidad es siempre un convenio que puede llegar a tener fuerza legal.

Estimar: hacer una conjetura sobre el valor numérico de una cantidad, el resultado de un cálculo o una relación entre cantidades.

Discreto: colección finita de objetos diferenciados y distinguibles. Se mide con naturales. Cuando un aparato transmite información procesada en forma discreta se dice digital; por ejemplo, los relojes digitales y los ordenadores personales.

Continuo: característica de un objeto que no puede descomponerse en elementos discretos; carácter susceptible de adoptar todo valor de un intervalo de números reales. Cuando un aparato transmite información procesada de forma continua se dice analógico; por ejemplo, los relojes de manecillas y las balanzas.

Magnitud: desde el punto de vista físico es un atributo cuantificable. Desde el punto de vista matemático es un conjunto de cantidades que reúnen determinadas propiedades como ser sumables, o multiplicables por un número real.

Magnitudes discretas: pueden cuantificarse en base a valores exactos, por ejemplo la numerosidad de una colección de estampillas, la cantidad de asistentes a una reunión o el dinero ingresado a la caja en el día.

Magnitudes continuas: Se distinguen

- 1) las que admiten representación geométrica: longitud, amplitud, superficie y volumen
- 2) las que corresponden a propiedades físicas de los objetos o acontecimientos: tiempo, peso, capacidad, extensión o superficie, etc.
- 3) las que expresan una relación entre magnitudes básicas (conocidas como magnitudes derivadas): velocidad, aceleración, peso, densidad, etc.

Medir: desde el punto de vista físico es ver cuantas veces entra una unidad en una cantidad determinada. desde el punto de vista matemático, consiste en atribuir un número real a una cantidad.

Medida: número de veces que una cantidad cualquiera contiene a la unidad.

Teoría de errores: análisis de datos numéricos aproximados y de los resultados que se obtienen calculando con ellos.

Distancia: espacio lineal entre dos puntos (espacio vacío).

Longitud: espacio lineal ocupado entre dos puntos.

Metro: Hace años hablábamos del metro patrón guardado en el palacio de Servas de París. En 1960 se definió el metro como un múltiplo de la longitud de onda anaranjada del gas criptón 86 en determinadas condiciones. En 1983 se deroga esta definición y se sustituye por la siguiente: " El metro es la longitud de recorrido hecho por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo igual a 299.792.458 avas parte del segundo".

Por lo tanto pasa a ser una unidad derivada dependiente de la velocidad de la luz y de la definición de segundo, que se constituyen en unidades primitivas (longitud=velocidad x tiempo, siendo la velocidad de la luz considerada como 299.792.458 m/seg.).

Segundo: Hoy día la longitud de un segundo se define (International System of Units) basándose en el número específico de transiciones, o vibraciones, en especial de átomos de cesio. Estas transiciones producen ondas de radiación electromagnética, extremadamente regulares, que pueden ser contadas para producir una escala de tiempo altamente precisa. El reloj de cesio es de alta difusión en los trabajos científicos, pero también se utilizan otros relojes. por ejemplo utilizando átomos de hidrógeno o de berilio que resultan miles de veces más precisos que los de cesio.

El tiempo se controla así por relojes de cesio mantenidos sincrónicamente en diversos países obteniéndose lo que se conoce como el "tiempo atómico internacional" (TAI). Las señales emitidas por estos relojes son transmitidas alrededor del globo a través de radios de onda corta o por satélites artificiales.

Área: Cantidad de superficie.

Peso: Fuerza de gravitación universal ejercida sobre la materia. (El peso de un cuerpo depende de su posición en el espacio). En física: $F = mg$.

Masa: Expresa la cantidad de materia que el cuerpo encierra. resistencia de la materia a cambiar su estado de movimiento. Se mide con balanza de dos platillos en base al establecimiento del equilibrio. En física $m=P/g$

En cuanto a la distinción entre peso y masa adoptaremos la postura de DICKSON (1991) en tanto ambas magnitudes son de difícil comprensión, por lo menos en la enseñanza elemental. Siendo el peso dependiente de la gravedad, el peso de un objeto depende del lugar en que se encuentre (por ejemplo su peso en la luna será menor que en la tierra), mientras que la masa será constante y será medida por el número de kilogramos

que equilibren la balanza. En los primeros estadios la comprensión del peso/masa vendrá dada por la sensación de "pesantez" que es esencialmente una propiedad del peso, a partir de la cual se irá introduciendo gradualmente la medición precisa de esta magnitud mediante balanzas que, primero con unidades arbitrarias y luego convencionales (gramos y kilogramos) realmente medirán la masa del objeto. "Dado que el niño es todavía incapáz de comprender la diferencia, el maestro se vé practicamente forzado a servirse de una de las dos palabras para no confundirlo, y la verdad que la elección plantea un auténtico dilema". En este documento se hablará de peso y pesar ya se las considera expresiones más próximas al niño quien no distinguirá de "pesar" en una balanza de resorte de "masar" en una balanza de platillos. "De hecho, la noción de masa es mucho más abstracta y refinada, y no es verosímil que sea diferenciada hasta mucho más tarde, si es que llega a serlo, y ello por recuso de las teorías formales de la física" (pág. 135)

Kilógramo: vulgarmente llamado kilo, equivale al peso dde un decímetro cúbico o un litro de agua destilada a 4 grados de temperatura.

Volumen exterior: cantidad de espacio ocupado.

Volumen interior: cantidad de espacio contenido.

Volumen complementario: cantidad de agua desalojada.

Capacidad: volumen de líquido que contener un recipiente (es decir, es el equivalente del concepto de volumen interior).

Bibliografía

BALSEIRO, J: Mediciones físicas. Ed. Hachette. 1956.

BARBERA GREGORI, E.: "Estimación estratégica: la matemática como ciencia ~~inexacta~~". UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas. N°7. Enero 1996. GRAO, España.

BEERS Y.: "Teoría de errores". Ed. E.T.H.A.S.A. Argentina. 1962.

CONSEJO PROVINCIAL DE EDUCACION. BRESSAN, ANA; BOGISIC, BEATRIZ: "La estimación, una forma importante de pensar en matemática". Documento N°1 de Desarrollo Curricular del Área Matemática. Río Negro 1997.

CONSEJO PROVINCIAL DE EDUCACION. BRESSAN, ANA; BOGISIC, BEATRIZ: "El cálculo aproximado: aplicaciones a la operatoria con naturales y decimales". Doc. 17. Perfeccionamiento Docente - Área Matemática. Río Negro 1987.

DICKSON, L BROWN, M., GIBSON, O.: "El aprendizaje de las matemáticas". Ed. Labor. España 1991.

DIENES, Z. Y GOLDING, E.: "Práctica de la medida". Cap. 2 del Tomo 3 de la colección Exploración del espacio y práctica de la medida. Ed. Teide. Pág. 55 y siguientes.

HOPE, J.: "Promote Number Sense In School". Arithmetic Teacher. Vol. 36, N° 6. Feb. 89.

LOBATO, J.; "Making Connections with Estimation". Vol. 40. N° 6. Feb. 93.

SCHOENFELD, A.: "Mathematical Problem Solving". Academic Press Inc. 1985. New York.

SEGOVIA, I Y OTROS: "Estimación en cálculo y medida". Editorial Síntesis. 1988. España.

VAN de VALLE, J.; THOMPSON C.: "Estimation and Mental Computation". Vol. 34, N°9. May 87.