Gobernador
Dr. Pablo Verani

Presidente Consejo Provincial de Educación
Lic. Raúl Osvaldo Otero

Vocales
Elsa Ramirez de Lobo
Silvia Pappatico
Artemio Godoy

Directora General de Educación
Ana K. de Mazzaro

Directora de Nivel Primario
Silvia A. Guidi de Alvarez

EQUIPO DE TRABAJO
Secretaría Técnica de Gestión Curricular

Coordinación General
Nora Violeta Arbanás

Coordinación Técnica
Alicia Lucino de Bertoni

Colaboración
Sergio Galván
Juan Neyra
Claudia Gelabert
Tipeado
Alejandro Méndez
José Quintana
Diseño y Diagramación
Romero Biondi
Elaboraron este documento:
Ana María Portan de Bressan
Beatríz Emilse Costa de Bogisic

Consejo Provincial de Educación 1996

Indice

Las Regularidades: Fuente de aprendizajes matemáticos

Las Regularidades: Fuente de aprendizajes matemáticos

La ciencia se construye sobre la búsqueda de **regularidades***. Desde este punto de vista el trabajo de los alumnos en la detección de ellas, el descubrimiento de sus leyes de formación su reconstrucción en base a una ley dada, cumple un papel fundamental para el desarrollo de su pensamiento cien tífico.*

PRIMERA PARTE

Introducción

La investigación de **regularidades** es un contenido **procedimental general** de carácter transversal con respecto a todos los contenidos de la Matemática y de las otras disciplinas. Por ejemplo: las fases de la luna, las sinfonías, los panales de abejas, los algoritmos de las operaciones básicas, los pasos de una danza, las conjugaciones verbales, los papeles de pared, las puntillas, los triángulos y cuadrados mágicos, los resultados de arrojar una moneda, muestran regularidades que los científicos de todas las disciplinas siempre han tenido y tienen interés por explicar.

En el Curriculum 96 - Arca Matemática, se propone este contenido procedimental para el primero y segundo ciclo de la EGB:

«Búsqueda de regularidades en un conjunto dado».

¿Cuáles pueden ser esos conjuntos?

Estos conjuntos en Matemática pueden ser de diversa naturaleza: numéricos, geométricos, de relaciones, de funciones, de valores estadísticos, de medidas, etc.

Patrones

Un caso especial de regularidades lo constituyen los patrones. Ellos se encuentran en los frisos, los mosaicos, las tablas de las operaciones aritméticas, los sistemas de numeración, la serie numérica convencional escrita y oral, las sucesiones de números especiales (pares, primos, compuestos, cuadrados, capicúas,...), etc.

Un **patrón** es una sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc.) que se construye siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o de recurrencia.

Son patrones de **repetición** aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica. Existen y se pueden crear diversos patrones de repetición teniendo en cuenta su estructura de base o núcleo, por ejemplo si el núcleo es de la forma:

• AB, se repiten dos elementos alternadamente (1, 2, 1, 2, 1, 2,....; cuadrado, circulo, cuadrado, circulo,...; etc.).

• ABC, se repiten tres elementos (do, re, mi, do, re, mi,...)

• AABB, se repite dos veces un elemento y a continuación dos veces otro (rojo, rojo, azul, azul, rojo, rojo, azul, azul, rojo,....)

• ABA, se repite por ejemplo: palmada, golpe, palmada.

Como se puede apreciar es importante rescatar en estos patrones la forma del núcleo ya que expresa la manera cómo se construye la sucesión.

Son patrones de **recurrencia** aquellos en los que el núcleo cambia con regularidad. Cada término de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores de cuyo análisis se infiere su ley de formación. Por ejemplo:

• ↑↓↑↑↓↓↑↑↑↓↓↓ (un salto adelante, un salto atrás, dos saltos adelante, dos saltos atrás, tres saltos adelante, tres saltos atrás,...)

• xx xxxx xxxxxx .... que traducido numéricamente es: 2, 4, 6, 8...

• 2, 2 + 4, 2 + 4 + 6, 2 + 4 + 6 + 8, ...lo que puede expresarse como: 2,6, 12, 20,..

• 0, 10, 20, 30, 40, ... lo que habitualmentes se conoce como la escala del 10

• 1, 3, 9, 27, 81,.... que es la sucesión de cubos perfectos

Otros ejemplos de patrones en matemática.

• El sistema de numeración posicional decimal, donde siempre con diez unidades de un nivel se obtiene una unidad del orden superior siguiente.

10 c 10d 10 u

..... 1 u de m 1 c 1 d u

(Este es un patrón de recurrencia)

• Los mecanismos convencionales con que se resuelven las cuentas, en los que se aplica la reiteración de una regla (algoritmo). Por ejemplo para la siguiente suma:

639	«9 más 8 es 17, pongo 7 y me llevo 1»
+ 468	«4 más 6 es 10, pongo 0 y me llevo 1»
1107	«7 más 4 es 11, pongo 1 y me llevo l»

(Este es un patrón de repetición)

• El cálculo de productos o divisiones que no siguen los procedimientos convencionales, pero que sí respetan reglas. Por ejemplo para multiplicar un número por 32 se puede hacer:

1º - multiplicar el número por 2;
2º - multiplicar el número obtenido por 2;
3º - repetir el 2º paso;
4º - repetir el 2º paso;
5º - repetir el 2º paso.
Esto se justifica porque 32 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2

(Este es un patrón de repetición)

• La serie numérica del sistema de numeración posicional decimal. La observación y el análisis de la sucesión numérica escrita, organizada de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....

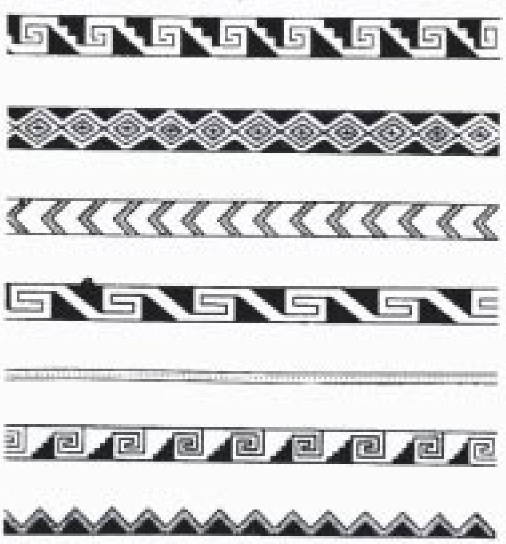
permitirá al alumno descubrir patrones de repetición (por ejemplo: los términos terminados en 1, 2, 3, etc.) y de recurrencia (por ejemplo: donde hay términos que se obtienen sumando siempre 10) y así afianzar el conocimiento de las reglas de la numeración decimal escrita.

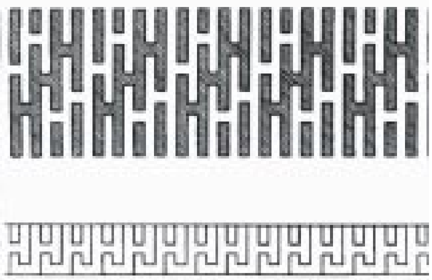
• La construcción geométrica de poligonos.
Para el caso de un cuadrado de 3 cm de lado:
1º - Trazar un segmento **ab** de 3 cm de lado;
2º - a partir del extremo **b**, trazar la perpendicular a ab y determinar el segmento **bc** de 3cm;
3º - a partir de **c**, trazar la perpendicular a **bc** y determinar el segmento **cd** de 3 cm, tal que **d** y a pertenezcan al mismo semiplano respecto de **bc**;
4º - unir a con **d**.

(Este es un patrón de repetición)

• Las calculadoras y computadoras incluyen muchisimos algoritmos en su hardware y software. Trabajando con la computadora en lenguaje LOGO, la forma de expresar el procedimiento para construir un cuadrado de lado de longitud **m** es:
a) Repetir 4 veces;
b) adelante m;
c) derecha 90 Procedimiento que se expresa:
Repetir 4 (AE: m DE: 90)

• Los frisos [(1)] y guardas generalmente utilizan conceptos geométricos, en especial los de figuras y transformaciones rígidas (traslación, rotación, simetría y sus composiciones). Los siguientes son hermosos exponentes de guardas indígenas.





Motivos típicos del arte Santamarino o Calchaqui, en estilo geométrico.Según A. Serrrano, *El* arte decorativo de los Diaguitas. Cordoba, 1942.

Motivos típicos grabados del arte Draconiano o Barreal. Según nuestra interpretación, las tres últimas formas representan serpientes aladas esilizadas, sin cabeza. Según A. n 0, *El* arte Decorativo de los Diaguitas. Córdoba, 1942.

Motivos pintados en los cántaros de la cultura Sanagsta, Diaguita, según Serrano. Al ailar esta formas de variados triángulos se ha prescindido arbitrariamente del zig-zag central que presentan y que es una estilización de la serpiente, alada o no. De A. Serrano, El arte Decorativo de los Diaguitas.Córdoba, 1942.

Todas estas guardas se generan a partir de un núcleo o figura base que se repite por la aplicación de distintos movimientos rígidos. Son frisos de repetición.

Como podrá observarse, los frisos, además de su valor desde el aspecto matemático son muestras excelentes de la aplicación de esta disciplina en el campo del arte y del diseño.

¿Qué dice el Diseño Curricular (1996) acerca de los patrones?

En las **grillas de contenidos**, en el eje «Número», se propone desde primer año iniciar a los niños en el reconocimiento, descripción, completamiento de patrones no numéricos y numéricos y se continúa su tratamiento hasta pedir en tercer año la explicitación (mediante lenguaje coloquial, gráfico y simbólico) de la ley que rige la secuencia de un patrón. En segundo ciclo el trabajo con patrones, se complejiza en relación con la ley que rige la secuencia y con el intervalo y el conjunto numérico que interviene.

En Geometría se propone, en primer ciclo, «Confección de guardas en base a figuras. Reconocimiento de regularidades en frisos, embaldosados, patrones, etc.» Y en el segundo ciclo «Reconocimiento de rotaciones, traslaciones y simetrías en frisos, patrones, embaldosados. Movimientos rígidos: noción de rotación, traslación y simetría».

Pero si se tiene en cuenta que las regularidades están presentes en los sistemas de numeración, en las propiedades de los números, en el cálculo, mental, escrito y con calculadora, en la reproducción de figuras y cuerpos, en los sistemas de unidades de medida, en las relaciones funcionales, etc., se debe considerar a este contenido como un riquísimo integrador de los distintos ejes.

En busca de mayor información nos remitimos a las **caracterizaciones de los ejes temáticos**. En ellos se observa nuevamente que este contenido está presente en distintos temas de todos los ejes.

En los **propósitos generales y los de ciclo** se observa que la enseñanza adecuada del tema que nos ocupa contribuirá especialmente al logro de los mismos ya que el tratamiento en la escuela de las regularidades tiende a que el alumno:

= >distinga semejanzas y diferencias,
= > analice y busque regularidades,
= >organice y clarifique información,
= > se inicie en la idea de algoritmo, variable y función,
= > aprenda a utilizar distintas formas de prueba,
= > se forme en el razonamiento intuitivo y lógico (inductivo y deductivo),
= > transfiera procedimientos y conceptos de la Matemática a otras áreas del conocimiento,
= > se sienta con confianza para crear, inventar y descubrir,
= > sea capaz de contrastar hipótesis y comprobarlas, refutándolas o corroborándolas.

En concordancia con los propósitos, en los **lineamientos de acreditación** se puede reconocer que el concepto de regularidad está vinculado con la mayoría de ellos, pero explícitamente se lo nombra en el primer ciclo:

• "Leer, elaborar, interpretar y explicar patrones, tablas y diagramas expresando las relaciones que encierran"
• "Identificar regularidades y extenderla".

Y en el segundo ciclo:
• "Leer interpretar, explicar y crear patrones, tablas, diagramas y gráficos que expresen relaciones numéricas y generalizarlas".

• "Identificar regularidades y extenderlas".

El tema patrones es relevante y rico...., pero ¿como enseñarlo?...

Respecto de su enseñanza se ha de tener en cuenta:

a) La identificación de patrones requiere del reconocimiento de semejanzas y diferencias y la detección de los rasgos fundamentales que conforman una estructura de aquellos no esenciales a la misma. El trabajo con patrones incluye procedimientos de distinto orden de dificultad:

•de reproducción (copia de un patrón dado),

•de identificación (detección de la regularidad),

•de extensión (dado un tramo de la sucesión el alumno debe extenderla de acuerdo al núcleo que la rige),

•de extrapolación (completamiento de partes vacías),

•de traslación (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes, por ejemplo: cambiar formas por colores, cambiar una representación visual por una auditiva, etc.).

Las actividades con patrones revisten la característica de la resolución de problemas ya que pueden ser formuladas de modo que el alumno las reconozca como situaciones problemáticas y así estimular la generación de hipótesis, su comunicación y comprobación y la refutación o confirmación de las mismas (lo cual acerca a los alumnos al modo de pensamiento que las ciencias requieren).

b) El trabajo con patrones se suele comenzar en el Nivel Inicial Junto con las actividades de clasificación y seriación, pero no se continúa con sistematicidad en la escolaridad básica y no se reconoce su potencialidad lógica y sicológica, probablemente por desconocimiento de la riqueza que este material encierra.

Cabe aclarar que no estamos indicando que se tienen que enseñar patrones como automatismos para que luego los alumnos los apliquen. Lo que corresponde es que los niños vayan construyendo comprensivamente recursos que les permitan encontrar regularidades, interpretar sus procesos de gestación y usarlos con propiedad.

Es interesante que este contenido sea desarrollado a lo largo de todo el año y de todos los años y en relación con los otros contenidos que se estén tratando, ya sea de aritmética corno de geometría, medida o estadística y probabilidades, no descuidando el poder ejemplificar regularidades con otros contenidos de las áreas de ciencias naturales, ciencias sociales, educación física, plástica, etc.

c) En principio es conveniente trabajar con material manipulativo antes de pasar al plano gráfico, ya que es más fácil probar alternativas de extensión, completamiento o transferencia de patrones por la movilidad de los elementos.

d) Resulta interesante que los alumnos que finalicen el primer ciclo sean capaces de descubrir la forma o núcleo del patrón y si es posible codificarlo, por ejemplo con letras. Esto les posibilitará el cálculo de cualquier elemento del patrón sin necesidad de tenerlo que construir. En un patrón de la forma AAB, ¿cuál seria el décimo elemento?. Este puede ser «adivinado» sin completar el patrón, basta escribir AABAABAABA y el alumno estará en condiciones de responder con propiedad a la pregunta diciendo que resulta igual al primer termino del patrón o sucesion dada.

Una vez que los alumnos han comprendido cómo se forman los patrones de repetición es posible iniciarlos en los patrones de recursión. También acá será necesario trabajarcon manipulativos antes de pasar al plano gráfico y al tratamiento aritmético o geométrico.

e) Una tarea importante es pasar de patrones concretos o gráficos a las tablas numéricas para llegar a descubrir que los números también se pueden organizar respetando leyes que pueden ser descubiertas y representadas en distintos contextos. En este documento se proponen varias actividades sobre patrones que pueden traducirse en tablas numéricas. Más adelante será interesante que proponiéndose tablas numéricas los alumnos puedan modelizar los valores en contextos de figuras o agrupaciones buscando alguna disposición geométrica que los ayude a encontrar patrones.

Analicemos acá un ejemplo:
Supongamos que proponemos a los alumnos el siguiente patrón en una lámina.

```
                                * * * * *
                     * * * *    * * * * *
              * * *  * * * *    * * * * *
       * *    * * *  * * * *    * * * * *
  *    * *    * * *  * * * *    * * * * *
  *    * *    * * *  * * * *    * * * * *   ............
```

A partir de preguntas se comienza la discusión con la clase:

- ¿Qué pueden observar en estos dibujos?
- ¿Por qué piensan que es así?
- ¿Podrían reproducirlos con fichas (porotos, lentejas, piedritas) sobre su pupitre?
- ¿Podrian agregar un término más a esta sucesión?
- ¿Cómo describirlan el procedimiento utilizado?
- ¿Existe un único procedimiento o hay varios? Describirlos.

•¿Cuál es la ley de la sucesión obtenida?

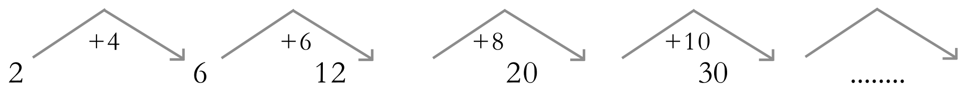
El paso siguiente será representar en una tabla los valores numéricos correspondientes a cada término de la sucesión, para ello se construirá una tabla de dos filas. En la primera se pondrá el número de orden del término en la sucesión y en la segunda el valer que de hecho posee ese término. Observando el patrón dado anteriormente seria:

1	2	3	4	5	6	7	....
2	6	12	20	30	42	?	?

Usualmente se utilizan tablas horizontales para que se correspondan con los términos del patrón, que suelen estar siguiendo el sentido de la lectura, pero también se pueden hacer tablas verticales e incluso disponer patrones en esa dirección.

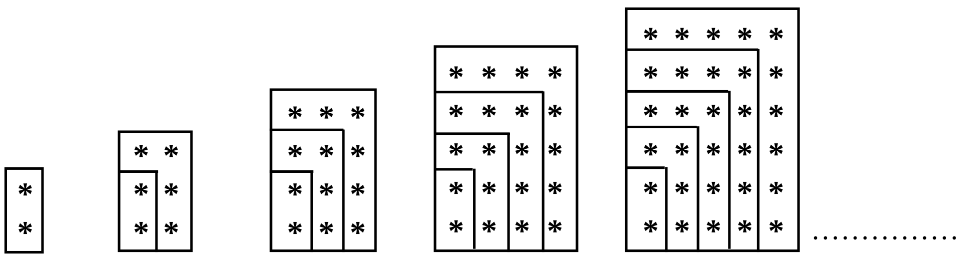
Del análisis de la tabla los alumnos podrán inferir diversas reglas de formación del patrón que les permitirán completar las casillas vacías y observar otras regularidades:

1) Si se lee la sucesión en dirección horizontal para pasar de 2 a 6 sumo 4, de 6 a 12 sumo 6, de 12 a 20 sumo 8, etc., de modo que algunos niños podrán describir el numérico obtenido como un patrón creciente con primer término 2 y que se obtiene de sumar los números pares, partiendo de 4 y en forma ordenada, al número anterior.



Esto despertará curiosidad pues estos mismos números 4, 6, 8, 10, etc. a su vez forman otro patrón el cual podrá ser trabajado en si mismo.

2) Volviendo al patrón graficado o representado con materiales se les puede preguntar a los alumnos ¿Cómo se ha pasado de una figura a otra en esta sucesión?. A partir de la observación de la disposición rectangular que ha de ser mantenida, los alumnos descubrirán que para pasar del primero al segundo se agregan 4, del segundo al tercero se agregan 6, del tercero al cuarto se agregan 8, del cuarto al quinto se agregan 10 y así siguiendo; lo cual permite obtener mediante otro recurso la sucesión 4, 6, 8, 10, ...



3) Otra mirada la proveerá el análisis de los términos que se corresponden en la tabla en sentido vertical. Al 1 le corresponde el 2, al 2 le corresponde el 6, al 3 le corresponde el 12, etc. ¿Cómo es posible pasar de los términos de la primera fila a los de la segunda?. Si los niños manejan las tablas de multiplicar pronto se darán cuenta que multiplicando los valores de la primera fila por 2, 3, 4, 5, etc. respectivamente obtienen los valores de la segunda.

1	2	3	4	5	6	....
↓ x 2	↓ x 3	↓ x 4	↓ x 5	↓ x 6	↓ x 7	↓
2	6	12	20	30	42	....

También podrán observar que:

1	2	3	4	5	6	....
↓ +1	↓ + 4	↓ + 9	↓ + 16	↓ + 25	↓ + 36	↓
2	6	12	20	30	42	....

Y así concluir que para pasar del número de orden de la sucesión al término correspondiente, se suman determinados números que forman la sucesión 1, 4, 9, 16, 25, 36...., de la cual se podrá encontrar el término general $\mathbf{n^2}$, Si es que los alumnos manejan los números cuadrados o su equivalente **n x n.**

Como se puede notar hay varias relaciones que pueden explicar un patrón y el trabajo de encontrarlas es sumamente fecundo tanto desde el punto de vista perceptual, como conceptual y procedimental matemático.

SEGUNDA PARTE

Proponemos mas problemas sobre patrones y otras regularidades.

Las siguientes actividades fueron elaboradas teniendo en cuenta la bibliografía de este documento[2] y el Diseño Curricular 96 de EGB de Río Negro.

Los problemas propuestos y otros que aporte el maestro, pueden constituirse en un medio para promover en los alumnos el gusto por la Matemática y la confianza y seguridad en si mismos para trabajar con ella con crecientes niveles de autonomía

Muchas de las actividades revestirán para ellos el carácter de juegos y desafíos.

"Una consideración especial merece el papel del juego en el aprendizaje de la Matemática. La Matemática misma puede ser presentada al alumno como un gran desafío que admite reglas particulares, promoviendo la apropiación de técnicas y la gestación de estrategias personales, que pueden dar lugar a nuevos caminos o formas innovadoras de jugar...."

El maestro decidirá en qué nivel y años utilizarlas y las podrá desarrollar tal como se presentan 0 modificadas, tendrá en cuenta que la presentación en la que están no supone un orden para su tratamiento. A él corresponde decidir el momento y la organización con que hará uso de ellas.

«El docente te ha de ser conciente que su experiencia, experiencia, creencias y actitudes hacia la Matemática, y en especial hacia la resolución de problemas aunque no las expliciten quedan transparentadas en su actuación en el aula y de ellas depende mucho de lo que los alumnos gusten, se in interesen y se sientan capaces de «hacer» en esta disciplina».

Desde **Nivel Inicia**l se podrán trabajar actividades como las siguientes:

● Formar un circulo con los alumnos y hacer cualquier cantidad de patrones con intervención del cuerpo o con gestos o con movimientos, etc. Por ejemplo: varón, nena, varón, nena, ... ; parado, sentado, acostado, parado, sentado, acostado,.....; triste, contento, brazos arriba, brazos adelante, brazos al costado, brazos atrás, brazos arriba,......; de frente, de perfil derecho, de media vuelta, de perfil izquierdo, de frente,....;

● Darle a los alumnos un papel punteado o cuadriculado con un patrón dado que deben reproducir.

● Trabajar con bloques o ladrillitos haciendo trenes de colores o formas distintas que el alumno debe continuar. Sacar algunos elementos que el alumno debe completar.

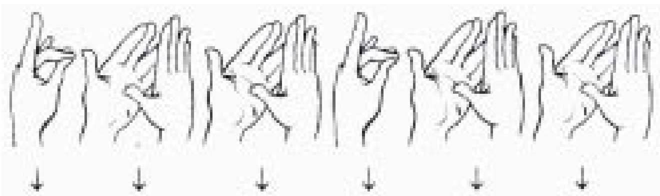
● Hacer un mosaico con distintas formas (dadas las piezas), por e)».: triángulos equiláteros y hexágonos regulares u octógonos regulares y cuadrados, que el alumno debe completar.

● Entregar piezas de distintas formas (cuadrados y rectángulos, cuadrados y triángulos o pentágonos y cuadrados), pedir azulejados y discutir en cuáles quedan «agujeros» (no se cubre el plano).

● Solicitar a los alumnos que acompañen al maestro con los ojos cerrados golpeando palmas y chasqueando dedos siguiendo un patrón determinado. Abstraer la forma del patrón y trasladarlo a una sucesión que se pueda ver en lugar de escuchar.

● Cantar tonos musicales en base a un patrón dado, por ej. CCECCE. Pedirle a un alumno que haga de eco repitiendo patrones auditivos que otros alumnos elaboren.

● Construir collares con fideos coloreados que respondan a patrones diferentes. Contrastar y describir los patrones utilizados. Construir otros collares revirtiendo el patrón. En todos los casos hacer observar si el cierre es correcto o no.
● Descubrir patrones en bailes y danzas tradicionales y modernas.
● Formar patrones con elementos del entorno, extenderlos, trasladarlos, revertirlos, trasponerlos.
● Buscar en el entorno el uso de patrones: decoraciones de vajilla, frisos, embaldosados, etc.
● Traducir un patrón a otro. Por ejemplo: de uno sonoro a otro de posición.

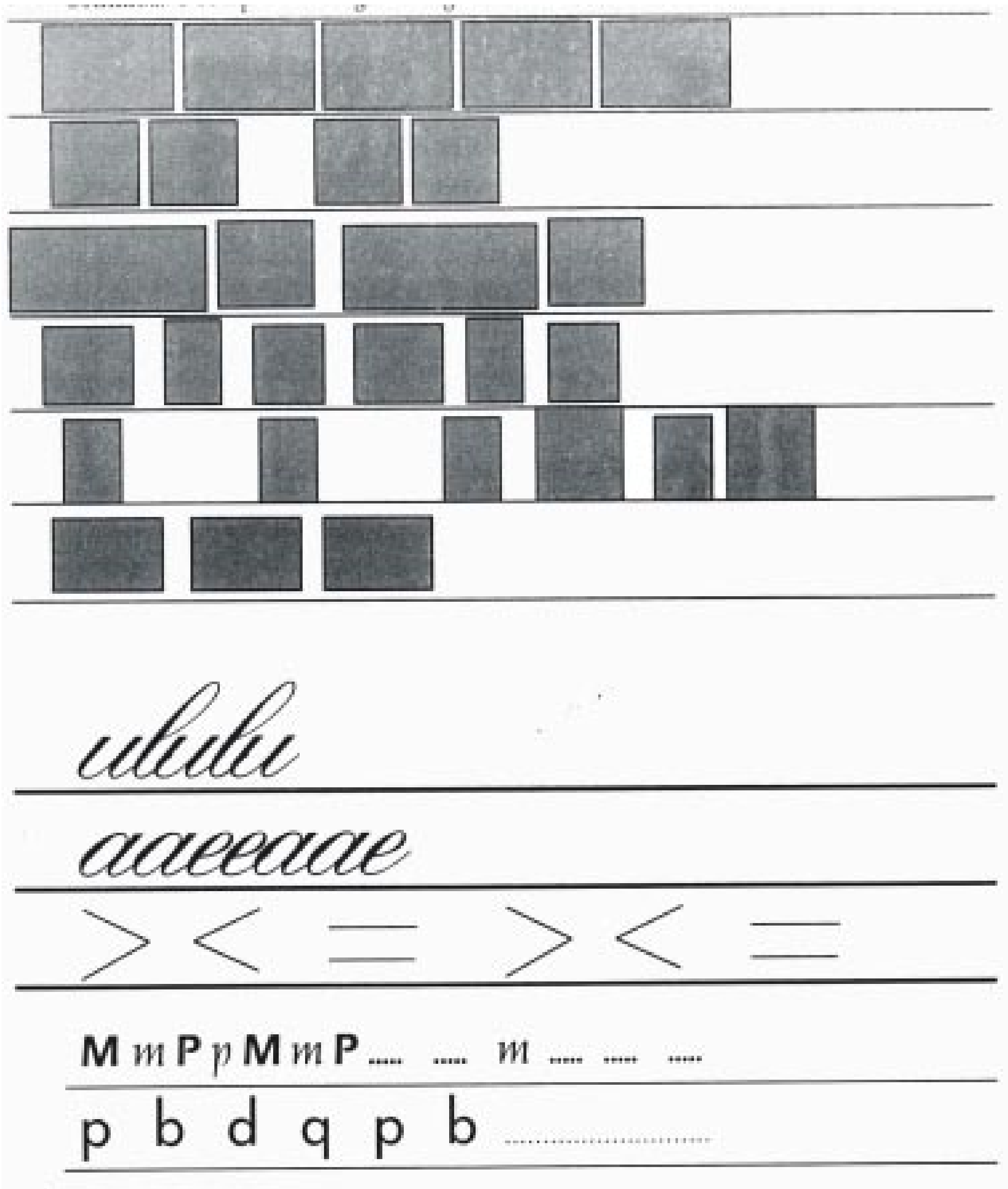


parado arrodillado arrodillado parado arrodillado arrodillado .... (3)

Desde Primer ciclo de EGB se podrán trabajar actividades como las siguientes:

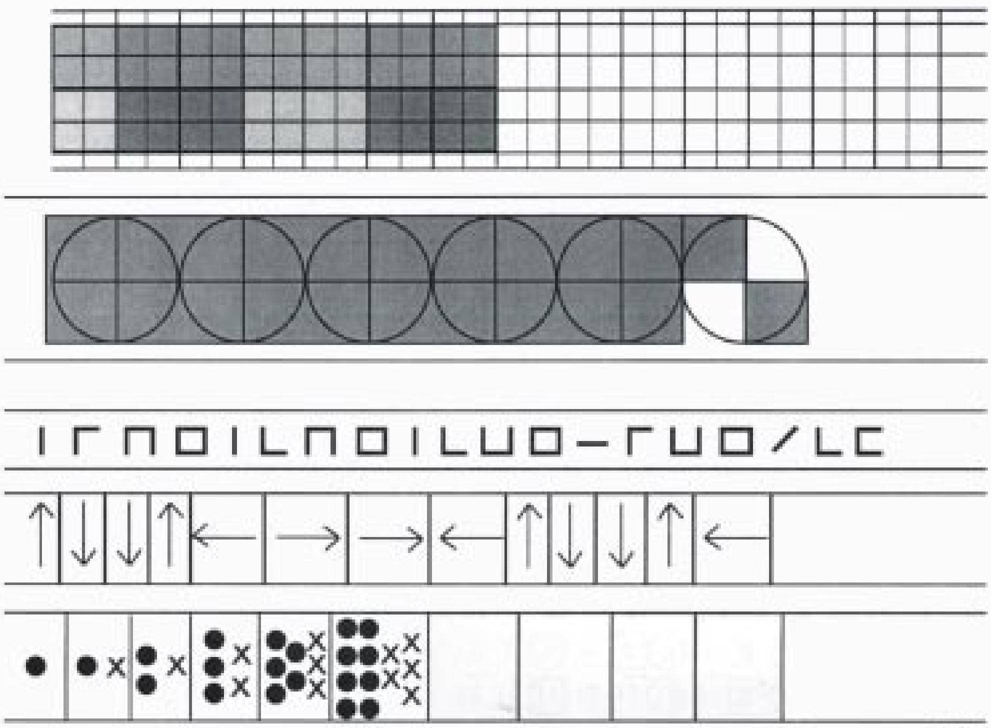
1. "Patrones"

Continuar y completar las siguientes guardas:



2. *"Más patrones"*

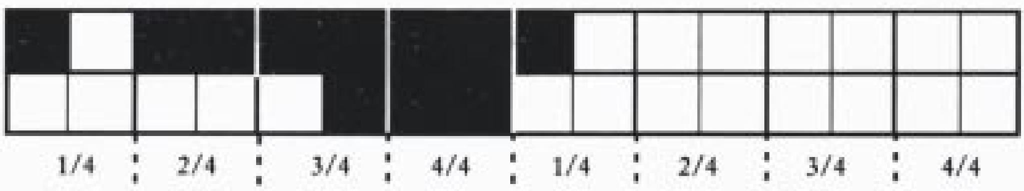
Observa y completa



(5)

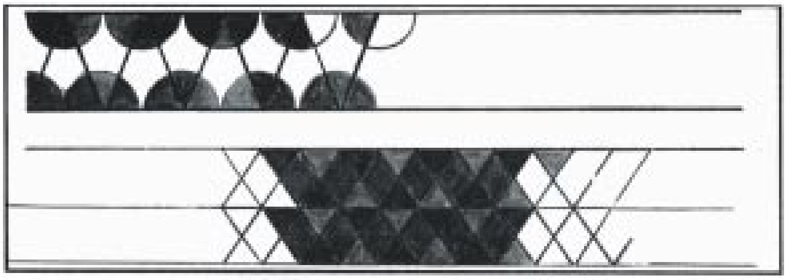
3. *"Guardas y sucesiones"*

Observa, completa y saca concluciones:



Calcula de dos formas diferentes el número total de cuadrados pintados en esta guarda.

4. «Dibuja y pinta»
Observa los dibujos y continúalos.



5. «Las escalas»
a - Construir una tabla con las escalas comenzando por la del 1 y encolumnando los números correspondientes a cada una de ellas.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
2	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**	**22**	**24**
3	**6**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**
...	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**	**...**
...	**...**	**...**									
...	**...**										

b - Estudiar la tabla y anotar todas las observaciones.

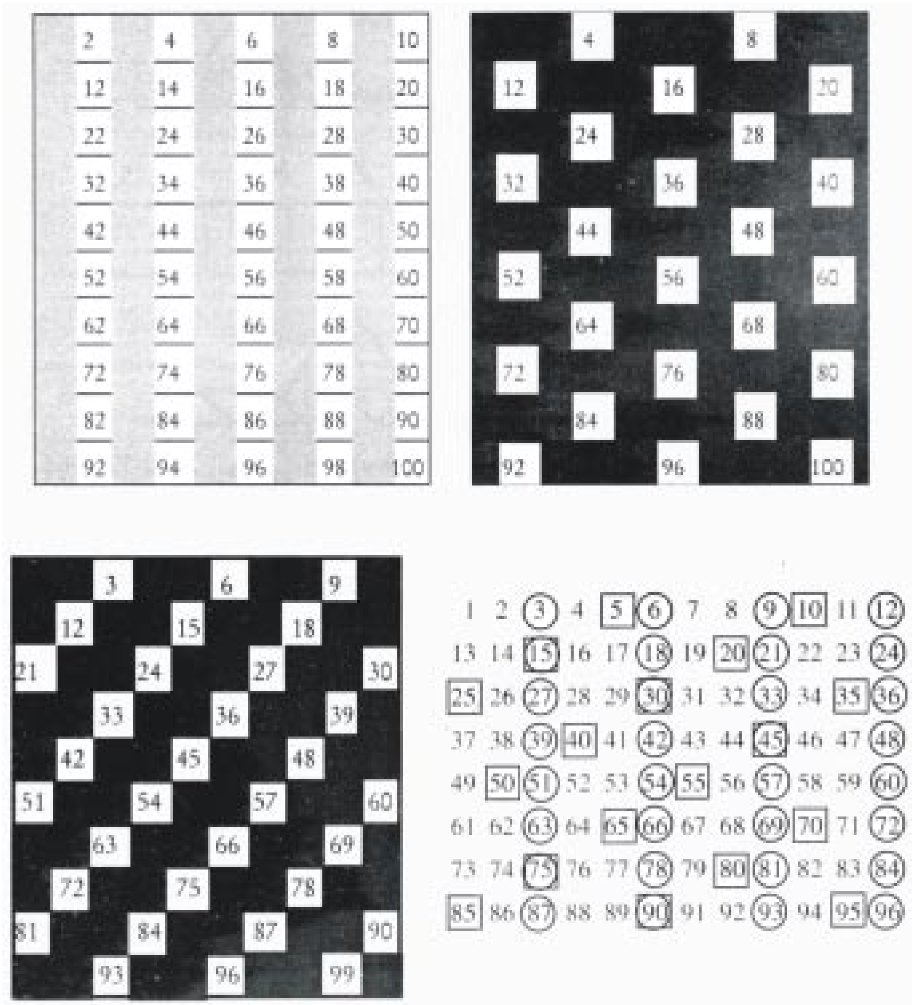
c - Contestar las siguientes preguntas justificando las respuestas:

La tabla ¿nos sirve para multiplicar y dividir?

¿Qué características tienen los números que pertenecen a la escala del 3? ¿Y los de la escala del 5? ¿del 10?....¿del 7? ¿Cuántos múltiplos de 3 podríamos haber escrito? ¿Existen números que son múltiplos de varios números? ¿De qué números es múltiplo 12? ¿Por qué número se puede dividir exactamente 12? ¿Cómo podemos encontrar todos los divisores de 24? ¿Qué números tienen 3 divisores?, ¿4 divisores?, ¿2?, ¿1?, ¿ninguno?

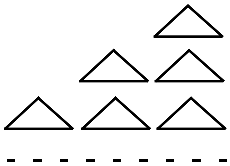
6. *"Los múltiplos"*

Analiza las siguientes tablas. ¿Qué puedes decir de cada una de ellas?

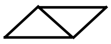
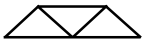


7. *"Los palitos y los polígonos"*

a- ¿Cuántos palitos hacen un triángulo? ¿Cuántos palitos hacen dos triángulos? ¿Y tres triángulos?.....Completa la tabla. ¿Qué regularidades observas?

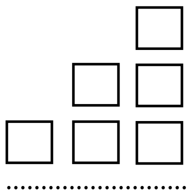
Nº de triángulos separados	Nº de palitos
	3 ....

¿Qué sucede con el número de palitos si los triángulos están pegados?

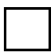
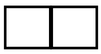
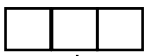
Número de triángulos				....
	↓	↓	↓	↓
Número de palitos	....	....	....	....

b-estudia los que sucede con el número de cuadrados y el número de palitos si los formas separados o pegados.

Separados:

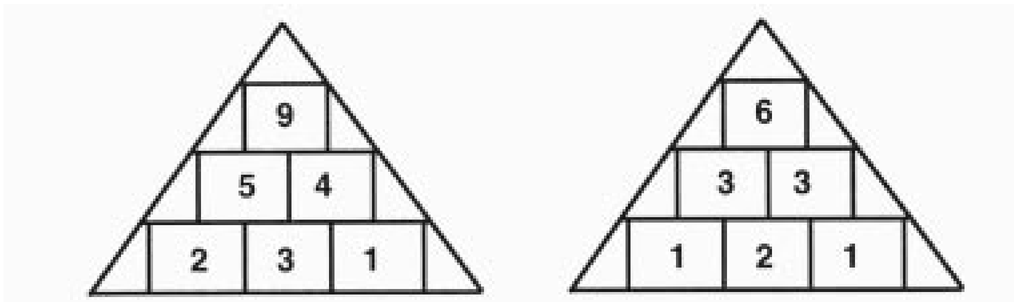
Nº de cuadrados	Nº de palitos
	4 ....

Pegados:

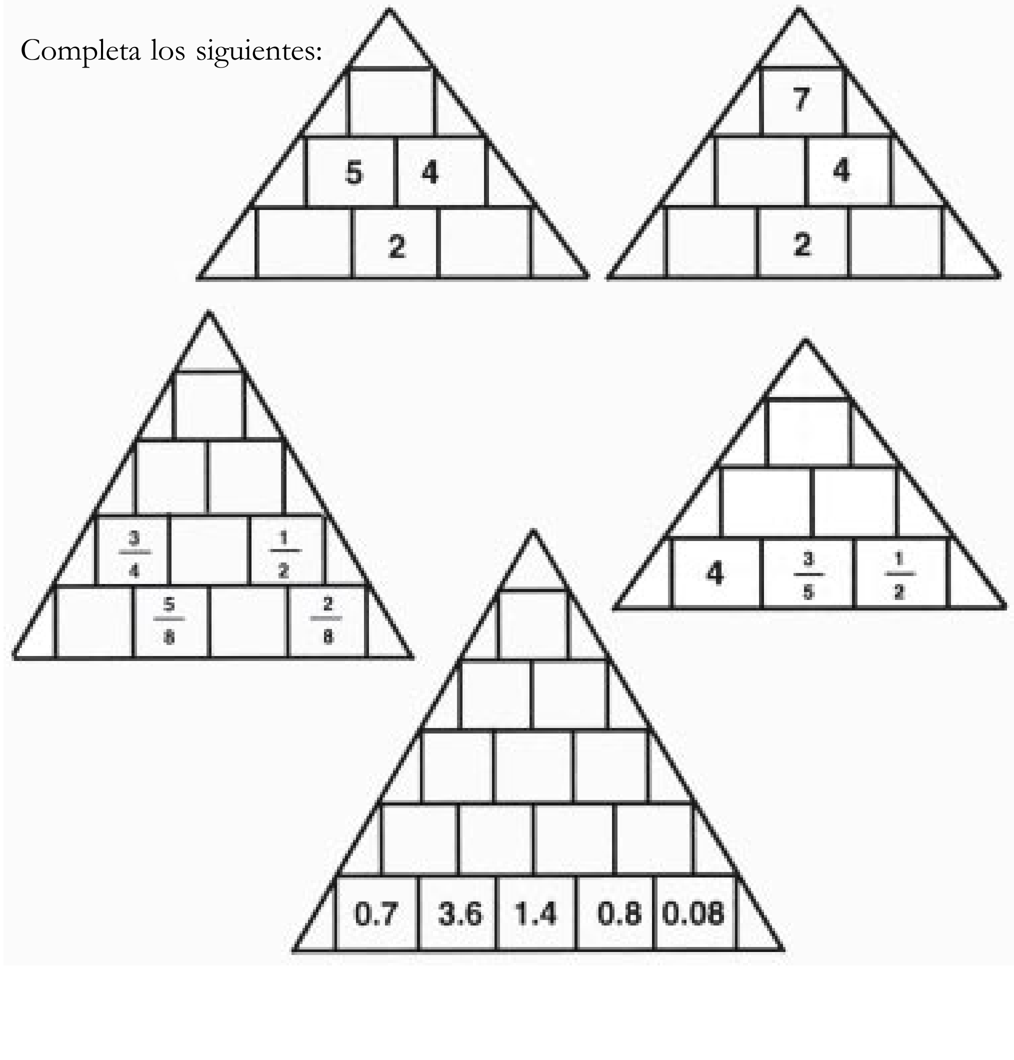
Número de cuadrados				....
	↓	↓	↓	↓
Número de palitos	.....	....	....	....

8. "Jugando con triángulos"

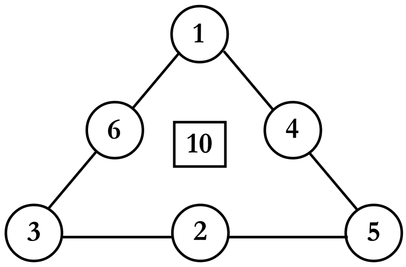
- Observa estos triángulos. ¿Qué particularidad encuentras?



- Completa los siguientes:



9. "Triángulos mágico"



Los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 forman un triángulo en el que la suma de los tres números que están sobre cada lado da siempre el mismo resultado, 10.

Comprueba que los mismos números se pueden colocar en el triángulo en otro orden, de manera que las sumas sigan siendo iguales, pero distintas de 10; hay otras tres posibilidades.

Los números que se pueden colocar formando un triángulo de este tipo se llaman números mágicos.

Intenta formar triángulos mágicos con los dos conjuntos de números siguientes:

1) 1, 2, 3, 5, 6, 7
2) 1, 2, 3, 4, 6, 7

Hay dos maneras diferentes de hacerlo en ambos casos. (8)

10. "Cuadrados mágicos 3 x 3"

Un cuadrado mágico consiste en un cuadro de números tal que todas las filas, columnas y diagonales den la misma suma. Así el cuadrado a) es mágico, porque todas sus líneas suman 24, su número mágico.

Completa los cuadrados mágicos b) y c).

11	3	10
7	8	9
6	13	5

a)

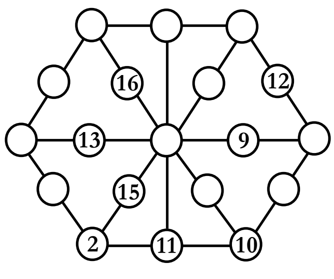
6		
7	5	3

b)

		10
	7	
4		5

c) (8)

11. "Rueda de números"



Los tres números sobre cada lado y sobre cada radio de la rueda de la figura dan como suma el mismo numero.

¿Cuál es este número?.

Completa los números que faltan.

12. "Leyes numéricas a partir de punto"

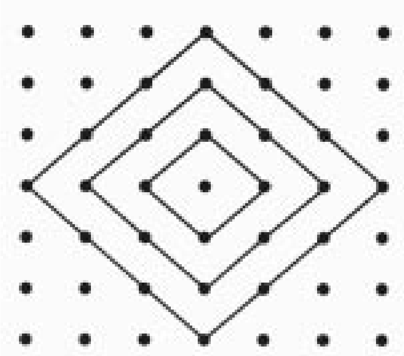
Para esta actividad necesitarás un papel cuadriculado, marcando las esquinas de los cuadros, o un tablero perforado.

El diagrama a) representa los tres primeros cuadrados de una sucesión que empieza en un punto en el centro del tablero, y crece desde ese punto hacia afuera.

De esta sucesión se pueden sacar dos sucesiones numéricas, contando 1) el número de puntos en el perimetro de cada cuadrado,

2) el número de puntos dentro de cada cuadrado.

¿Cuál es el décimo número de cada suce sión? ¿Y el centésimo número?.

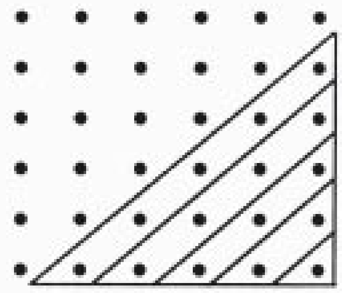


a)

Otra sucesión, conocida como la de los números triangulares se construye a partir de los triángulos rectángulos como los de la figura b) y contando el número de puntos dentro de cada triángulo:

1, 3, 6, 10,.....

¿Cuántos puntos habrá dentro del décimo triángulo?.



b)

El diagrama c) muestra cómo dividir un cuadrado en una sucesión de números impares, dando la siguiente ley:

1 $= 1^2$

1 + 3 $=2^2$

1 + 3 + 5 $=3^2$

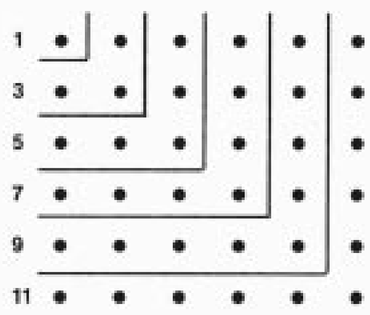
1 + 3 + 5 +7 $=4^2$

1 + 3 +S + 7 + 9 $=5^2$

1 + 3 + 5 +7+9+ 11 $=6^2$

¿Cuál será la suma de los diez primeros números impares?

Calcula la suma de los números impares 1,3,5,.........................39.



c)

(7)

13. "El triángulo de Pascal"

Este esquema triangular es conocido como el triángulo de Pascal, en honor al matemático y filósofo francés Blaise Pascal.

• Obsérvalo y registra regularidades.
• ¿Puedes completar alguna de las líneas siguientes?
• Calcula la suma de los números de cada línea, y trata (sin llegar a completarla) de obtener la suma de la línea 12.

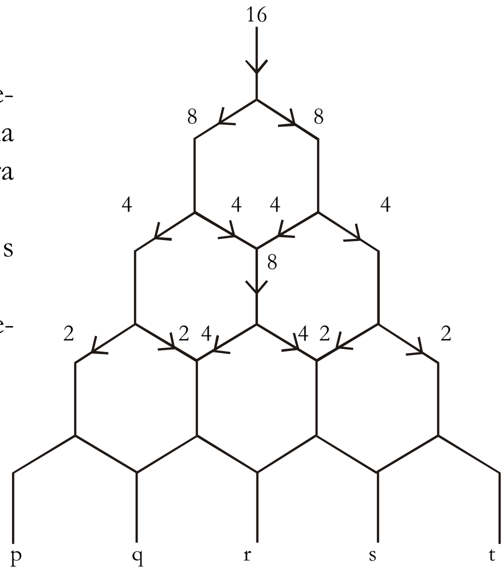
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
....

Este esquema se da en muchas situaciones. Algunas de ellas las vamos a proponer a continuación.

1º - Laberinto hexagonal

Dieciséis comadrejas entran en un laberinto hexagonal como el del dibujo, y en cada ramificación la mitad toma un camino y la otra mitad el otro.

¿Cuántas salen del laberinto por p, q, r, s y t?
Prueba con treinta y dos entran do en un laberinto con un paso más.



2º - Potencias de 11

11^0 = 1
11^1 = 1 1
11^2 = 1 2 1
11^3 =
....

¿En qué paso deja esta ley de reproducir el triángulo de Pascal y por qué? (7)

14. "Las regularidades numéricas y la naturaleza"

A Leonardo de Pisa, Fibonacci (1170 - 1250) se debe el estudio de una sucesión de números interesante y famosa. El presentó el siguiente problema:

"En una granja hay, al principio del año, una pareja de conejos que acaban de nacer. Al cabo de dos meses, esta pareja está preparada para reproducirse. Produce cada mes una pareja de conejos que, al cabo de dos meses, está a su vez preparada para empezar a reproducirse, dando otra pareja cada mes. ¿Cuál es el número de parejas de conejos en la granja el día quince de cada mes del año?.

Mes	Parejas
1º	1
2º	1
3º	2
4º	...
5º	
6º	
7º	
9º	
....	

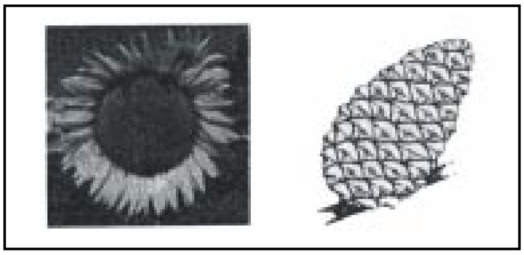
(7)

• Completa la sucesión y corrobora que cada número es la suma de los dos anteriores.
• Intenta encontrar la ley que rige su formación.

• ¿Cuál es la sucesión formada por las diferencias entre dos números consecutivos?
• Hay una interesante relación entre cada grupo de tres números consecutivos. ¿Puedes encontrarla?

Esta sucesión tiene muchas propiedades matemáticas y además aparece de modo natural en las situaciones más diversas.

Observa una pifia, mírala por donde está sujeta al árbol y observarás dos conjuntos de espiras: unas giran en un sentido y las otras en sentido contrarío. Si las cuentas verás que el número de espiras en una dirección y el número de espiras en la otra, son dos términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci. En algunas especies son 5 y 8, en otras 8 y 13 Lo mismo sucede con las espiras de la flor del girasol, de la margarita. Si miras las escamas de un ananá, puedes ver que aparecen en espiral alrededor del vértice. Cuenta el número de espirales y encontrarás que siempre es igual a uno de los números de la secuencia de Fibonacci.



(12,7)

15. "Volvamos a dos Señores conocidos"

Suma los números a lo largo de cada una de las lineas señaladas en el triángulo de Pascal. ¿Qué observas?.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 ....
1 ....

(7)

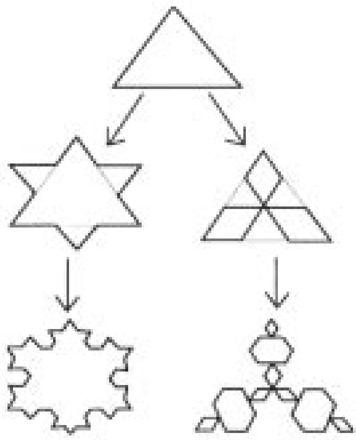
16. "Las curvas copos de nieve"

A partir de un triángulo equilátero se pueden hacer dos secuencias de curvas muy interesantes ....

Para generar la secuencia del copo de nieve, primero hay que dividir en tres partes iguales cada uno de sus lados, y construir otros triángulos equiláteros más pequeños en el tercio central de cada lado.

Cada nuevo elemento de la secuencia se crea construyendo nuevos triángulos equiláteros cada vez más pequefios, siempre en el tercio central de cada tramo recto de la última curva dibujada.

Las curvas anticopo de nieve se producen en forma análoga, pero poniendo hacia adentro las puntas de los triángulos que sustituyen al trozo central de cada lado.»



Curvas copos de nieve Curvas «anticopos de nieve»

• Si el perímetro del triángulo inicial tiene una longitud de 27 unidades. ¿Cuáles son los perímetros de las sucesivas curvas copo de nieve correspondientes?. ¿Cuál será la longitud de la quinta curva en cada secuencia?

• La construcción de las curvas «copo de nieve» y de las «anticopo de nieve» constituyen un algoritino. Si sabes informática ¿podrías elaborar el programa que permita construirlas en la computadora?

• La sucesión formada por los valores de los perímetros de cada curva obtenida responde a una ley de formación. Intenta encontrarla.

(9)

Observación: La posibilidad de continuar el proceso de iteración iniciado en este ejercicio, en forma infinita, dará idea de lo que los científicos hoy denominan «fractales». Margarita Marin Rodríguez los caracteriza como «el resultado final que se obtiene de la iteración infinita de un proceso geométrico bien especificado. Este proceso geométrico suele ser de naturaleza muy simple, mientras que el producto final es de una gran complejidad de hecho, un fractal consta de fragmentos geométricos de orientación y tamaño variables, pero de aspecto similar, resaltando en él dos características su dimensión fraccionarla y su autosimilitud»

17. "Números especiales"

a. Números capicúas

Hay algunos números que se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda, como el 37473. Esos números se llaman capicúas o palindrómicos.

Sin contar los números de un solo dígito, ¿cuál es el menor número capicúa?, ¿cuál es el menor numero primo capicua?, ¿cual es el menor número capicua que sea un cuadrado perfecto?. ¿Cuántos otros cuadrados hay, menores que 1000, que sean capicúas? Hay 5 números primos capicúas entre 100 y 200, ¿cuáles son?, ¿por qué no hay ningún número primo capicúa entre 400 y 700?. Muestra que todos los números capicúas entre 1000 y 2000 tienen un factor común.

b. Números amigos

Algunos pares de números tienen la interesante relación de que la suma de los factores de cada uno de ellos es el otro número. Este soporte mutuo entre dos números cautivó la imaginación de algún matemático que los llamó pares amigos.

El menor par de ese tipo es el formado por 220 y 284:

220: 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284

284: 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220

Euler hizo un estudio de esta clase de números, y en 1750 publicó una lista de 60. Sorprendentemente, olvidó el par 1184 y 12 10, y éste no fue descubierto hasta 1866, año en que lo cricontró Paganini, cuando tenía 16 años de edad.

Encuentra los divisores de este par, y comprueba su interrelación.

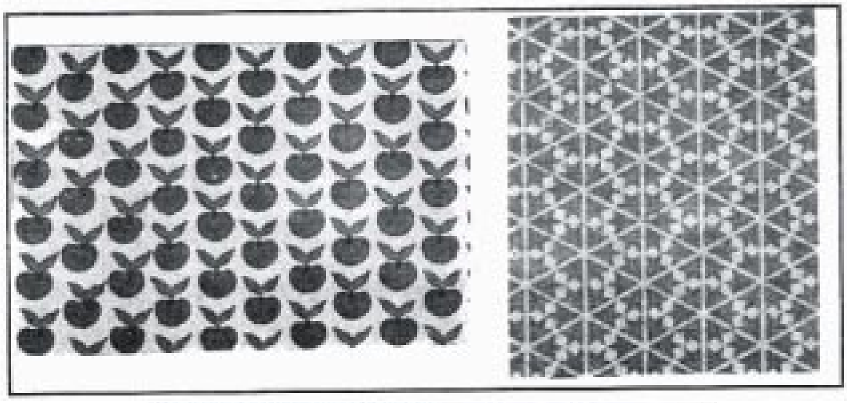
Otros pares para investigar- son: 2620 y 2924; 6232 y 6368; 17296 y 18416

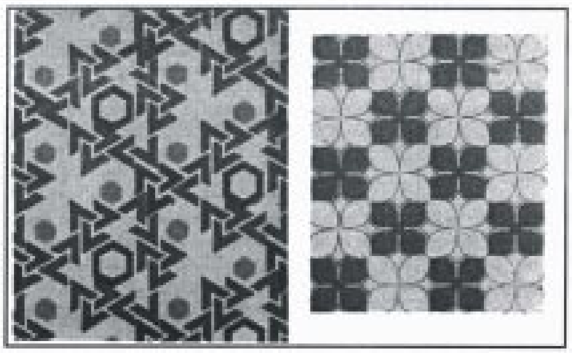
(7)

18. *"Diseño y geometría"*

Los siguientes dibujos corresponden a papeles decorados.

Marca la unidad mínima de papel que permite reconstruir el motivo mediante movimientos rígidos (traslación, simetría, rotación).

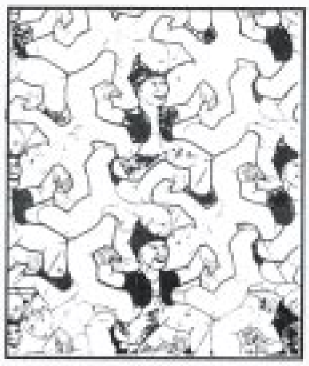




19. *"Arte y geometría"*

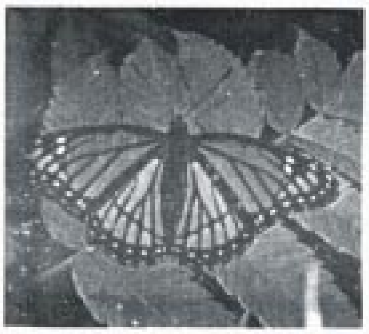
El pintor y dibujante M. C. Escher ha realizado un estudio fascinante de las distintas maneras en que la representación de seres como pájaros, peces guerreros, caballos, ángeles etc. pueden transformarse para cubrir el plano por yuxtaposición de figuras.

Trata de encontrar la figura base y las transformaciones que utilizó Escher en cada una de estas pinturas.

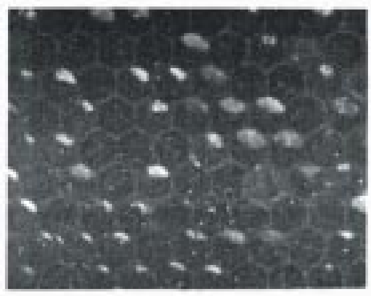
 

20. "Ciencias naturales y geometría"

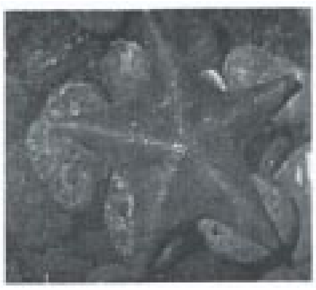
Observa las regularidades que la naturaleza nos presenta.
¿Qué puedes decir de ellas?
Relaciónalas con tus conocimientos matemáticos.

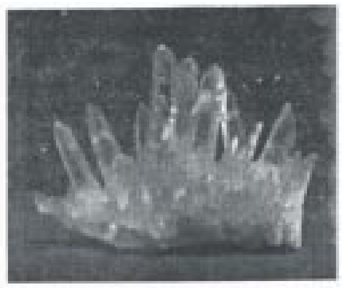


Mariposa virrey



Celdas de seis lados
La sección tranversal de un panal está formado por una serie de hexágonos, que no tan solo son fuertes, sino que permiten una cabida máxima





Cristales de cuarzo

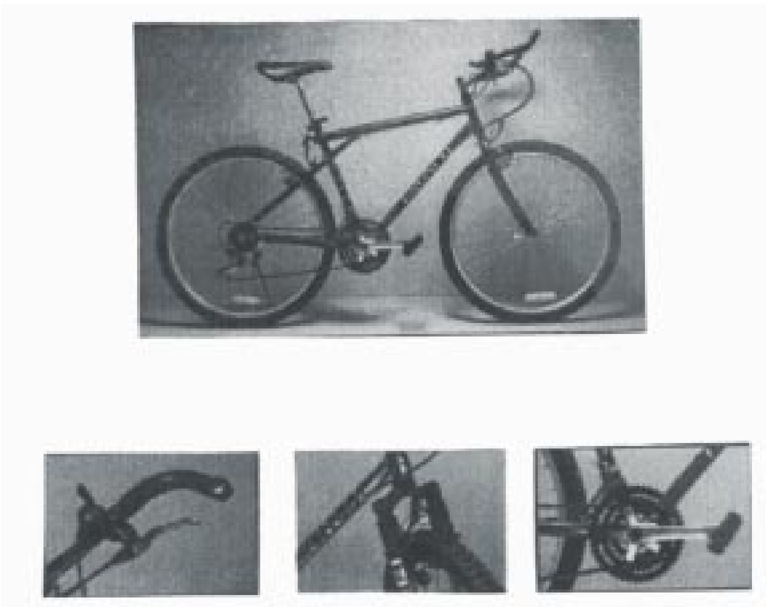
La estrella de mar es un pentágono. Hay algunas de seis puntas.

21."Las máquinas y las regularidades"

La bicicleta es una máquina compuesta por múltiples partes que en su conjunto constituye un vehículo que reduce el esfuerzo físico de quien la usa.

Obsérvala y descríbela.

Establece la relación entre algunas de las componentes que muestran regularidades y el de este producto tecnológico.



22. "¿Sabes lo que la calculadora puede hacer por vos ... ?"

Multiplica 1020304 por diferentes números menores que 25, ¿qué pasa?
Multiplica algunos números menores que 25 por 4030201, ¿qué pasa?
¿Qué regularidades has descubierto?

23. "¿Conoces la magia del 101....?"

Calcula:

Con calculadora		Mentalmente
1)	101 x 5511= 101 x 1155= 101 x 3311=	101 x 1177= 101 x 8811= 101 x 4411=
2)	101 x 2525= 101 x 2020= 101 x 3434=	101 x 1515= 101 x 4242= 101 x 2727=
3)	101 x 222= 101 x 333=	101 x 111= 101 x 444=
4)	101 x 123= 101 x 147= 101 x 138=	101 x 132= 101 x 154= 101 x 185=
5)	101 x 789= 101 x 763= 101 x 746=	101 x 724= 101 x 718= 101 x 728=
6)	101 x 592= 101 x 485= 101 x 347= 101 x 286=	101 x 465= 101 x 843= 101 x 987= 101 x 393=
7)	88 : 101= 77 : 101= 66 : 101=	55 : 101= 44 : 101= 33 : 101=
8)	89 : 101= 50 : 101= 71 : 101=	61 : 101= 78 : 101= 36 : 101= 1: 101= 100: 101=

24. *"¿Eres un descubridor...?"*

Completa las tablas usando la calculadora la menor cantidad de veces posible.

Tan pronto hayas descubierto la regularidad, escribe las otras respuestas sin usar la calculadora.

X	11	111	1111	11111
11				
111				
1111				

X	99	999	9999	99999
55				
555				
5555				
55555				

(17)

25. *"Vamos a jugar"*

Las instrucciones para expresar un algoritmo pueden hacerse mediante un recurso llamado **diagrama de flujo.**

Para que te familiarices con ellos te proponemos el siguiente juego:

Instrucciones.

• Fabrica 40 cartones, numerados del 0 al 39.

• Cantidad de jugadores recomendada: 2.

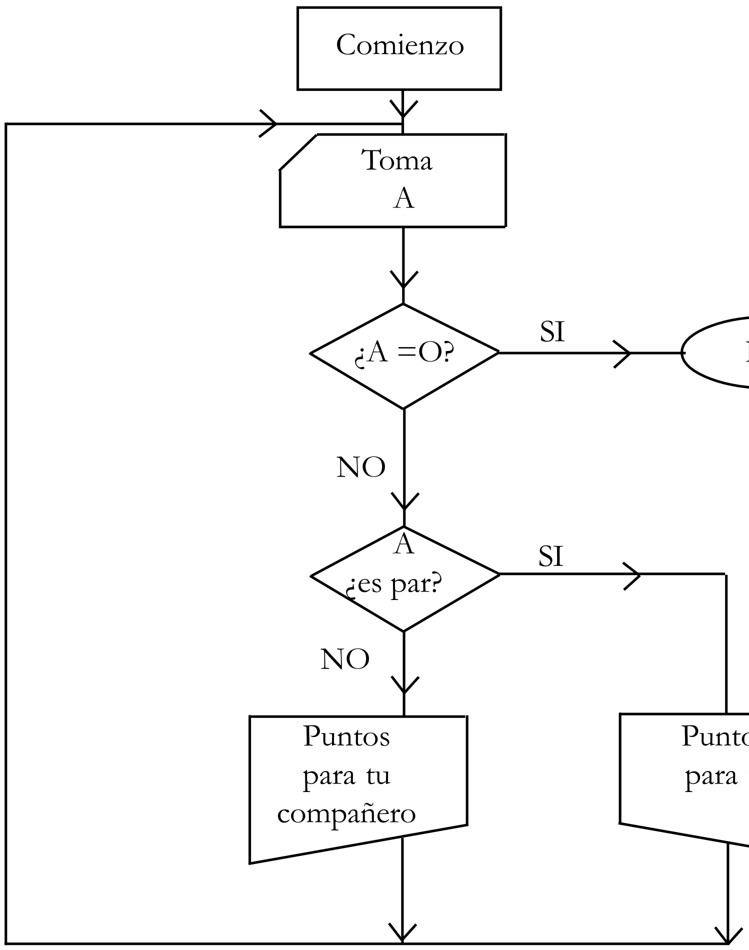
• Antes de iniciar el juego deberá determinarse el número de partidos a jugar (como mínimo dos). o Mezclar los cartones y depositar el mazo en el centro de la mesa, de manera que quede oculto el número impreso.

• Cada jugador debe retirar sólo un cartón por vez y seguir las instrucciones del diagrama.

• Sumar los valores obtenidos por cada jugador.

• Gana aquél jugador que ha sumado más puntos al finalizar todos los partidos.

Antes de comenzar el juego responde: ¿Qué te parece más oportuno, sacar un número par o uno impar? ¿Por qué? ¿Cuándo finaliza cada partido?



(15)

(1) Un **friso** es una "faja más o menos ancha que se suele pintar en la parte inferior de las paredes, de diversos colores que éstas. También suele ser de seda, estera de junco, papel pintado, azulejo, mármol, madera, etc. Toda composición dibujada, pintada o esculpida, cuya longitud sea considerable con relación a la altura" (Enc. Salvat, 1960)

(2) Al final de cada actividad se la identifica con el o los números que le corresponde en el listado del apartado "Bibliografía"

Bibliografía

1. Arithmetic Teacher. Vol. 28. N‘ 4. NCTM. December 1980.
2. Arithmetic Teacher. Vol. 32. N’ 7. NCTM. March 1985.
3. Arithmetic Teacher. Vol. 37. N’ 3. NCTM. November 1989.
4. Arithmetic Teacher. Vol. 41. N’ 2. NCTM. October 1993.
5. Bergadá Mugica, E.: Colección «Así Aprendemos Ed. Edicial. Argentina. 1984/93.
6. Bergamini, D y otros: «Colección científica de LIFE en español. Matemática». México. 1968. 7. Bolt, B.: «Actividades matemáticas». Ed. Labor. España. 1982.
8. Bolt, B.: «Divertimentos matemáticos». Ed. Labor. España. 1987.
9. Bolt, B.: «Más actividades matemáticas». Ed. Labor. España. 1985.
10. Cerdeyra, L.; Bresciani, O. y Espert, M.: «De maestros para maestros». Área Matemática. Tomo 1. Ed. de la Patagonia. Gral. Roca. Argentina. 1987.
11. Colección «El mundo de los niño?. Salvat Editores. Barcelona. 1972.
12. Cólera Jiménez, J; de Guznián Ozamiz, M. y otros: «Matemática 1 « y «Matemática 2». Ed. Anaya. España. 1994.
13. Daniau, J. Y S.: Iniciación Matemática». Traducción de la obra publicada en francés por CEDIC. Paris. 1975. Versión castellana, para el Grupo de Psicomatemática, por la Lic. A. F. de Tassara. Río Negro. 1980.
14. Marín Rodríguez, Margarita: «La enseñanza de los fractales». Revista Números. Nº 25 Octubre 1994. Islas Canarias.
15. Miller, J. y Franco, M. C.: «Matemática 1 (para el aula taller)». Ed. Plus Ultra. Bs. As. 1987.
16. Peusner, L.: «Los limites del infinito: los fractales y el caos?, New World Science Press. Boston. 1994.
17. Yaksich, A. y Gallego, M. F.: «Cálculo con calculadora». Proyecto Curricular de Educación Elemental Básica para el Nivel Primario. Área Matemática. Doc. de apoyo Nº8. CPE de Río Negro. 1992.