

Gobernador
Dr. Pablo Verani

**Presidente Consejo Provincial
de Educación**
Lic. Raúl Osvaldo Otero

Vocales
Elsa Ramirez de Lobo
Silvia Pappatico
Artemio Godoy

Directora General de Educación
Ana K. de Mazzaro

Directora de Nivel Primario
Silvia A. Guidi de Alvarez

EQUIPO DE TRABAJO

**Secretaría Técnica de
Gestión Curricular**

Coordinación General
Nora Violeta Arbanás

Coordinación Técnica
Alicia Lucino de Bertoni

Colaboración
Sergio Galván
Juan Neyra
Claudia Gelabert

Tipeado
Alejandro Méndez
José Quintana

Diseño y Diagramación
Romero Biondi

Elaboraron este documento:
Ana María Portan de Bressan
Beatriz Emilse Costa de Bogisic

**Consejo Provincial
de Educación 1996**

Índice

Una Forma de Uso de la Proporcionalidad: Las Escalas

	Pág.
Introducción	3
Primera parte	5
Propongamos un ejemplo	5
Realmente el tema es relevante...pero... ¿por donde comenzar?	6
Profundicemos en el tema	8
Investiguemos un poco más en relación con el tema escalas	10
Modos de indicar la escala	12
Hasta aquí llegamos y debemos decidir	12
Segunda parte	14
Vayamos ya a los problemas que darán significados la noción de escala:	14
1- "Las transformaciones"	14
2- "Dibujando más pequeño o más grande"	18
3- "Los pecesitos"	21
4- "Alturas a escalas"	21
5- "El paseo del campesino"	23
6- "Trabajamos con escalas"	24
7- "Las distancias"	25
8- "Vamos a los mapas"	25
9- "El plano de una casa"	27
10- "Viajando en avión"	28
11- "Las fotos nos dan datos numéricos"	28
12- "Cambio de escalas"	30
13- "Perímetro y áreas"	31
Proyectos grupales	32
Bibliografía	33

Introducción

¿Por qué nos reconocemos en Las fotos?

¿Por qué sí seguimos un plano en la construcción de objetos se suele obtener el producto esperado?

¿Por qué llevamos mapas en nuestros viajes?

Seguramente expondremos varias razones como respuestas, pero no dejaremos de tocar en ningún caso el hecho de la semejanza que nos permite identificarnos en las fotos, la relación de proporción que existe entre las medidas de un plano bien confeccionado con respecto al objeto construido y la posibilidad de ubicarnos y calcular distancias que los mapas nos dan.

Todo esto se resume en el hecho que en estos casos representaciones y realidad guardan una relación de proporcionalidad directa identificable y que se conoce como **«Escala»**.

El propósito de este documento es proporcionar a los docentes ideas acerca de:

- a) la utilización del Diseño Curricular, Versión 1. 1.
- b) el tratamiento de la proporcionalidad en el segundo ciclo en base a las escalas.

PRIMERA PARTE

Si hacemos el análisis de los contenidos de matemática correspondientes al primero y segundo ciclo de EGB es posible pensar que son excesivos. A los ya tradicionales tópicos de aritmética, geometría y medida, se agregan contenidos acerca del cálculo aproximado, trabajo con coordenadas, patrones y funciones, nociones de estadística y probabilidades, etc. Por otro lado, estos contenidos no se refieren sólo a conceptos sino que también incluyen procedimientos y actitudes. Sin duda si los vemos en listados y aislados unos de otros, los contenidos son muchos y se ve como dificultosa la enseñanza de todos ellos. Pero ¿qué podemos hacer entonces si son considerados como contenidos básicos a ser enseñados obligatoriamente)

He aquí algunos consejos. En nuestra planificación es fundamental que intentemos:

- articular cada contenido matemático de un eje curricular del área con los restantes del mismo y con los de los otros ejes;
- trabajar los conceptos en conjunto con los procedimientos y actitudes en el nivel que los alumnos permitan hacerlo, pero teniendo en cuenta que es necesario hacerlos evolucionar a todos ellos sobre el nivel cognitivo en que están;
- buscar los contenidos «más abarcativos» y de allí ir trabajando los más específicos
- considerar los intereses y el entorno del alumno para que las situaciones que se le planteen le resulten significativas asegurando mayores posibilidades de comprensión;
- conectar el contenido con los de otras áreas, usándolo para resolver problemas que provengan de las ciencias naturales o sociales, la tecnología, la plástica, etc.

Todo esto contribuirá a no fragmentar los contenidos y a potenciar sus relaciones, por lo cual veremos que no resultan ser tantos ya que pueden ser aprendidos varios al mismo tiempo.

Propongamos un ejemplo

Un contenido importante del Segundo Ciclo es el de «**Proporcionalidad**».

Ayudémonos con el Diseño Curricular, Versión 1.1. El tema aparece en forma explícita en el eje de Operaciones para dicho ciclo y dice así:

Cuarto año: Bajo el apartado Relaciones Numéricas figura: «Lectura, descripción, interpretación y construcción de diagramas y tablas de relaciones numéricas proporcionales y no proporcionales».

Quinto año: Se continúa trabajando con lo anterior y se agrega el aspecto funcional en la consideración de relaciones: «Relaciones funcionales en contextos numéricos. Aplicaciones a la proporcionalidad directa. Representación de relaciones en tablas, diagramas y gráficos».

Sexto año: Se explicitan las relaciones de proporcionalidad y sus propiedades, desde el punto de vista funcional Funciones directa e inversamente proporcionales. Significado en problemas. Propiedades. Representación gráfica en coordenadas cartesianas. Descripción y reconocimiento de las características de sus gráficos. Expresiones usuales de la proporcionalidad (porcentaje, escalas, interés simple, etc.)».

Si nos remitimos a los Propósitos del Ciclo encontramos: La enseñanza de la matemática en el segundo ciclo de la EGB tendrá como propósitos el desarrollo de capacidades vinculadas con... y entre los propósitos formulados aparece, en relación explícita con la proporcionalidad:

La exploración de patrones y funciones (directa e inversamente proporcionales) sencillas en ejemplos de matemática, la vida cotidiana y de otras áreas de conocimiento».

Y en concordancia con los propósitos en los Lineamientos de Acreditación para el ciclo se dice:

«Leer interpretar, explicar y crear patrones, tablas, diagramas y gráficos que expresen relaciones numéricas y generalizarlas».

«Reconocer e interpretar Situaciones problemáticas de proporcionalidad directa e inversa y resolverlas utilizando diversas estrategias».

En busca de mayor información nos referimos a la caracterización del eje de Operaciones. En ella se lee:

«La proporcionalidad numérica podrá ser trabajada a través de patrones, diagramas y tablas sencillas desde primer ciclo, pidiéndole a los niños que busquen regularidades numéricas en las mismas. Este trabajo se complementará en el segundo y tercer ciclo con el tratamiento de problemas (muchos provenientes de la medida) que conduzcan a los alumnos a la comprensión de las relaciones de proporcionalidad directa e inversa y su modelización a través de las funciones.

Las razones, cuyo tratamiento corresponde iniciar en el segundo ciclo, expresan la relación entre dos cantidades, que pueden pertenecer a conjuntos de igual o distinta naturaleza (metros - kilómetros, personas - km^2 ; alumnas - alumnos de la clase, litros - kilos, etc.). Para indicarlas - indicárselas se utiliza la escritura fraccionaria, pero no se las debe confundir con los números fraccionarios ya que las razones poseen propiedades que las distinguen de ellos. Por ejemplo: las razones no pueden ser sumadas, sustraídas, multiplicadas y divididas como las fracciones. Consecuentemente es necesario dedicarles un tiempo especial al estudio de sus propiedades.

El concepto de razón y proporcionalidad numérica, nada simples, brindan un medio de integración riquísimo de los distintos ejes (escalas en geometría, razones en medida, porcentajes en estadística, etc.) y en temas de otras disciplinas como la física, la economía, la demografía, etc.»

Realmente el tema es relevante ... pero... ¿por dónde comenzar?

Situémonos por ejemplo, en sexto año y analicemos qué es lo que posiblemente nuestros alumnos de hoy conozcan al respecto.

La experiencia (y lo demandado por el Currículo) nos dice que los alumnos que ingresan a este año ya deberían saber resolver problemas simples de multiplicación utilizando el valor unitario como dato o bien buscándolo a partir de otros valores dados y resolver problemas de «regla de tres» con distintos recursos (tablas, diagramas, gráficos) dándose cuenta de la existencia de operadores (horizontales y verticales) y de vinculaciones entre pares de valores, es decir poseen alguna noción acerca de relaciones funcionales. También saben ubicar y graficar puntos en coordenadas cartesianas.

Sin embargo, es **posible que los alumnos aún no hayan llegado a poder establecer conexiones entre estos hechos.**

*¿Porqué conociendo el valor correspondiente a la unidad puedo saber el valor correspondiente a otro cualquiera?
¿Porqué existe un operador fijo en determinadas tablas y no en otras?*

¿Por qué si grafico en coordenadas cartesianas los valores de una tabla como las presentadas en este documento obtengo puntos alineados en una recta que pasa por el origen?

¿Por qué algunas gráficas dan rectas y otras no?

A todos estos cuestionamientos responde el concepto de constante de proporcionalidad.

La proporcionalidad constituye un contenido unificador de nociones propias de la matemática y de otras ciencias, de los cuales algunos ejemplos son:

- las operaciones de multiplicación y división;
- las fracciones y los números racionales;
- los números decimales y la medida;
- los cambios de unidades, los cambios de escalas;
- los porcentajes;
- los problemas de reparto;
- la semejanza de figuras y cuerpos;
- las escalas, los mapas y las maquetas;
- la tasa de crecimiento de una función;
- la trigonometría de los triángulos rectángulos;
- los gráficos circulares;
- las tablas y reglas de Cálculo;
- las definiciones de las unidades compuestas tales como la densidad, la presión, la velocidad y la aceleración;
- las equivalencias químicas;
- las leyes de los gases ideales;
- la tasa de natalidad y la densidad de población; etc.

No todos estos temas poseen el mismo grado de dificultad. Dentro de los más sencillos está la noción de escala que *puede colaborar* productivamente a que los alumnos de segundo ciclo vean la utilidad del concepto de razón y comprendan mejor el de constante de proporcionalidad, partiendo de aspectos perceptuales e intuitivos que ya manejan para alcanzar otros más formalizados.

Profundicemos en el tema

Si observamos con detenimiento las siguientes tablas en búsqueda de regularidades

número de cajas	número de latas
2	72
8	288
5	180
1	36
....

Tabla 1

tiempo (h)	distancia (km)
1	80
2	160
6	480
3	240
....

Tabla 2

radio (cm)	long. circ. (cm)
1	2π
2	4π
3	6π
2,5	5π
....

Tabla 3

costo (\$)	longitud (m)
4	3
12	9
6	4.5
100	75
....

Tabla 4

vemos que:

a) Corresponden a **relaciones funcionales**, en tanto a cada elemento de la primera columna le corresponde uno y sólo uno de la segunda, lo que se puede expresar como **para todo x existe un y tal que $f(x) = y$** .

b) Se **conserva la multiplicación escalar**, pues si duplicamos un valor de la primera columna el correspondiente en la segunda columna también se duplica, si triplicamos, su correspondiente aparecerá triplicado con respecto al correspondiente anterior y así sucesivamente. Esto viene al caso, pues en toda relación de proporcionalidad directa al doble corresponde el doble, al triple el triple, a la mitad la mitad, etc., lo cual se expresa en forma genérica diciendo: **Si a x_1 le corresponde y , entonces a $n \cdot x_1$ le corresponderá $n \cdot y_1$** (pudiendo ser n cualquier número real).

c) Se **conserva la adición entre magnitudes** pues si sumamos o restamos dos valores cualesquiera de la primera columna al resultado le corresponde la suma o diferencia de los correspondientes de la segunda. Es decir, **si hacemos $x_1 + X_2$ el correspondiente será $y + Y_2$**

d) Es posible determinar una constante de proporcionalidad a partir del cociente entre la segunda y primera componente de cada par de valores de la misma fila, lo que se indica como **$k = y_n / x_n$** .

Que ese valor **k coincide con el que corresponde al valor 1** de la primera columna. En 1 caja caben 36 latas; en 1 hora se cubren 80 km; a un radio unidad corresponde una longitud de circunferencia igual a 2π etc.

Todas las propiedades hasta acá vistas son propias de magnitudes que guardan relación de proporcionalidad directa y desde una expresión más formal se dice:

Dos magnitudes se relacionan en forma directamente proporcional cuando es posible encontrar un valor fijo k (llamado constante de proporcionalidad) tal que dado un valor x_1 cualquiera de la primera magnitud es posible encontrar el valor correspondiente y , de la segunda, al multiplicar x , por k . Para determinar este valor k es suficiente que se dé un par ordenado de números (x_1, y_1) , es decir, si sabemos que a x_1 le corresponde y_1 el valor de k es

y_1 / x_1 . De allí que para generalizar una relación de proporcionalidad directa se la pueda simbolizar por la expresión $y = k x_1$, lo que al representarse en coordenadas cartesianas da una recta que pasa por el origen. (En caso de trabajarse con variables discontinuas la gráfica da puntos sobre esa recta).

Los gráficos cartesianos corres correspondientes a cada una de las tablas

Tabla 1

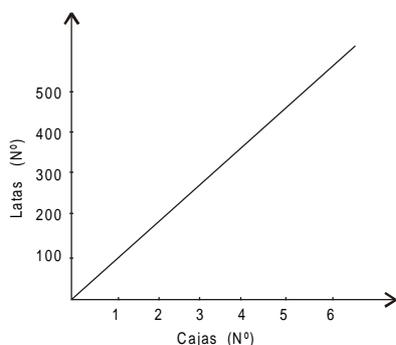


Tabla2

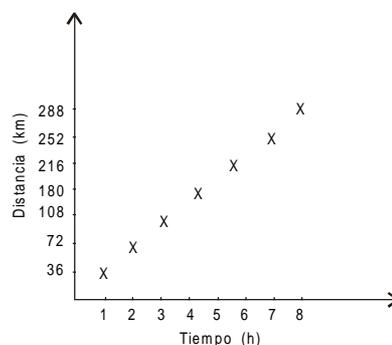


Tabla 3

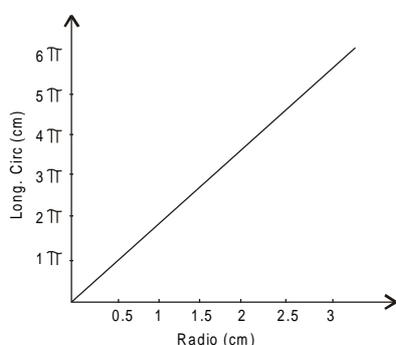
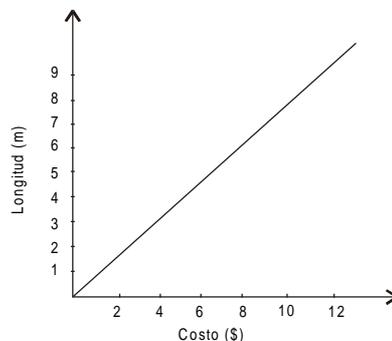


Tabla 4



El precio y los metros de tela; un arco de circunferencia y el ángulo central que lo contiene, la cantidad de líquido y el volumen ocupado, etc., son otros ejemplos de relaciones directamente proporcionales.

La búsqueda y la comprensión del significado de la constante de proporcionalidad **que rige cada una de estas relaciones** no suele ser tarea simple para nuestros alumnos y su tratamiento, si bien quedará concluido en el segundo ciclo, se debe comenzar a trabajar en el mismo.

En general, los alumnos al trabajar sobre tablas y diagramas aprecian las propiedades a, b y c con cierta facilidad, pero en cuanto al cálculo de la constante de proporcionalidad (operador horizontal) suele resultar de mayor dificultad por tener que tomar en cuenta (en la mayoría de los casos) unidades diferentes. No poseen suficientemente internalizado el concepto de constante de proporcionalidad ni lo asocian a la expresión simbólica $y = kx$, que modeliza matemáticamente las relaciones de proporcionalidad directa.

Investiguemos un poco mas en relación con el tema escalas...

En general, los problemas de proporcionalidad relacionan magnitudes distintas entre si (costo número de artículos; número de cajas iguales - peso del embarque, capacidad - volúmenes, etc.), magnitudes que se miden con sistemas de unidades distintos, pero existen dos casos de uso común y muy importantes, donde las magnitudes relacionadas son la misma, es decir se miden con el mismo sistema de unidades. En este caso el coeficiente de proporcionalidad al poder ser expresado con la mismas unidades no depende de esa unidad, es un número «sin dimensión»

Estos casos son:

- **el porcentaje:** que puede relacionar una subárea con el área unidad o un subconjunto con el conjunto completo o un número con otro. Por ejemplo: 36 de cada 100 personas que vinieron al acto fueron niños (36%), en la compra por cada 100 pesos me descontaron 8 pesos (S%), etc..
- **la escala** como razón entre magnitudes lineales (distancias o longitudes).

En este documento nos referiremos especialmente a este último caso y sus múltiples aplicaciones.

Ejemplos de uso de este tipo de escala son:

1) Las fotos, de manera que en ellas podemos reconocer personas, objetos y lugares pues guardan semejanza con los reales. Hay fotos que agrandan miles o millones de veces objetos o seres del mundo real gracias al uso de microscopios, mientras que en otras se ve reducida en varias decenas de veces la realidad representada. Veamos algunos ejemplos: en la foto 1 observamos la unión de las alas de la abeja realizada con un microscopio electrónico bajo una ampliación aproximada de 350 veces su tamaño real. En el caso de la foto 2 vemos el planeta Tierra tomado a una distancia de 100.000km.

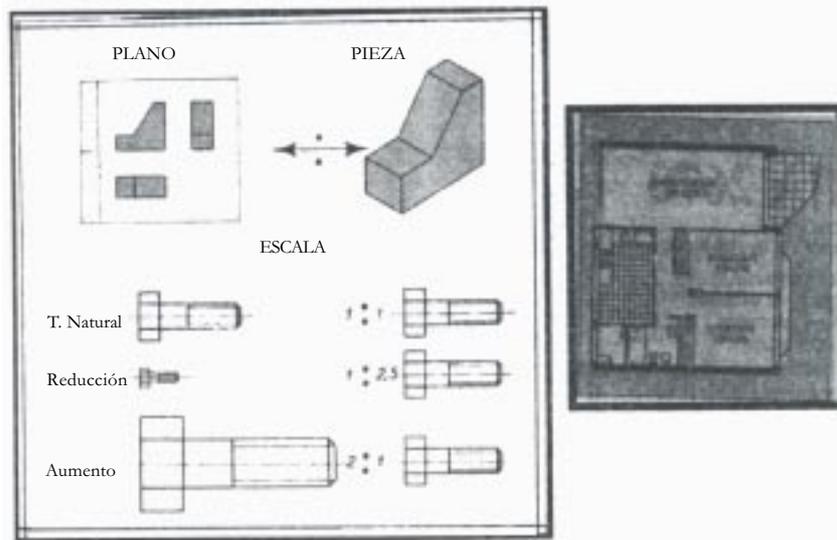


Existen microscopios ópticos que aumentan hasta 1.200 veces los tamaños reales, mientras que los microscopios electrónicos llegan a aumentar 1.000.000 veces los mismos. Los telescopios también aumentan cerca de 500 veces nuestras posibilidades de captar objetos lejanos.

Las fotocopiadoras, el zoom de la televisión, las cámaras de fotos o las computadoras son instrumentos de uso de la escala ya que permiten agrandar o reducir el tamaño de las imágenes manteniendo su forma.

2) Los **planos** de casas, muebles, aparatos u objetos en general también se elaboran a escala, y por

eso de su lectura podemos deducir las dimensiones reales que ellos poseen y captar sus formas. Ejemplos:



Etchebarne; R.: «Dibujo Técnico I» Edicial. Arg. 1994 .

3) Otro uso importante de las escalas se encuentra en la confección de **mapas**. Pero ¿qué es un mapa?

«El mapa es la representación convencional de la configuración superficial de la tierra. Es una representación geométrica, plana, selectiva, simplificada y convencional de toda o una parte de la superficie terrestre, con una relación de similitud proporcionada, a la que se llama escala.

El mapa es una versión simple y convencional porque nos da una imagen incompleta del terreno. Se eligen siempre según el objetivo del mapa, los datos que se quieren representar, y se utilizan unos signos - símbolos preestablecidos y convencionales que varían según el espacio que tenga el dibujante, es decir, según la escala del mapa.

Junto con los mapas de la superficie de la Tierra existen también las cartas náuticas o de navegación, los llamados mapas del cielo, de estrellas, del tiempo, etc. La cartografía es a la vez ciencia, arte y técnica porque el cartógrafo debe conocer los métodos de estudio del objeto que se va a cartografiar, concebir una expresión gráfica precisa, clara y armoniosa y manejar los modernos procedimientos de reproducción de mapas. (Callejo, Ma. L.; Llops, C.: «Planos y mapas». Narcea. MEC. Madrid.).

Del análisis de los ejemplos dados intuimos la existencia de una relación numérica que se mantiene entre los paisajes, personas, objetos, etc., reales y las representaciones que de ellos construimos. Esta relación es justamente **la escala o razón de semejanza o de proporcionalidad** y la misma se obtiene dividiendo la longitud de un segmento representado en el dibujo, por la longitud de su correspondiente en la realidad. Por ejemplo, si en un mapa un segmento de 2 cm corresponde a 12 km reales, utilizando la misma unidad diremos que la escala de ese mapa es de 2 cm/1.200.000 cm o lo que es igual a 1/600.000. En este caso estamos en presencia de una escala de reducción. Pero si queremos ampliar en lugar de reducir deberemos tomar **una escala de ampliación**, como por ejemplo en el caso de las alas de la abeja en que la escala es de 350/1.

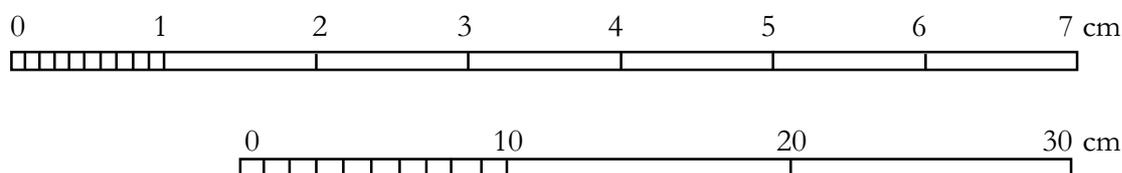
Por lo que vimos hasta aquí podemos inferir que las escalas constituyen un caso especial de

constante de proporcionalidad directa. **Realmente la escala es el coeficiente de proporcionalidad que relaciona una distancia sobre la representación con la distancia sobre la realidad.**

$$\text{Escala} = \frac{\text{Distancia en la representación}}{\text{Distancia real}} \quad (\text{lo que se puede expresar como } \frac{E = Y}{x})$$

Modos de indicar la escala:

Escala gráfica: A veces la escala se da por un segmento que representa metros, kilómetros, etc. y sirve de modelo para hacer la transformación de una medida real al dibujo o viceversa. Por ejemplo:

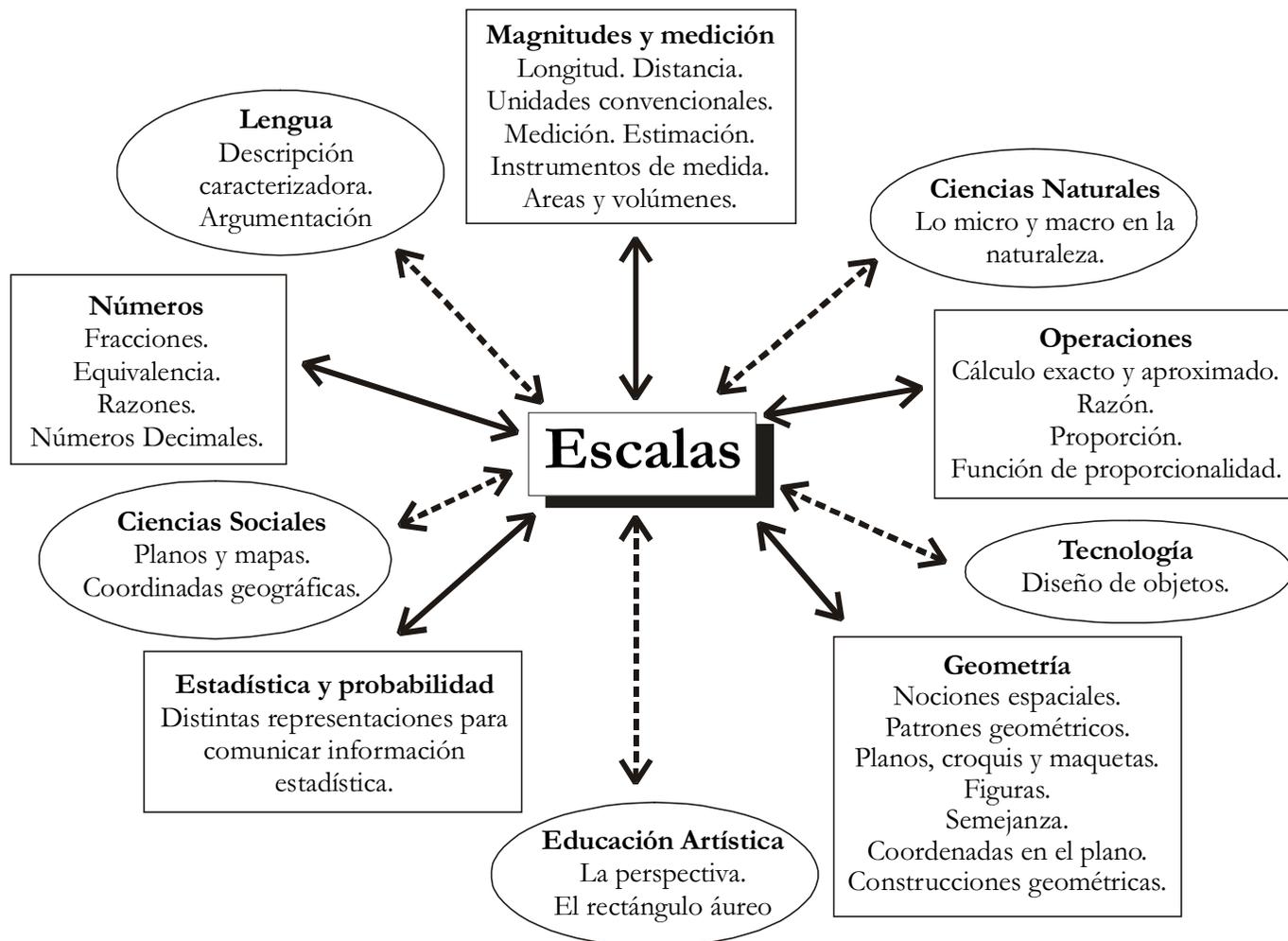


Escala numérica: Se presenta la relación como una fracción a/b , entendiéndose por a el valor que la distancia considerada tomará en el dibujo y por b su valor en la realidad (ambos expresados en la misma unidad). Así la expresión $1/500$, o lo que es lo mismo $1:500$, puede corresponder a 1 cm cada 500 cm o a 1 km cada 500 km, etc.

Hasta aquí llegamos y debemos decidir.

El tema escalas es un contenido que posee relaciones con situaciones de la vida cotidiana, con otros conceptos matemáticos y con contenidos de otras áreas, por lo que puede despertar el interés de los alumnos.

En el cuadro de la página siguiente, se muestra un esquema de algunas de las relaciones que tiene el concepto de escala y que pueden ser trabajadas en el Segundo Ciclo.



SEGUNDA PARTE

Vayamos ya a los problemas que darán significado a la noción de escala

Las siguientes actividades fueron elaboradas teniendo en cuenta la bibliografía de este documento. Guardan relación con el Diseño Curricular 96 de E.G.B. de Río Negro y se proponen sólo a título de ejemplos. Las mismas podrán ser utilizadas tal como se presentan o modificadas, respetándose o no la secuencia en la que aparecen. El docente hará uso de ellas de acuerdo a sus necesidades pedagógicas.

El tema escalas se presenta explícitamente en sexto año del Curriculum, pero ya desde el Nivel Inicial han de trabajarse contenidos que son prerequisites de este concepto.

Recordamos a los docentes que la computadora, la fotocopiadora, el escalímetro, el pantógrafo y el compás de proporción constituyen instrumentos importantes para la producción de figuras semejantes, lo cual implica el uso de escalas.

1 - «Las transformaciones»

Nivel: Primer ciclo.

Objetivo: Desarrollar aspectos del concepto de transformación funcional.

Materiales: Dos cajas de Bloques Lógicos (B. L.).

Desarrollo:

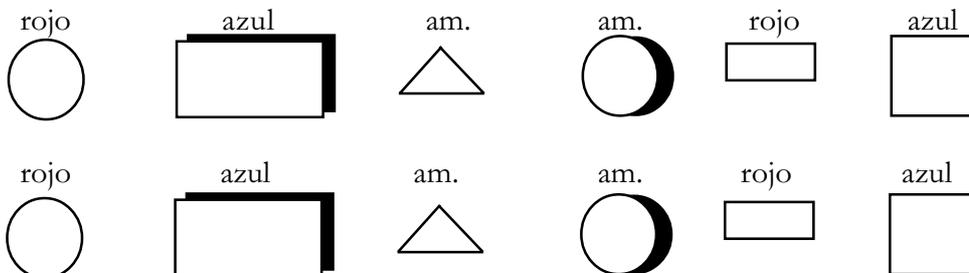
■ Primera parte. Trabajo con toda la clase.

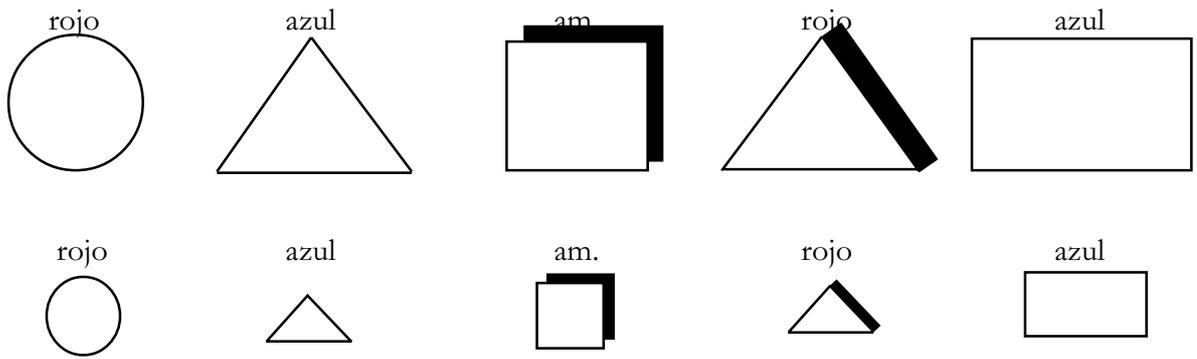
- El maestro con un grupo de alumnos forma una fila con B. L. El resto de la clase la reproducirá exactamente igual.

rojo		am. am.	rojo
(D	azul		
rojo	azul	am. am.	rojo 0

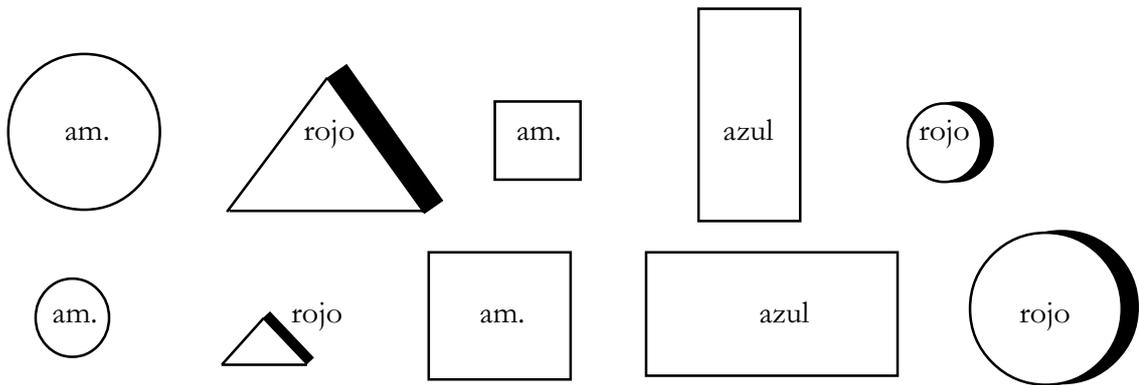
Los alumnos deben explicar por qué ambas filas son exactamente iguales.

- Utilizando parte de una caja de B. L. se pide a un grupo de alumnos que forme una fila empleando sólo los bloques grandes. El resto de la clase la reproduce cambiando sólo el tamaño.

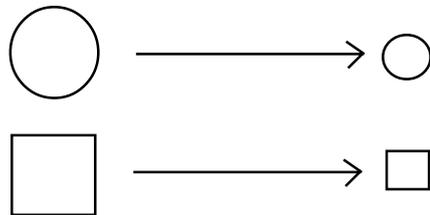




Un grupo de alumnos forma una fila con todos los bloques de una caja. El resto de la clase la reproduce cambiando el tamaño.



El maestro preguntará a los alumnos cómo se podría anotar con unos pocos dibujos la transformación realizada en cada caso. Entre otras puede surgir para el segundo caso:



■ Segunda parte. Trabajo en pequeños grupos.

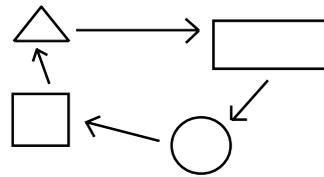
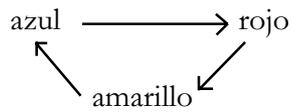
- El maestro arma una fila de bloques del mismo grosor y pide a los alumnos que la reproduzcan respetando la consigna así escrita:

grande \longleftrightarrow chico

- Se realiza una actividad similar a la anterior, pero considerando el tamaño. - El maestro arma una fila con todos los bloques de una caja y pide que se reproduzca respetando ambas consignas simultáneamente:

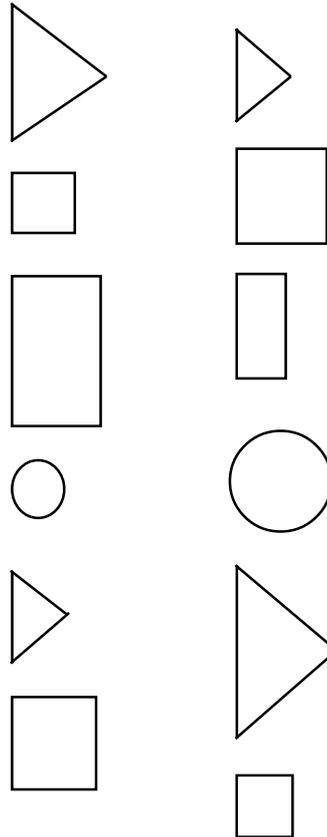
grande \longleftrightarrow chico
grosso \longleftrightarrow fino

- Se propondrán otras situaciones de transformación indicándola con consignas verbales o gráficas.

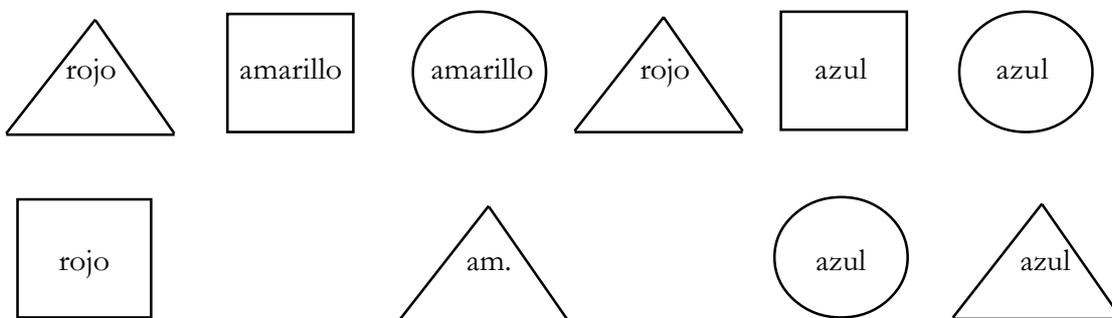


■ Tercera parte. Trabajo grupal.

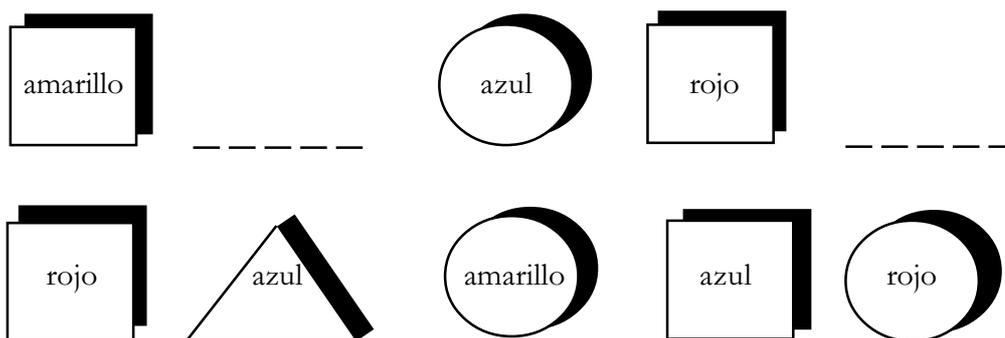
- El maestro o un grupo de chicos presenta una columna de bloques y su transformada y solicita a los alumnos que descubran el operador y lo indiquen con flechas.



- El maestro presenta dos filas, una y su transformada, dejando lugares libres en la transformada. Solicita buscar el operador y completar las filas.



El maestro presenta otras dos columnas y deja espacios libres en la primera. Pide buscar el estado inicial y el operador.



Indicaciones para el maestro: Estas actividades pueden realizarse con otros materiales como cubiertos, clavos y tornillos, juguetes, semillas, hojas, etc.; elegidos teniendo en cuenta que los elementos de cada conjunto posean algunos atributos que se mantengan y otros no (Por ejemplo: aras, tenedores y cuchillos grandes y chicos).

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Conceptos de función como transformación. Correspondencia término a término. Organización de la información en filas y columnas. Simbolización de operadores. Nociones espaciales. Relaciones de posición, de orientación y de dirección. Figuras. Identificación de formas. Discriminación entre la semejanza y la congruencia de figuras.

2- «Dibujando más pequeño o más grande»

Nivel: Primer ciclo.

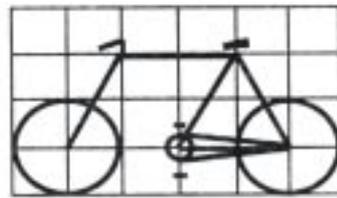
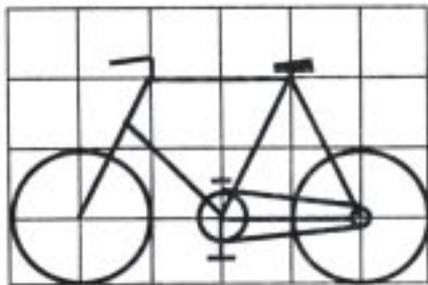
Objetivo: Obtener figuras semejantes utilizando papeles cuadriculados y punteados.

Materiales: Hoja para el alumno, papeles cuadriculados y punteados de distintos tamaños.

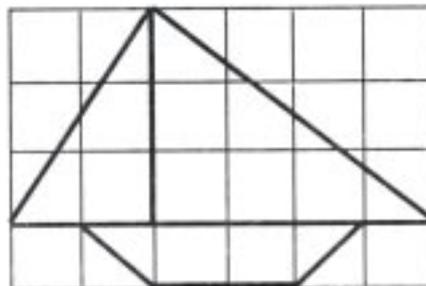
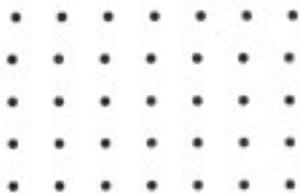
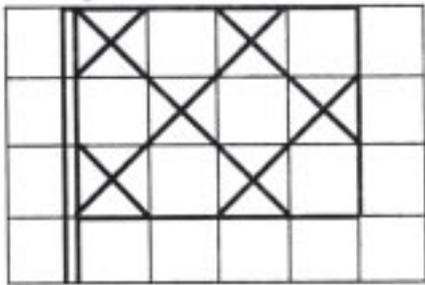
Desarrollo: Trabajo individual.

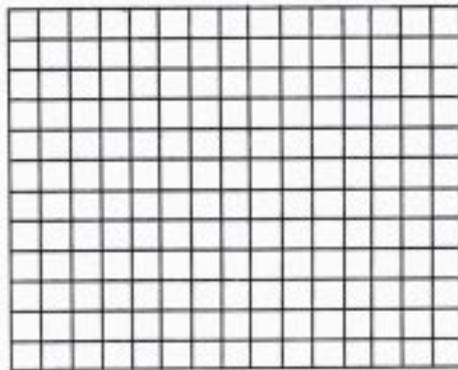
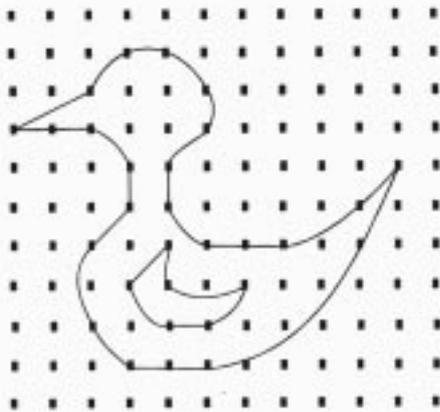
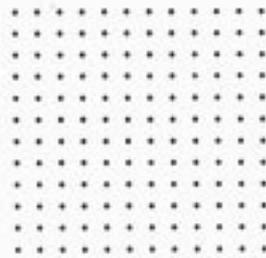
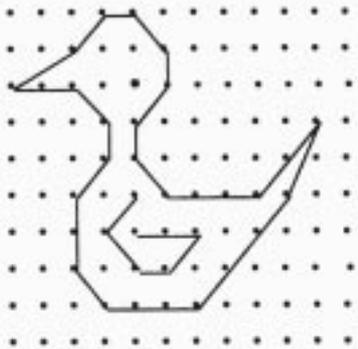
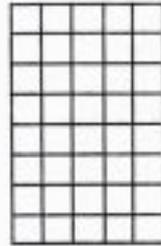
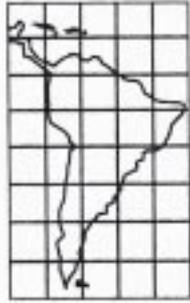
Hoja para el alumno

Cuando quieras hacer más grande o más pequeño un dibujo puedes hacerlo con ayuda de papeles cuadriculados o punteados.

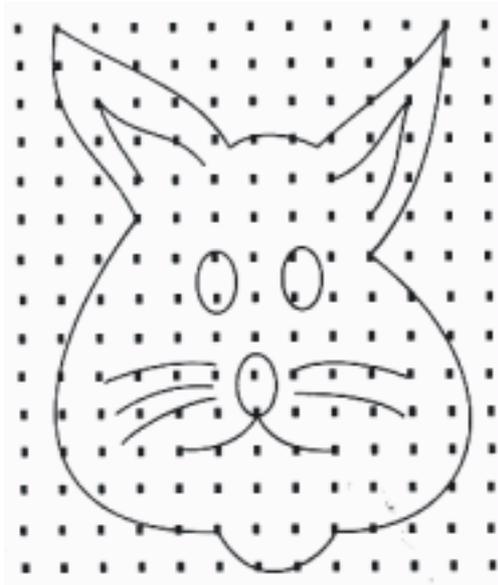


Realiza los siguientes:





Agranda este dibujo
para decorar tu cuarto:



Esto que hiciste ayudado con papeles cuadriculados o punteados se lo llama **reproducción a escala**.

¿Cuándo se amplía o se reduce a escala un dibujo utilizando papel cuadriculado o punteado?
¿Qué tendrías que hacer para que los dibujos resultaran iguales?

Indicaciones para el maestro: Los niños tendrán que concluir que cuanto más pequeños son los cuadros, más chico resulta el dibujo, que cuanto más grandes son los cuadros más grande es la reproducción a escala y que los dibujos resultan iguales cuando se reproducen sobre tramas iguales. Esta actividad puede trabajarse en el segundo cielo utilizándose coordenadas cartesianas en lugar de papel cuadriculado o punteado.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Utilización de las relaciones espaciales para ubicar puntos en el plano. Elaboración de recorridos. Posiciones de rectas y entre rectas. Utilización de útiles de geometría. Reproducción de figuras. Discriminación entre posición, forma y tamaño de figuras. Elaboración de estrategias de medición de longitudes con unidades no convencionales y convencionales.

3- «Los Pececitos»

Nivel: Primer ciclo.

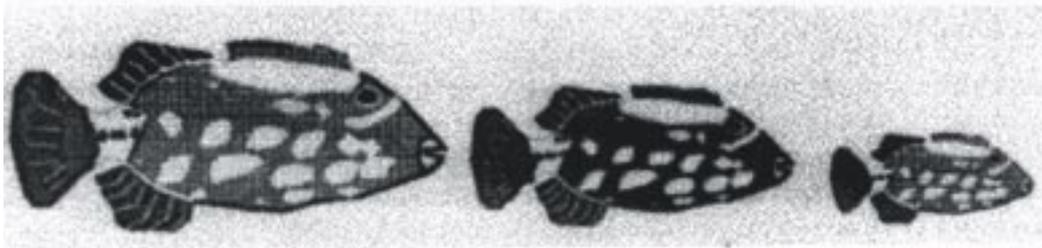
Objetivos: Interpretar, predecir y completar patrones de figuras semejantes.

Materiales: Hoja para el alumno y otros materiales que serán entregados a pedido del alumno (por ejemplo: útiles de geometría, papeles cuadriculados o punteados,

Desarrollo: Trabajo individual y luego plenario.

Hoja para el alumno

Dibuja un pez más grande y otro más pequeño que los que aparecen en la guarda.



Cuéntale a tus compañeros en qué te basaste para hacer los dibujos pedidos.

Compara tu producción con la de tus compañeros ¿Hay coincidencias o diferencias?.

Discutan sobre los aciertos y los errores.

Indicaciones para el maestro: Esta actividad dada en distintos años es posible que promueva estrategias con diferentes grados de éxito. Por ejemplo, en primer ciclo es posible que descuiden de la semejanza al centrarse sólo en una dimensión (considerar la altura y no considerar el descuidar la forma o centrarse en propiedades no geométricas (el color), etc. En segundo y en base a actividades como las propuestas, se espera que los alumnos utilicen papeles cuadriculados o punteados o que calculen numéricamente el factor de escala y que lo aplique a todas dimensiones, que usen adecuadamente los útiles de geometría, que se expresen verbal y simbólicamente con mayor rigor, etc.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Reconocimiento, descripción y completamiento de patrones no numéricos. Relaciones espaciales posición de orientación y de dirección. Noción de semejanza de figuras. Reproducción a escala.

4 - «Alturas a escala»

Nivel: Segundo ciclo.

Objetivo: Representar segmentos en escala.

Materiales: Instrumentos de medición de longitudes, tiras de papel.

Desarrollo: trabajo individual, pequeños grupos o plenario según los distintos momentos de la clase.

Guía para el maestro

a) Pedir a cada alumno que con ayuda de un compañero, construya una tira de papel igual a su altura.

b) Una vez construidas, cada uno tiene que pegarla en su cuaderno. ¿Cómo hacer? Se espera que

surja la idea de que cada tira sea plegada para que «entre» en el cuaderno. Pueden surgir distintos plegados: algunos lo harán en partes desiguales y otros en partes iguales; no todos la doblarán en la misma cantidad de partes, etc. Estas variantes darán mas riqueza a la actividad.

c) El maestro elegirá de los segmentos construidos algunos teniendo en cuenta los que provienen de tiras dobladas en partes de distinta longitud y/o en distinto número de partes, ordenándoselos de menor a mayor. Se comparará la relación entre las longitudes de los segmentos y las alturas de los alumnos correspondientes.

Se hará observar que las representaciones no se corresponden con la realidad.

d) ¿Qué hay que hacer para que podamos sacar conclusiones respecto de las alturas de estos chicos en base a los segmentos que las representan?

1°- Cada tira debe estar plegada en partes iguales. Entonces el segmento que la representa es proporcional a la altura. «Es una representación a escala».

2°- Para poder comparar las representaciones todas deben estar construidos con la misma escala. Esto se logra si todas las tiras están plegadas en el mismo número de partes.

e) Luego se eligen segmentos que provienen de tiras plegadas en el mismo número de partes iguales y así los alumnos podrán corroborar las conclusiones explicitadas en el apartado d.

f) Se hará observar en cuánto se redujo la altura de los chicos y que esta reducción está en relación directa con la cantidad de partes iguales en la que se plegó la tira. Si la tira se plegó en ocho partes iguales, entonces la altura está representada en escala «uno a ocho» ó 1: 8 ó $1/8$.

g) Pedir a los alumnos la representación a escala del largo, del ancho o del contorno de objetos que los rodean.

h) Proponer situaciones significativas en las que las representaciones a escala sean mayores que las longitudes de los objetos reales.

Indicaciones para el maestro: Para que realmente se logre un trabajo en escala, los alumnos deberán arribar a que todas las tiras deben plegarse en igual número de partes iguales. Esta actividad puede complejizarse trabajando a continuación o al mismo tiempo de este desarrollo, con los valores numéricos de las tiras de papel. En ese caso se involucrarán otros contenidos relacionados con los números racionales y las relaciones funcionales en contextos numéricos. También podrán proponerse otras actividades complementarias como el registro, organización y análisis de información en tablas y gráficos estadísticos, por ejemplo pegándose en forma ordenada las tiras de papel que representan las alturas y sus plegados a escala, para analizar y extraer conclusiones.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Comparación, clasificación y ordenamiento de segmentos. Medición de longitudes. Aplicaciones de las nociones de mitad, doble, tercio, etc., a cantidades continuas. Representación concreta, gráfica y simbólica de fracciones. Posiciones de rectas. Correspondencia entre elementos de dos conjuntos. Relaciones funcionales, reconocimiento en situaciones simples de proporcionalidad directa. Agrandamiento y reducción de figuras con un factor simple de escala. Cálculo del factor de escala mediante recursos experimentales.

5- «El paseo del campesino»

Nivel: Primer o segundo ciclo.

Objetivo: Obtener la longitud real en base a la representación y a la escala gráfica.

Materiales: Hoja para el alumno y otros a pedido de los alumnos

Desarrollo: Trabajo individual.

Hoja para el Alumno

Observa y mide las distancias reales que tendrá que recorrer el campesino.

El diagrama muestra un camino con cinco puntos etiquetados como A, B, C, D y E. El punto A está a la izquierda, conectado por una línea recta al punto B a la derecha. Desde B, el camino continúa a C, luego a D y E, y finalmente de E de vuelta a A. Hay un árbol entre los puntos B y C. Hay una casa a la izquierda de A, una casa a la izquierda de D, y una casa a la derecha de E. Debajo del camino hay una escala horizontal etiquetada 'ESCALA EN KILOMETROS' con marcas numeradas del 0 al 10.

(En el plano 10cm = 1km)

- Del punto A al D.....
- Del punto D al E.....
- Del punto E al C.....
- Del punto C al B.....
- Del punto B al A.....
- Del punto E al B.....

Indicaciones para el maestro: Hacer confrontar a cada alumno sus resultados con los de sus compañeros, justificando las coincidencias y las diferencias obtenidas. Este es un modelo de actividad que puede complejizarse o simplificarse en relación con el recorrido presentado (por ejemplo con trazos curvos se complejiza), con el valor numérico de las distancias entre los puntos (naturales o decimales), con cambios de escala, etc. Se observa que los alumnos tendrán que realizar mediciones de longitudes con precisión, hacer transformaciones de cantidades, operar con números naturales o decimales. Los principales contenidos involucrados en esta actividad son: Estimación y medición de longitudes. Precisión en las mediciones. Equivalencia entre cantidades. Comparación y suma de cantidades. Escala.

6- «Trabajamos con escalas»

Nivel: Segundo ciclo.

Objetivo: Determinar las medidas reales de un objeto dada la representación y la escala numérica. Establecer comparaciones entre las dimensiones del objeto real y sus representaciones con distintas escalas.

Materiales: Hoja para el alumno y a pedido de los alumnos: regla graduada, transportador, etc.

Desarrollo: Trabajo individual y luego en plenario.

Hoja para el alumno

Determinar las medidas reales de la casilla del perro.

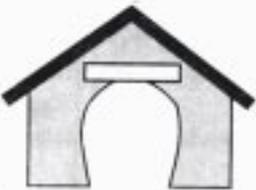


Vista lateral



LARGO

largo:
ancho:
Alto:
Vista de frente



ALTO

ANCHO

Escala: 1 cm 25 cm

	Longitud en el dibujo	Longitud real
alto		
ancho		
largo		
largo techo		
alto puerta		

Para ampliar el dibujo, ¿qué escala elegirías?
Realiza el nuevo dibujo usando la escala elegida. ¿Lo obtenido corrobora tus pensamientos? Después de lograr una buena ampliación, completa una tabla como la anterior pero poniendo las longitudes del nuevo dibujo.
Compara tus producciones con la de tus compañeros.
¿Qué puedes decir en relación con el tamaño de la reproducción del dibujo y el valor de la escala empleada?

Indicaciones para el maestro: Los alumnos comenzarán a observar las relaciones de tamaño entre las distintas representaciones de una misma longitud real cuando cambia el factor de escala. A mayor valor de escala se amplía la figura, a menor valor de escala se reduce. Es conveniente hacer reflexionar a los niños para que descubran que cuando el factor de escala es igual a uno, el tamaño entre el objeto real y su reproducción es el mismo.

Poner especial atención en el tratamiento que hacen los niños con respecto a los ángulos. Tener en cuenta que para que se de la semejanza entre las figuras tienen que conservarse las aberturas de los ángulos y la proporcionalidad de los lados correspondientes.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Números racionales. Comparación, equivalencias y operatoria. Reconocimiento de figuras semejantes. Agrandamiento y reducción de figuras. Escalas. Uso de instrumentos de geometría. Precisión en la medición.

7- «Las distancias»

Nivel: Segundo ciclo.

Objetivo: Establecer comparaciones entre distintas representaciones a escala de una misma distancia.

Consigna: «Representar la distancia entre Choele Choel y Río Colorado, utilizando las siguientes escalas:

a) 1 cm: 20 km

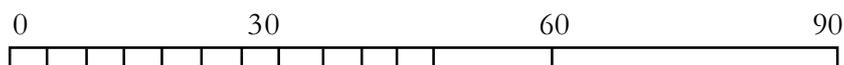
b) 1 : 2000000

c) 1 cm / 20000 m

d) 1 cm: 200 km

e) $\frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ km}}$

f)



Comparar las representaciones. ¿Qué se observa? justificar las respuestas.

Indicaciones para el maestro: Los niños deberán observar que hay algunas representaciones iguales porque los factores de escala son iguales, aunque estén formulados de forma diferente, y que las representaciones son más grandes o más chicas en función del mayor o menor valor del factor de escala.

Los alumnos tendrán que averiguar la distancia real entre las ciudades mencionadas.

En el desarrollo de esta actividad se realizarán transformaciones de cantidades de una unidad a otra, por ejemplo 20 km es equivalente a 20.000 m.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Medición de longitudes. Cambio de unidades. Comparación de números y de segmentos. Factores de escala.

8- «Vamos a los mapas»

Nivel: Segundo ciclo.

Objetivo: Utilizar escalas para resolver problemas de distancias sobre un mapa.

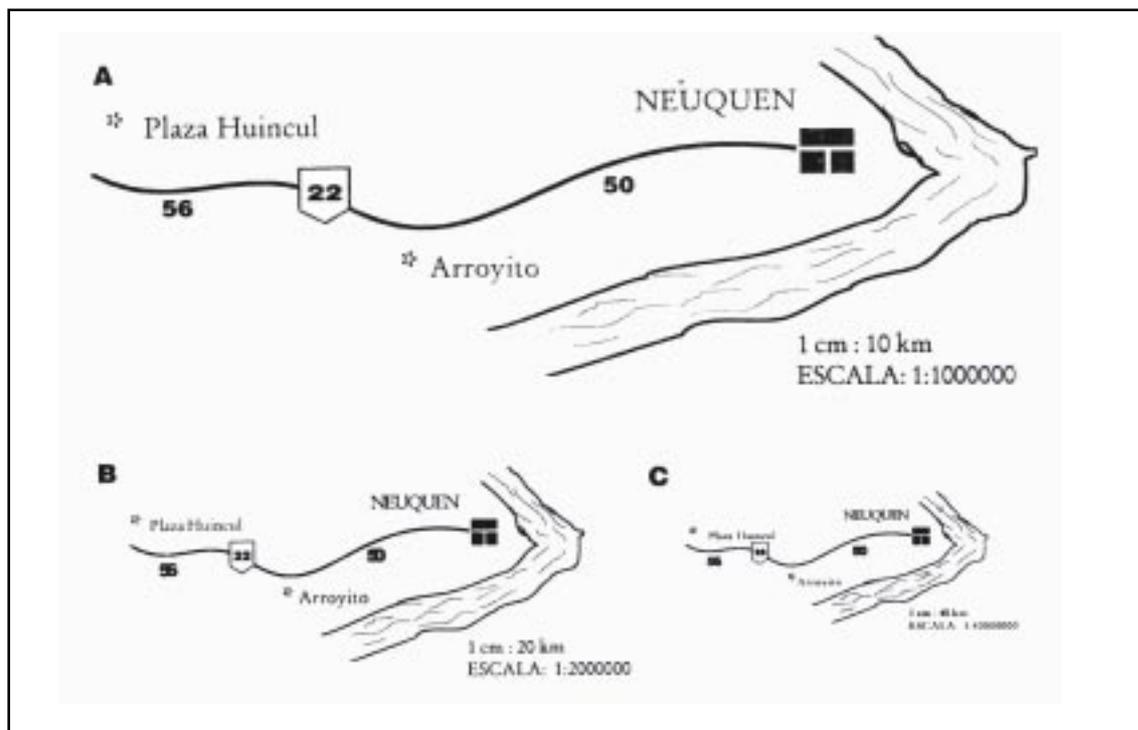
Materiales: Mapas de una misma región, presentado en tres escalas diferentes y otros a elección de los alumnos.

Desarrollo: En la primera parte de la clase se realiza trabajo grupal, a continuación se realiza el plenario.

■ Primera parte.

Cada grupo recibe un mapa (A, B o C).

Consigna: «Calcular la distancia real entre Plaza Huincul y Neuquén»



■ Plenario

Cada grupo explica el trabajo realizado y los resultados obtenidos.

Se comparan las producciones y se analizan los aciertos y los errores buscando el fundamento de cada uno.

Indicaciones para el maestro: Los alumnos deberán arribar a las conclusiones siguientes: La distancia real es la misma independientemente de la escala utilizada para la representación. Las diferencias obtenidas pueden provenir de errores conceptuales o de falta de precisión en las mediciones. Las primeras tendrán que trabajarse para su modificación y en las segundas, se tendrá que analizar hasta que grado de error puede considerarse como aceptable.

Si se superpone una varilla de 1 cm sucesivamente sobre la ruta representada a escala 1 cm: 10 km, es lo mismo que decir 1 : 1000000; se comprueba que 1 cm está contenido entre Neuquén a Plaza Huincul 10,6 veces.

Entonces si 1 cm: 10 km tenemos que 10,6 cm: 106 km. El apoyo perceptivo y cinemático ayuda a construir la proporción $1 : 1000000 = 10,6 : 10600000$.

Un trabajo similar en B mostrará lo siguiente: $1 \text{ cm} : 20 \text{ km} = 5,3 \text{ cm} : 106 \text{ km}$ Repitiendo el ejercicio en C veremos que $1 \text{ cm} : 40 \text{ km} = 2,65 \text{ cm} : 106 \text{ km}$

La distancia es siempre la misma pero la ruta representada en C es $1/2$ con respecto a B y $1/4$ con respecto a A». (Montoya, M. 1984).

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Manejo del sistema métrico decimal. Concepto de error en las mediciones. Aproximación de números. Empleo de fracciones y razones. Escalas.

9- «El plano de una casa»

Nivel: Segundo ciclo.

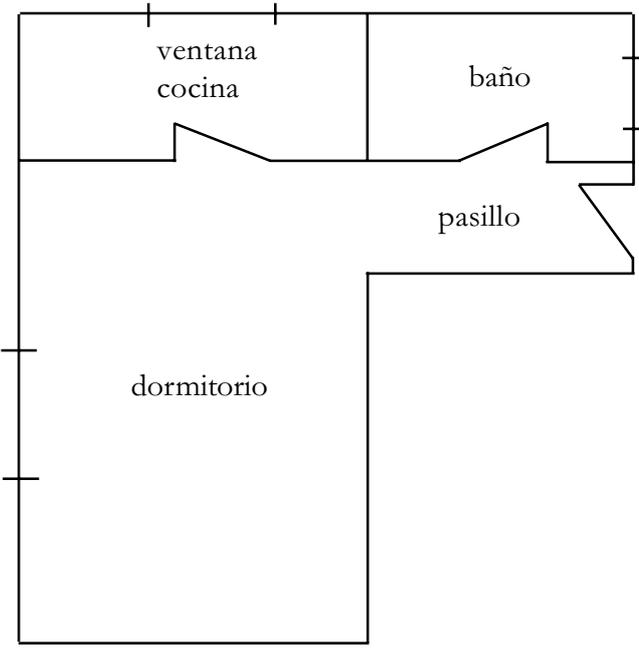
Objetivo: Obtener las medidas reales en función de las dimensiones de una representación a escala.

Materiales: Hoja para el alumno, regla graduada, calculadora (se permitirá su uso si no se pretende evaluar los algoritmos).

Desarrollo: Esta propuesta puede tener carácter de evaluación individual.

Hoja para el alumno

- Este es el plano de una casa.



Señala en el plano:

- Se sabe que cada centímetro del plano está representando 1,5 metros de la realidad.
- ¿Cuál es el perímetro del baño en la realidad?
- Estima y luego corrobora el perímetro real de la casa.
- ¿Cuál es la superficie real de la casa? ¿Cuál es la superficie a cubrir con baldosas en el piso de la cocina?
- ¿Cuántos metros de riel se necesitan para colocar las cortinas?
- ¿Contra qué pared del dormitorio se podrá colocar un mueble de 3 metros de largo?

Indicaciones para el maestro: La propuesta deberá adecuarse a la realidad de los alumnos. El maestro elegirá un plano que resulte significativo para ellos.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Interpretación de una escala numérica. Concepto y cálculo de perímetros y superficies. Equivalencias y estimación de cantidades. Cálculo escrito, mental o con calculadora.

10- «Viajando en avión»

Nivel: Segundo ciclo.

Objetivos: Calcular distancias reales en base a un mapa.

Materiales: Mapa de la Rep. Argentina, con escala gráfica con trayectos de vuelos aéreos u otros a elección de los alumnos.

Desarrollo: Trabajo individual.

Consigna: «En base al mapa que te presentamos en el que están marcados los trayectos que realiza una aerolínea nacional, contesta las siguientes preguntas

¿Cuál es el trayecto más largo que hace esta aerolínea dentro del país?. juzga desde el mapa y da la distancia real en km.

Hace pocos días se ha completado el trayecto Punta Arenas - Ushuaia ¿Cuánto kilómetros incorporó la aerolínea a los que ya tenía?.

¿Qué distancia cubre el trayecto Islas Malvinas - Río Gallegos?. ¿Encuentras alguna dificultad para calcularla? ¿Cómo la superarías?».

Indicaciones para el maestro:

Trayecto: «Espacio que se recorre de un punto a otro. Acción de recorrerlo». (Diccionario Enciclopédico Salvat, 1960). En este problema se considerarán como trayectos los vuelos directos entre dos ciudades, o sea vuelos sin escalas.

Los alumnos tendrán que calcular la escala del mapa e investigar cuál es una posible pista de aterrizaje en las Islas Malvinas y ubicarla en el mapa.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Interpretación de escalas gráficas. Cálculo de distancias reales dado un mapa con escala. Operatoria con números naturales y decimales. Comparar segmentos mediante distintos recursos.

11- «Las fotos nos dan datos numéricos»

Nivel: Segundo o tercer ciclo.

Objetivo: Utilizar la escala para calcular longitudes de un objeto.

Materiales: Fotos y a pedido de los alumnos instrumentos de medición, lupas, etc.

Desarrollo: Trabajo individual.

1. Te presentamos una foto de una estatua de la Isla de Pascua llamadas «moais». ¿Podrías obtener su altura aproximada en base a los datos que la foto te da?.



2. A continuación te presentamos dos fotos para que calcules el tamaño del conejito y del camaleón llamado Brrokesta (urio de lo vertebrados más pequeños del mundo).



Como podrás observar el cuerpo humano y la proporcionalidad nos resultan poderosos instrumentos para el cálculo de medidas.

3. Sería interesante que consiguieras una lupa o cristales de anteojos viejos. ¿Qué efectos obtienes al mirar a través de ellos?. ¿Cómo puedes calcular el aumento que produce la lupa?.

Indicaciones para el maestro: En una foto hay varias escalas pues los objetos están en distintos planos de profundidad, por lo tanto hay que tener cuidado al sacar las medidas de los objetos que se comparan. Para que los valores obtenidos sean válidos los objetos deben estar en el mismo plano. Los alumnos tendrán que estimar las dimensiones del cuerpo humano adulto y en base a ellas establecer relaciones que les permitan obtener con bastante aproximación las dimensiones pedidas.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Semejanza de figuras. Búsqueda de información. Cálculo de escala. Uso de proporciones. Estimación de longitudes.

12- «Cambios de escala»

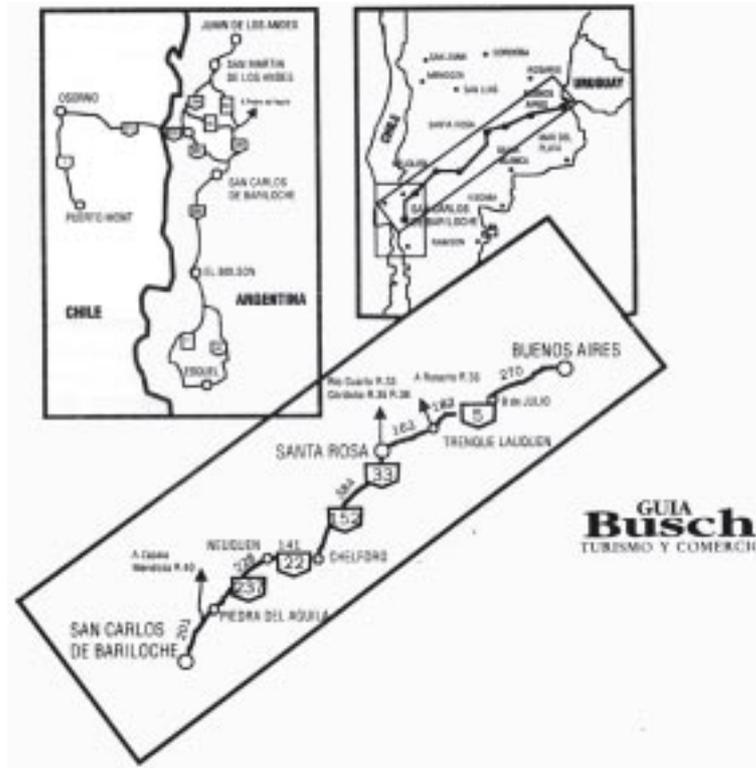
Nivel: Segundo o Tercer ciclo

Objetivo: Analizar el tipo de escalas y sus efectos sobre las representaciones.

Materiales: Mapas y otros a elección de los alumnos.

Desarrollo: Trabajo individual.

- Compara los siguientes mapas ¿Qué observas?



- Calcula sus escalas con el numerador 1.
- ¿Qué pasa cuando el denominador de la escala disminuye?
- 1:106.000.000 1: 67.450.000 1: 22.000.000

De las tres escalas dadas, en qué caso se obtendrá una más precisa y por qué? ¿Como se justifica esto desde el punto de vista matemático? Analiza la relación denominador menor - numerador constante - escala.

- ¿Qué pasa si la escala disminuye? Analiza qué implica matemáticamente y sus efectos en las imágenes representadas.
- Justifica qué acontece cuando la escala es menor, igual o mayor que 1.

Indicaciones para el maestro: Esta actividad puede desarrollarse en segundo ciclo tal lo presentado si el nivel de los alumnos lo permite o puede considerarse la posibilidad de un tratamiento más intuitivo.

Cuando la escala aumenta mejora la claridad de lo enfocado, es decir aumenta el detalle pero disminuye la superficie representada.

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Lectura de mapas. Cálculo de escalas. Comparación de fracciones. Análisis del factor de escala y sus efectos en la representaciones. Congruencia y semejanza de figuras.

13- «Perímetros y áreas»

Nivel: Segundo o tercer ciclo.

Objetivo: Analizar cómo afecta a los perímetros y a las áreas un cambio de escala.

Materiales: Útiles de geometría, calculadora, papel cuadriculado o punteado, etc.

Desarrollo: Trabajo grupal.

Pedro se entretiene dibujando un conjunto de rectángulos de tal modo que la base y la altura de cada nuevo rectángulo es el triple de la base y la altura del anterior. El primero que dibuja es de 2 cm por 3 cm.

Al observar su producción se pregunta: ¿Cómo variarán el perímetro y el área de estos rectángulos?

¿Podríamos ayudarlo a Pedro?

Confeccionar una tabla es una buena estrategia para organizar la información y así visualizar relaciones y extraer conclusiones.

Rectángulo,	long base (b) cm	long altura (h) cm	perímetro(P) cm	área (A) cm ²
1	2	3	10	6
2	6	9		
3				
4				
5				

I) ¿Qué conclusiones podemos obtener de la observación de la tabla respecto de la variación entre las longitudes (b, h y P) y las áreas (A) de los rectángulos construidos por Pedro?

II) ¿Las conclusiones también valen si las figuras fueran círculos? justifiquen las respuestas.

III) ¿Podrían generalizar las conclusiones para cualquier conjunto de figuras semejantes?

Indicaciones para el maestro: «Desde el punto de vista matemático la **escala** es un problema de **proporcionalidad directa entre longitudes....** Pero hay que prestar atención a este concepto porque la escala multiplica longitudes, no áreas, ni volúmenes en la misma proporción». (Callejo y Llopis, 1992).

Si la razón (escala) entre las longitudes de figuras semejantes es r entonces la razón entre sus áreas es r².

En el primer problema la razón entre las longitudes de un rectángulo y el siguiente es 3 y entre sus áreas 31.

Generalizando: Si $b_1 / b_2 = h_1 / h_2 = p_1 / P_2 = E$ entonces $A_1 / A_2 = E^2$

Posterior Posterior o paralelamente al planteo y resolución de situaciones que evidencien esta propiedad

deben proponerse otras relacionadas con la variación del volumen. Por ejemplo: ¿Cuántas veces aumenta el volumen de un cubo al duplicar, triplicar, etc. la longitud de sus aristas?

Los principales contenidos involucrados en esta actividad son:

Semejanza de figuras. Construcción de rectángulos y círculos. Discriminación entre perímetro y área. Medida de longitudes y de superficies. Relaciones de proporcionalidad y de no proporcionalidad. Escala. Lectura, descripción, interpretación y construcción de tablas de relaciones numéricas. Cálculo mental, escrito y/o con calculadora. Cálculo de la variación del área en función de la variación de la escala.

Proyectos grupales

El trabajo con escalas y semejanzas puede dar lugar a interesantes proyectos grupales.

«Trabajar en grupo discutiendo estrategias, formulando conjeturas, estimando resultados, acotando errores, examinando alternativas y consecuencias, discriminando los procedimientos más útiles económicos, analizando la pertinencia de los resultados en relación con la situación planteada, ha que los alumnos evolucionen en sus conceptualizaciones y procedimientos, a la vez que los inicia en las formas sociales de la discusión y del consenso y de la toma de decisiones.» (Diseño Curricular EGB, 1996).

Ejemplos de temas:

1º «Diseño y confección del cartel para anunciar una fiesta escolar»

2º «El plano de la huerta escolar»

3º «El croquis de la cancha de fútbol o de pelota al cesto»

4º «Construir un rompecabezas grande cuyas piezas sean todas las provincias argentinas»

5º «El plano de la escuela»

6º «La maqueta de la escuela»

Bibliografía

AMADORI, L.: «Matemática 2». Ed. Aique. Argentina. 1994.

CALLEJO, M. y LLOPIS, C.: «Planos y mapas. Actividades interdisciplinarias para representar el espacio». MCyED. Ed. Narcea. España. 1992.

CERDEYRA, L.; BRESCIANI, O. y ESPERT, M.: «De maestros para maestros». Arca Matemática. Tomo 1. Ed. de La Patagonia. Gral. Roca. Argentina. 1987.

FIOL, M. L. y FORTUNY, J.: «Proporcionalidad directa. La forma y el número». Ed. Síntesis. España. 1990.

GARIKIAN, G.: «Propiedades matemáticas de las magnitudes físicas», Rev. Conceptos de la matemática. No. 34. Editor: J. Banfi.

MONTOYA, M. : «Localización Espacial». Cuadernos Pedagógicos. No. 28. Ed. Kapelusz. Argentina. 1974.

PLA DE JARA, A.; VERDINELLI, MA. DEL C. y GOMEZ, PASTORA: «Algunas estrategias para la enseñanza de la localización espacial, empleo de planos, mapas, escala?. Recopilación de ejercicios de distintos textos. Documento interno del Grupo de Multiplicadores de Matemática de Río Negro. Argentina. 1984.