DE COLLARES Y NÚMEROS publicado en Novedades Educativas N° 292. Abril 2015

Resumen:

En este artículo se considera el uso del collar de 100 bolitas, con un patrón de 10 en 10 alternando dos colores, como contexto y modelo para el desarrollo de la aritmética inicial en los primeros grados, con el propósito de que los niños usen correctamente y superen el conteo de a uno en la resolución de actividades de enumerar, cardinalizar, comparar y operar incentivando el cálculo mental.[1]

La introducción de contextos de la vida real en la tarea escolar suele reducirse a lo anecdótico con fines motivadores o al uso en problemas de aplicación dados al final de la secuencia de enseñanza. En el primer caso, lo que se pretende es captar el interés de los alumnos y, en el segundo, que lo enseñado de manera general y formal (y muchas veces mecánica) se traduzca en ejemplos específicos y soluciones prácticas para resolver situaciones "análogas" a las cotidianas.

La postura sostenida por la Educación Matemática Realista - EMR (H. Freudenthal, 1905-1990, Holanda) sobre el uso de contextos dista notablemente de estas posiciones e introduce el valor del contexto como definitorio en la construcción cognitiva con significado. Es justamente el contexto el que posibilitará al alumno la elaboración de modelos, la necesidad de simbolización, la reflexión sobre estos y el avance en el proceso de matematización, cuyo fin (y no su principio) es el conocimiento formal. *"Contexto significa ese dominio de la realidad el cual en algún proceso de aprendizaje particular es revelado al alumno en orden a ser matematizado"* (Freudenthal, 1991, p. 73).

Un contexto puede ser un evento, una proposición o situación derivada de la realidad, significativa para los alumnos, vivida o imaginable por ellos, que los conduzca a usar métodos matemáticos desde su propia experiencia. Ellos pueden provenir tanto de experiencias de la vida diaria o del mundo ficticio o virtual, como de la matemática misma. Su importancia radica en proveer a los alumnos de significado concreto y apoyo para la extracción de relaciones y operaciones relevantes de la matemática.

Por eso, dentro de la EMR se enfatiza la importancia de enmarcar las situaciones problemáticas en *contextos* interesantes y accesibles para los alumnos, que apelen a su imaginario ("realista" viene del holandés *realizaren* que significa *imaginar*), tengan posibilidades de ser explotados matemáticamente en profundidad, y los desafíen a explorar y movilizar sus propios conocimientos y estrategias (van den Heuvel-Panhuizen, 1996), generando *modelos* que los hagan avanzar en los procesos de esquematización, generalización y formalización propios de la matemática.

Hay que tener en cuenta que los modelos en la EMR no remiten a las herramientas o productos acabados de la matemática (gráficos, fórmulas, algoritmos) ni a los prefabricados (materiales Montessori, bloques Dienes, regletas Gategno, etc.) que buscan "*transparentar*" las propiedades (estructuras) matemáticas a enseñar, sino los que emergen de la propia actividad de los alumnos o son creados por la fenomenología didáctica atendiendo a cómo ellos piensan según el nivel en que están.

> Los modelos *"... son representaciones* [usadas por los alumnos] *de situaciones problemáticas las cuales reflejan necesariamente aspectos esenciales de los conceptos matemáticos y estructuras que son relevantes para resolver la situación, pero que pueden tener diferentes representaciones. Esto significa que el término "modelo" no está tomado en sentido literal. Materiales, bosquejos visuales, situaciones paradigmáticas, esquemas, diagramas, y aun símbolos pueden servir de modelos."*(Treffers y Goofre, 1985; Treffers, 1987; Gravemeijer, 1994).

Según esta corriente didáctica, los modelos deben tener por lo menos **dos características** importantes: **estar enraizados en contextos realistas** (*imaginables)* y a la vez **tener suficiente flexibilidad para ser aplicados en un nivel más avanzado o más general.** Esto implica que el modelo debería apoyar la progresión en la matematización vertical sin bloquear la posibilidad de volver a los recursos ligados a la situación inicial. Se tornan así, en representaciones externas que no

[1] Ma. Montessori (1917-1974) utiliza un collar de cuentas de distintos colores, pero para apoyar el aprendizaje del sistema posicional, agrupando las mismas en unidades, decenas, centenas, etc.

solo sirven para comunicar lo que el alumno comprende sino también para reflexionar y trabajar sobre ellos.

En el campo del cálculo, el proceso de matematización (Buys, 2001) adquiere la forma de una esquematización progresiva, es decir, de una trayectoria que va desde las estrategias de cálculo inventadas por los alumnos, relativamente ineficientes y ligadas a contextos específicos, hasta los algoritmos convencionales de la aritmética, los cuales poseen un alto grado de generalidad y eficiencia, pero que resultan difíciles de comprender cuando son impuestos porque necesitan un grado de conceptualización matemática que en principio los niños no tienen.

LOS COLLARES COMO CONTEXTOS Y MODELOS

Los collares de uso habitual cumplen ambas propiedades, son contextos fácilmente accesibles e "imaginables" por los niños, y puertas de entrada a múltiples procesos de matematización, a la vez que se constituyen en modelos de apoyo de variadas estrategias, relaciones y propiedades matemáticas.

¿Qué dicen los más chicos cuando se les muestra un collar?

- *"Se usan para estar más elegantes."*
- *…"para ponerlos."*
- *…"para estar más lindas, para ser más coquetonas."*
- *… "para jugar"*
- *"Los usan las señoras, ¡esos son de vieja!" (refiriéndose a un collar de perlas)"*
- *"Ese es de Boca porque es azul y amarillo"*
- *"Es de madera y con semillitas"*
- *"Cortaron vidrios y los pusieron"*

Naturalmente, los niños ven a los collares como objetos reales y les atribuyen características materiales específicas y múltiples usos en la vida cotidiana.

Pero,… ¿qué ven los docentes cuando se les muestra un collar?

- *"Sirve para contar."*
- *"Se puede usar para clasificar (por forma, color y tamaño)."*
- *"Para medir."*
- *"Sirve para observar simetrías."*
- *"Estudiar formas geométricas"*
- *"Trabajar escalas"*
- *"Hacer agrupamientos"*

Presentados a los docentes en cursos de capacitación, tienden a verlos como objetos didactizados, o sea desde el punto de vista de sus posibles usos en situaciones de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Una mirada del collar, como artefacto pre-didactizado, posibilita el diseño de una cantidad enorme de actividades accesibles, altamente visuales y ricas para matematizar. Los collares son un contexto rico que sirve en las aulas para extraer patrones, clasificar, contar, operar, trabajar las relaciones de divisibilidad, paridad, proporcionalidad numérica… y hasta para medir. Pero, para ello ¡hay collares y collares!…collares con diferentes tipos de bolitas o colores y variadas secuencias que dan estructuras que hay que saber buscar. Dice Freudenthal, *"Trabajar con materiales desestructurados* [aprendiendo a estructurarlos]*, o destruir su estructura intencionalmente, es un placer teórico que tiene poco que ver con enseñar aritmética"* (1973, p. 243) en la forma tradicional.

EL COLLAR A 100

Numerosas investigaciones y estudios relacionados con la enseñanza de la matemática señalan que el objetivo fundamental de la aritmética debe ser desarrollar la ***numerización***[2] (van Huevel-Panhuizen, 2010). Es decir, estimular el desarrollo de la habilidad de dar sentido a los números y a los hechos numéricos en la vida diaria, a tratar con ellos de manera apropiada y sentirse "a gusto" con los mismos (Mc. Chetsney y Biddulph, 1994). Por consiguiente, esta habilidad va más allá del simple dominio de reglas y procedimientos aritméticos (algoritmos), contenidos que siguen ocupando el mayor tiempo de la tarea escolar.

En la EMR***, la aritmética mental*** se considera la forma más básica de cálculo y, por lo tanto, debería constituir el centro del trabajo aritmético en los grados inferiores, siendo la columna vertebral donde se apoyen los conocimientos aritméticos de los grados superiores. Sin embargo, este tipo de cálculo es postergado en la escuela primaria, pasándose rápidamente al cálculo escrito y a los "famosos" algoritmos convencionales.

Para el desarrollo del cálculo mental la EMR propone el ***collar*** bicolor, con 100 bolitas agrupadas de a 10 (o de a 5), para el trabajo con números en el intervalo a 100 y el cálculo con ellos. Este collar se constituye en un modelo visual y manipulativo para las actividades numéricas relacionadas con la sucesión de los números naturales: el orden, la cardinalización y el cálculo, facilitando la evolución conceptual de los alumnos en estos contenidos. Además, resulta ser una herramienta natural para el conteo, la ubicación de números, la estimación de cantidades, la comparación y el cálculo, que transparenta muy bien las acciones de los niños.

A partir de su uso y de la reflexión sobre lo realizado, el alumno se irá forjando una imagen mental del collar como modelo lineal de la sucesión numérica, que le permite representar cantidades tanto desde lo cardinal (cantidad de bolitas) como desde lo ordinal (ubicación en la secuencia). Sobre este modelo mental, generalizable a intervalos numéricos mayores, es posible que el alumno opere matemáticamente, ayudándose en el proceso de formalización y simbolización que la aritmética requiere.

Para operar, este collar se ajusta mejor a las estrategias mentales informales de los niños conocidas como *secuenciales*, sin invalidar la utilización de las *de descomposición*, basadas en los órdenes de nuestro sistema de numeración (Buys en Anghileri, 2001:112). En general, cuando se les

---

[2] Término recreado en nuevas traducciones y trabajos del término *numeracy*, introducido en la literatura anglosajona y que es un neologismo resultante de la contracción de las palabras *number* (número) y *literacy* (alfabetización).

dan operaciones mentales de suma o resta, mantienen un número fijo (sin descomponer) y descomponen el otro a medida que hacen el cálculo. Este tipo de estrategias (*secuenciales*) se apoyan en el sobreconteo (o el desconteo), y se basan principalmente en la ordinalidad numérica. En cambio, en las de *descomposición* ambos números se descomponen, por lo general, en unidades, dieces, cienes, miles, etc. tal como se usan en el cálculo escrito.

ACTIVIDADES CON EL COLLAR A 100

Recomendamos que cada alumno construya su collar y que el docente cuente con un collar de cuentas grandes para exhibir en el frente y en el que los niños muestren sus estrategias.

El docente promoverá la descripción de sus collares y la elaboración de preguntas por parte de los alumnos, que se puedan contestar a partir de ellos, de manera que prontamente surgirán interrogantes relacionados con el número de cuentas (cardinal) y el lugar de las mismas (ordinal), las que darán lugar a trabajar actividades propiamente numéricas como las que se ejemplifican a continuación.

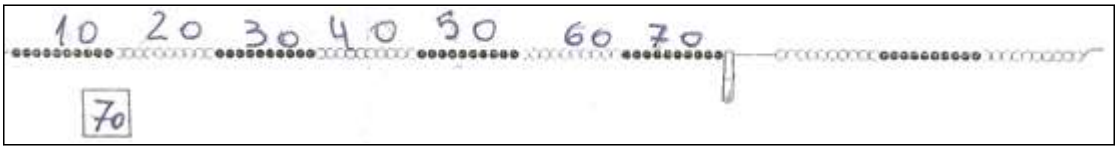
- ✓ **Para enumerar.** Esto implica asignar un número y solo uno de la sucesión natural a cada una de las bolitas. Se solicita a los niños que las numeren, luego se les pide que señalen diferentes bolitas (la bolita 12, la 34, 55, etc.) y justifiquen su elección. Para hacerlo, al principio algunos necesitarán tocar cada bolita mientras las cuentan de a uno, poco a poco podrán señalar la bolita solicitada haciendo el conteo visual y apoyándose en la estructura de 10 en 10 del collar. Por ejemplo:
  - para la bolita 12: contarán 10, 11, 12 o bien, 10 y 2.
  - ubicar la bolita 34: contarán 10, 20, 30, 31, 32, 33, 34 o 10, 20, 30 y 4, o bien, 10, 10, 10 y 4,….

  Otras actividades:
  - contar de a uno bajando del 44 al 34 y contar el número de bolitas corridas**:** *44, 43, 42…, 36, 35, 34. Son 10!*
  - contar por paquetes de 5 entre dos números dados*: 5, 10, 15,….(entre 5 y 19, son tres grupos de 5 y sobran 4 bolitas.*
  - efectuar saltos de 10: *35 más 10 es 45, 45 más 10 son 55,….*

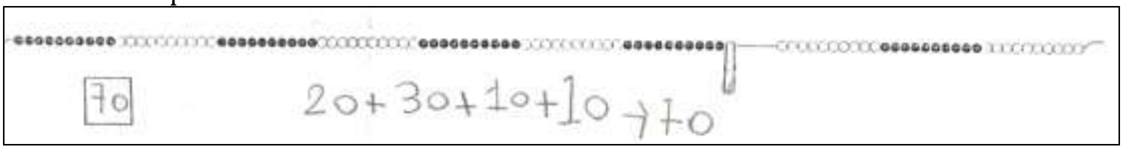
- ✓ **Para cardinalizar**. Se coloca un broche entre dos bolitas a elección y se pregunta: *¿cuántas bolitas hay hasta el broche*? *¿y después del broche*? y si lo corro 3 bolitas a la derecha *¿cuántas bolitas habrá*?, etc. Se sugiere que siempre comparen las respuestas.

  Niños de un 1° grado propusieron estas resoluciones para contestar la pregunta cuántas bolitas hay hasta el broche, usando estrategias que muestran diferentes grados de conocimiento sobre la composición de los números:

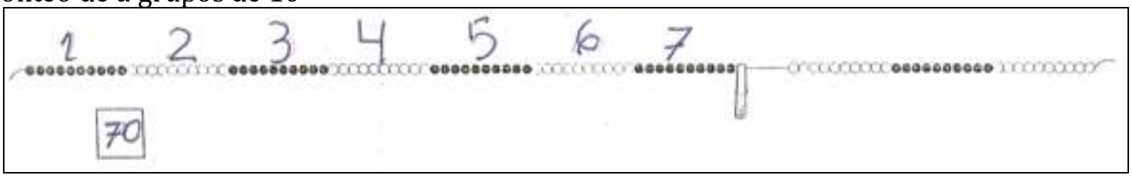
  - Conteo de 10 en 10



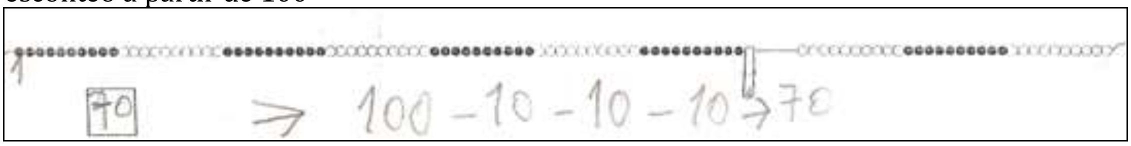
  - Sobreconteo a partir de 20



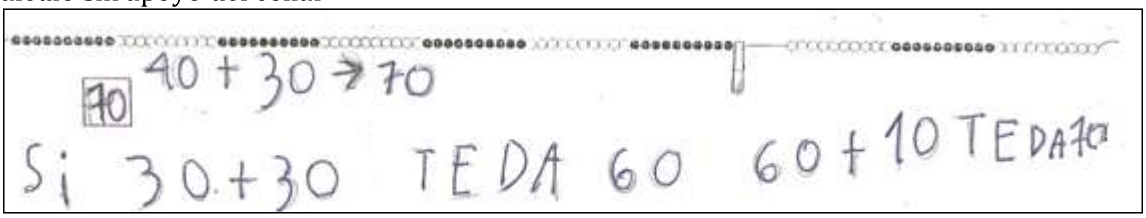
  - Conteo de a grupos de 10



  - Desconteo a partir de 100

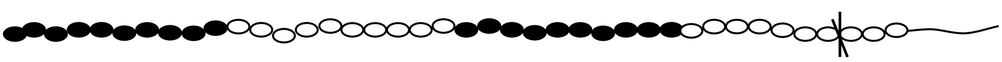


  - Cálculo sin apoyo del collar



- ✓ **Para ubicar y encuadrar** números en base a su posición**.** En la secuencia numérica representada por el collar, se proponen preguntas como las siguientes:

¿Dónde está la bolita número 37? ¿Está más cerca de la número 30 o de la número 40? ¿Cómo lo sabés?
¿Está más cerca de 30 o de 35? ¿Quién sigue a 37? ¿Quién está dos lugares antes? ¿Cómo lo sabés?



- ✓ **Para comparar cantidades y números**. El collar tiene la particularidad de posibilitar la comparación usando criterios tanto ordinales (*…es mayor porque está después de…; es menor porque viene antes de…*) como cardinales (*… es mayor porque hasta aquí tiene más bolitas).*

- ✓ **Para estructurar números**, es decir, descomponer y componer números de diferentes maneras. Por ejemplo, el 26 puede verse en el collar y escribirse como:

  - *26 bolitas*: 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1…..

- *dos grupos de 10 y 6 bolitas*: 10+10+1+1+1+1+1+1 o 10+10+6
- *un grupo de dos colores y 6 bolitas más*: 20 + 6
- *tres grupos de 10 a los que quito 4 bolitas* : 30 – 4

La posibilidad de que el niño utilice distintas representaciones numéricas según la situación planteada, promueve el sentido del número y otorga flexibilidad en el cálculo. El collar posibilita que los niños encuentren diversas formas de expresar un número, aun para aquellos que desconoce su escritura convencional. Por ejemplo, si no sabe cómo se escribe el 54, podrá decir *5 veces 10 y 4, o bien 60 menos 6*, lo que visualizará rápidamente en el collar, motivándose a reflexionar sobre su escritura convencional. Esta tarea de encontrar distintas escrituras, no sólo aditivas, da lugar a analizar “las más cortas” y “las más largas” y a conectarlas con la designación oral y escrita convencional “*cincuenta y cuatro*”.

✓ **Para operar.** Dado que el collar es un modelo lineal, los contextos de la vida diaria que dan idea de orden, tales como distancias, temperaturas, colas, fechas, páginas, talles, puntajes, son los más apropiados cuando se proponen situaciones de suma y resta usando el mismo, aunque no se invalida el uso de contextos cardinales (edades, precios, puntajes, etc.).

Se debe tener en cuenta que este modelo facilita que problemas que comúnmente se resolverían con la resta, puedan pensarse como una suma, que es mucho más fácil para los niños, permitiéndoles conectar naturalmente ambas operaciones.

Veamos dos ejemplos:

A) *Mi libro de cuentos posee 44 páginas. Leí hasta la página 35. ¿Cuántas me faltan leer para terminarlo?*

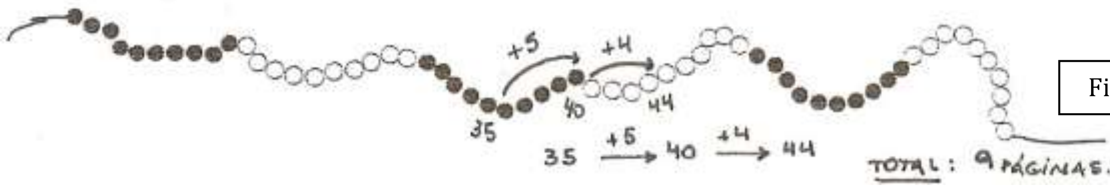


Fig.1

Si me ubico en el collar como si fuera el libro y *leí hasta la página 35, con 5 más llego a la 40 y me faltan 4 para terminarlo*; *en total me quedan por leer 9*. En este caso, la respuesta está en las bolitas (páginas) que fui pasando hasta llegar a las 44.

B) *Hoy es 5 y el 29 comienzan las clases. ¿Cuántos días de vacaciones tenés todavía?*

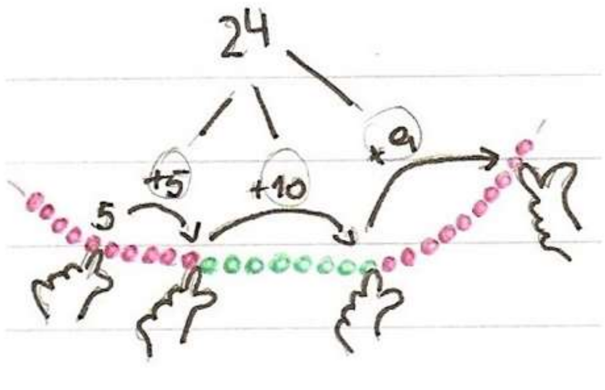


Fig.2

En este ejemplo, el contexto también promueve la resolución de la situación con una suma en lugar de una resta: *Estoy en el día 5, 5 días más y llego al día 10; pasan otros 10, llegamos al 20 y con 9 al día 29 en que terminan las vacaciones*. *Todavía me quedan 24 días para disfrutar!!*

Otra forma sería usando la resta, partiendo del 29 y descontando los días necesarios hasta llegar al día 5. Nuevamente, la respuesta estaría en la cantidad de bolitas (días) que desconté.

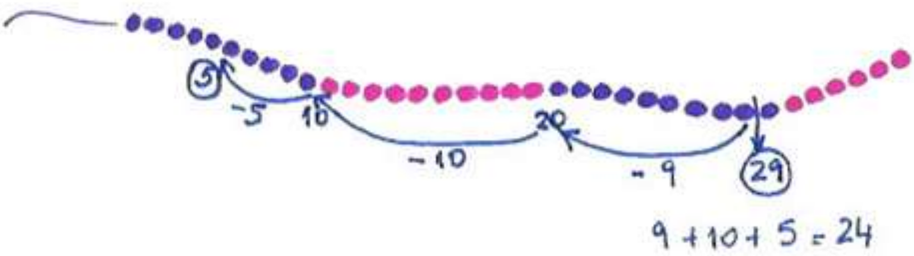


Fig.3

Otra estrategia muy pegada al contexto de la situación consiste en ubicar las fechas, como si fuera un calendario, y sumar mentalmente la cantidad de días comprendidos entre ambas:

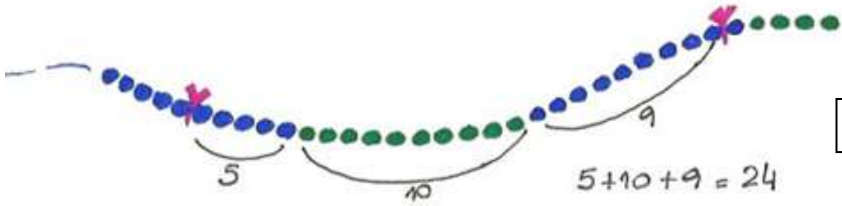
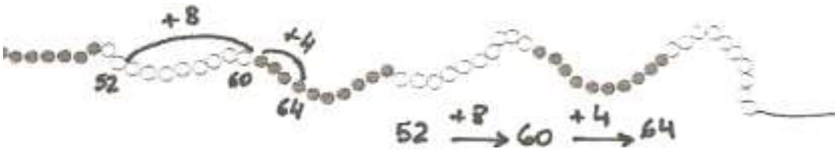


Fig.4

Si observamos todas las soluciones, notaremos que el patrón de 2 colores cada 10 bolitas alienta estrategias de resolución más eficientes que contar de uno, tales como:

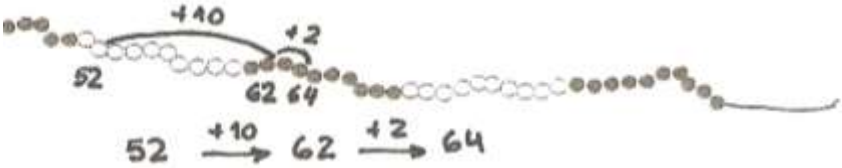
- En el problema A): **pasar por 10**, entendida como llegar al múltiplo de 10 más cercano.
- En el problema B): **saltar 10**, es decir, saltar o correr grupos de 10 bolitas.

<u>Otro ejemplo</u>: sumar *52 + 12* con las estrategias anteriores:



Pasar por 10

Fig.5



Saltar 10

Fig.6

Estas resoluciones pueden esquematizarse a través de otro modelo que propone la EMR y que adoptan tempranamente los alumnos, el **lenguaje de flechas,** como se aprecia en los ejemplos de las figuras 1, 5, 6 y 7.

Cabe señalar que, según cómo el niño interprete la situación planteada, el resultado estará dado por la extensión de los saltos que se hacen o bien por el valor de la bolita final sobre el collar, como en el siguiente ejemplo:

C) *Agustín tenía $28 y Ana $24. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?*

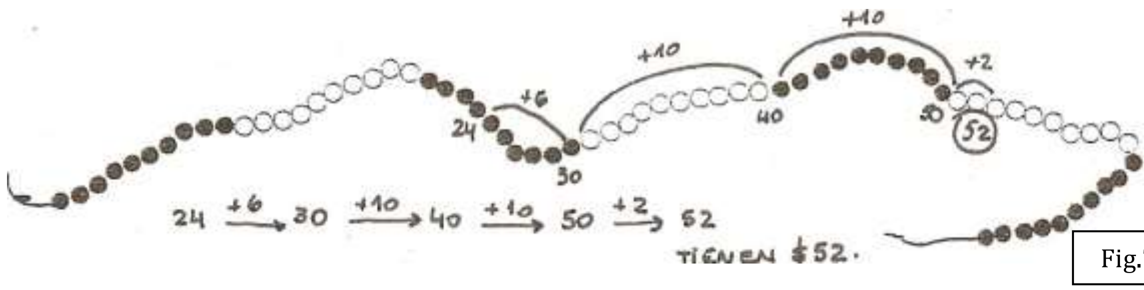


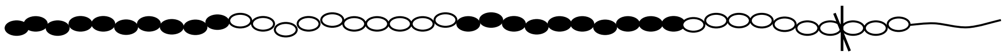
Fig.7

El cambio constante de números en los problemas y cálculos da la oportunidad de generar distintas estrategias y discutir cuáles resultan ser las más simples y eficaces según los números empleados. Por ejemplo, si los números están próximos será más fácil calcular la diferencia por desconteo o sumando lo que falta al menor para llegar al mayor; para restar (sumar) 9 es posible restar (sumar) 10 y sumar (restar) 1, etc.

También se pueden dar situaciones que impliquen números mayores, por ejemplo, entre 0 y 200 o 300, para ver las estrategias de los alumnos. En nuestra experiencia, al principio suelen juntar collares, pero luego expresan que "mantienen en la cabeza los collares completos (es decir 100, 200 o 300) y trabajan con los números sobrantes.

Por ejemplo, para representar 318, alumnos de 2° año expresaban: "*Nos guardamos 3 collares en la cabeza"* y se manejaban con las 18 restantes en el collar concreto.

Este modelo permite plantear numerosas situaciones significativas para seguir operando. Por ejemplo, dándole costo a las bolitas:



Si cada bolita cuesta $1:

- *¿Cuánto cuesta este collar? ¿Y su mitad? ¿Y si uso hasta aquí solamente?*
- *¿Y si uso sólo las bolitas blancas?*
- *Si las blancas valen un peso y las de color 2, ¿cuánto cuesta el collar?*
- *¿Qué diferencia de precio hay entre un collar de 17 bolitas y otro de 29?*

Si cada bolita cuesta 10$:

- *¿Cuánto cuesta este collar? ¿Cuánto cuesta un collar que tenga hasta aquí? (mitad/cuarta parte/tres cuarta parte de bolitas)*
- *¿Cuánto cuesta un collar de 100 bolitas alternadas, 50 blancas de 10 pesos y 50 bolitas rojas de 20 pesos?, etc.*

✓ **Para estimar**, ya sea posiciones en el collar sin contar, como el resultado de diferentes operaciones sin calcular. Por ejemplo, con preguntas como las siguientes:

- *¿Por dónde se encuentra la bolita número 15, 27, 37, 38, 88, etc…?* ¿Cómo te diste cuenta?
- *¿La suma de 17 más 29 bolitas estará entre 30-40 o entre 40-50? ¿Si a las 29 bolitas le quito 20 tendré más o menos que 10?* Explica tu respuesta.

Como se expresara anteriormente, un buen modelo debe tener suficiente flexibilidad para ser aplicado en un nivel más avanzado o más general, así el collar puede dar lugar a procesos de matematización más complejos. Por ejemplo,

✓ **Para introducir al sistema de numeración posicional.**

Después de trabajar las estrategias secuenciales, es posible usar el collar para introducir el sistema de numeración decimal, ya que todo el collar representa una centena, con diez grupos de 10 cuentas cada uno (10 decenas) y en total 100 unidades. El collar resulta una ayuda valiosa para pensar los números en términos de grupos de "dieces" y unidades sueltas, y a conectarlos con su escritura convencional.

Número	*Collares completos (centenas)*	*Grupos de 10 bolitas (decenas)*	*Bolitas sueltas (unidades)*
224	**2**	**2**	**4**
224	**----**	**22**	**4**
224	**----**	**----**	**224**
224	**2**	**----**	**24**
.....	**3**	**4**	**5**
.....	**----**		

✓ **Para trabajar con números más grandes**..., es posible pensar en varios collares o un collar con varias vueltas, con la posibilidad de vincularlos con los órdenes del sistema:

Número	***Collares de 10 vueltas (unidades de mil)***	***Collares completos (centenas)***	***Grupos de 10 cuentas (decenas)***	***Cuentas sueltas (unidades)***
2546				
2546	**----**			
2546	**----**		**----**	
2546	**----**	**----**		
.....	**7**	**0**	**8**	**9**
.....	**----**			
....	**----**	**----**		

EN SÍNTESIS

El collar hace su aparición en el aula como un objeto familiar de la vida cotidiana que los niños pueden reconocer o imaginar. A partir de ahí, se pueden plantear diversas situaciones que involucren el análisis de diseños, la confección de collares con diversas regularidades, comparaciones, descripciones, etc.

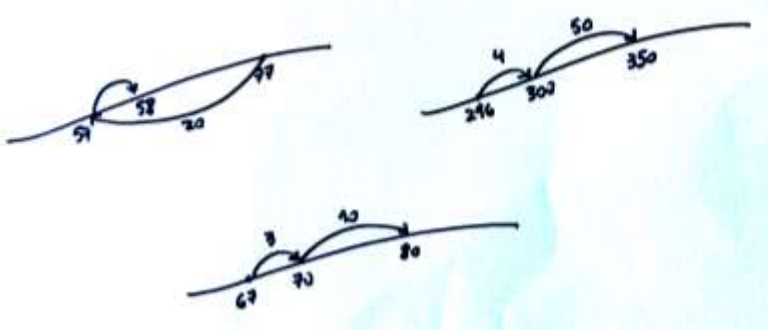
Cuando el collar se arma con cien bolitas y se lo organiza con un patrón alternando dos colores en agrupaciones de 10 (o de 5) bolitas, se torna un modelo concreto de la sucesión numérica para abordar diferentes actividades y el cálculo en ese intervalo.

El collar se torna así en un medio no solo para comunicar lo que el niño comprende sino también para reflexionar y trabajar sobre el mismo.

El uso de estrategias secuenciales y de descomposición que alienta este modelo, agilizarán la comprensión y realización de cálculos mentales y escritos, tanto a nivel informal como formal.

Yo pongo tanto énfasis sobre el rol del modelo como intermediario porque la gente demasiadas veces no tiene conciencia de su indispensabilidad. Con demasiada frecuencia las fórmulas matemáticas son aplicadas como recetas en una realidad compleja que no tiene ningún modelo intermediario para justificar su uso". (Freudenthal, 1991, pág. 36)

En la trayectoria aritmética de la EMR el collar a 100 en primer grado evolucionará en grados posteriores a un modelo más abstracto del mismo, llamado línea numérica abierta o vacía (trazo libre sin escalas numéricas convencionales). En ella, más que el collar, se modelizan las acciones realizadas sobre el mismo facilitando la operatoria con números naturales de cualquier tamaño, evitando el conteo de 1 y favoreciendo el uso de atajos para el cálculo mental (Freudenthal, 1973; Menne, 2004). Por ejemplo, para efectuar los siguientes cálculos: 77 - 19; 296 + 54 o dar la diferencia entre 67 y 80, los alumnos podrán utilizarla del siguiente modo:



A su vez, collares con diferentes diseños (patrones) darán lugar a la construcción de conceptos tales como múltiplos y divisores, paridad e imparidad, proporcionalidad, etc.

BIBLIOGRAFÍA:

- Buys, K (2001). “Matematización progresiva: el esbozo de un eje de aprendizaje”. En: Anghileri. *Principios y Prácticas en la Enseñanza de la Aritmética. Enfoques innovadores para el aula de primaria.* Oxford University Press. Philadelphia.
- Bressan, A; Silva, M; Méndez, G y Zolkower, B. (2002). “El collar y los números”. Publicación interna del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM). Bariloche.
- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2005). “Los principios de la Educación Matemática Realista”. En *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática* de Alagia, A., Bressan, A. y Sadovsky, S. Págs: 69-96. Buenos Aires: Del Zorzal.
- Bressan, A., Rivas y Scheuer, (2009). “Los conocimientos numéricos en niños que inician su escolaridad”. *Correo del Maestro* N° 162. Noviembre.
- Mc. Chetsney y Biddulph, 1994. Mc. Chesney, J. y Biddulph, F. (1994). Number Sense. *A Handbook for teachers*. Cap.1, Vol. 1. Editado por J. Neyland. NCTM. USA.
- Menne, J. (2004). *Jumping ahead*. En: Drijvers, P. (Ed). Classroom-based Research in Mathematics Education. Freudenthal Institute. Utrecht. Holanda.
- Freudenthal H. (1973). “Mathematics as an Educational Task”. D. Reidel Publising Company. Holland.
- Freudenthal H. (1991). *Revisiting mathematics education: China Lectures*. Dordrecht. Kluwer.
- van Huevel-Panhuizen, M. (Coord.) (2010): Los niños aprenden matemáticas. Una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios para el cálculo con números naturales en la escuela primaria. Correo del Maestro. México.