INTRODUCCIÓN A LA LÍNEA NUMÉRICA ABIERTA

Autoras: Ana Bressan y Graciela Méndez

En el presente material se mostrará un modelo lineal más abstracto que el del collar de cuentas. Seguramente, si se han puesto en práctica actividades dadas con un collar se observará que la operatoria con él se torna dificultosa para los alumnos, especialmente si los números están alejados entre sí, si no son decenas exactas como 10, 20, 30, etc., o superan el 100.
Sin embargo los alumnos van creando estrategias para operar con ellos. Las más sencillas y habituales son:
- **dar saltos de 10**, por ejemplo dada la suma 36 + 43 suelen hacer *"36; 46; 56; 66; 76 y 3 son 80" (Corriendo los grupos de bolitas de a diez y uno)*
- **pasar por 10**, descomponiendo los números convenientemente. Por ejemplo: 36 + 8 es pensado como *"36 más 4, 40 y 40 más 4 es 44"*
- **o combinaciones de ambas estrategias**. Por ejemplo: 27 + 35, es pensado como *"37 más 3 es 40, 40 más 30 es 70 y 2 más es 72"*

En la casi totalidad de los casos en que se dan operaciones de suma o resta en el collar los alumnos mantienen un primer número fijo (sin descomponer) y descomponen el segundo a medida que hacen las cuentas. A este tipo de estrategias basadas en el sobreconteo y el conocimiento de hechos numéricos, se las denomina **secuenciales** y se basan principalmente en la ordinalidad numérica, en oposición a las conocidas como de descomposición (más basadas en la cardinalidad), donde ambos números son descompuestos, por lo general en unidades, decenas, centenas, etc.
Las investigaciones (Resnick 1999, Klein y Beishuizen 1998, Treffers, 1998; Gravemeijer 1997) demuestran que un modelo lineal como por ejemplo, la línea numérica, ajusta mejor a las estrategias secuenciales informales que usan los niños y las promueven.
La línea numérica puede usarse completa (trazo donde están indicadas las unidades a igual distancia), semicompleta (sólo marcadas las decenas o centenas) o vacía (trazo sin ningún tipo de marca o números) a la que llamaremos línea numérica abierta (LNA).
En este fascículo se darán algunos ejercicios preliminares con el collar y la línea numérica semiabierta (donde están indicadas las decenas), para luego trabajar con la LNA Este último modelo según la matemática realista posee las siguientes ventajas:

- Alienta las estrategias secuenciales, muy usadas por las personas en el cálculo mental, el cual juega un rol decisivo en la formación del sentido del número y la comprensión de relaciones numéricas. Por ejemplo: la suma 432 +127 es pensada y operada como

  $432 + 100 \rightarrow 532 + 20 \rightarrow 552 + 7 \rightarrow 559$

- Soluciona las dificultades para operar que poseen muchos alumnos, especialmente cuando hay que reagrupar (desagrupar) en unidades de distinto nivel. Por ejemplo: en el cálculo escrito estándar 77 - 29 exige desagrupamiento de las 7 decenas en unidades para poder quitar las 9 unidades del sustraendo. En el caso de usar la LNA se han observado estrategias como las siguientes que obvian tal dificultad, transparentando flexibilidad en los cálculos:

77 - 30 $\rightarrow$ 47 + 1 $\rightarrow$ 48
77 - 20 $\rightarrow$ 57 - 7 $\rightarrow$ 50 - 2 $\rightarrow$ 48
77 + 3 $\rightarrow$ 80 - 20 $\rightarrow$ 60 - 9 $\rightarrow$ 51 - 3 $\rightarrow$ 48

- No invalida el uso de estrategias de descomposición, es decir, algunos alumnos usan la LNA descomponiendo ambos números en mente y agrupando, pero esta estrategia se corresponde mejor con modelos de agrupamientos utilizados habitualmente para el cálculo escrito, por ejemplo los bloques Dienes o la plata.

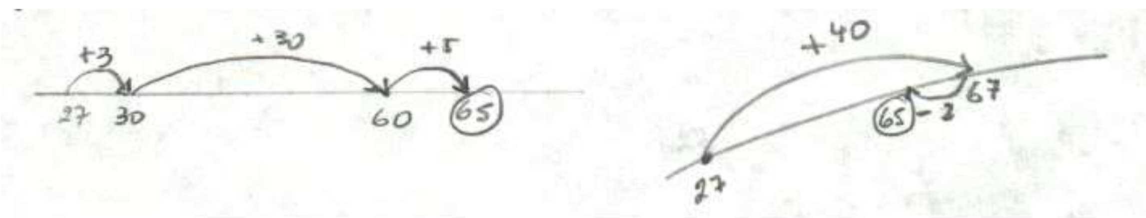
  432 + 127 $\rightarrow$ 400 + 100 $\rightarrow$500 + 20 + 30 $\rightarrow$ 550 + 2 + 7 $\rightarrow$ 559

- No fuerza a los alumnos a ocuparse prematuramente de convenciones como las que impone el cálculo escrito, por ejemplo: cómo organizar la escritura de los numerales y la ubicación del signo igual.
- Es un modelo que ajusta a muchos contextos de la vida real tales como distancias, temperaturas, colas, fechas, páginas, talles, puntajes, etc.

- Puede ser usado para trabajar las cuatro operaciones fundamentales con números naturales, pero también dará pie al trabajo con fracciones, porcentajes, razones, decimales, etc.

- Permite que los alumnos expresen y comuniquen sus propios procesos de solución y evolucionen y mejoren sus procedimientos, además de ser una forma de apoyo facilitadora de los mismos ya que muestra los resultados parciales, qué parte de la operación está realizada y qué falta por hacer.

Ejemplos de uso de la LNA: 27 + 38



ACTIVIDADES

1) Saltar y saltar…
Propósito: Pasar de 0 a un número a través de saltos de distinta amplitud
1a) Se diagramará un recorrido graduado por baldosas en el patio, donde los niños darán saltos de una, dos o tres baldosas, para llegar a un número determinado, por ejemplo 12. Se discutirá con ellos cuántos saltos han debido dar en cada caso y si existen otras posibilidades de saltos iguales para llegar a 12 (de 4, de 6, de 12)
1b) ¿Cómo saltaríamos en el caso de poder combinar saltos, es decir, en el caso que los saltos no tengan que ser iguales?
1c) ¿Cuál es el recorrido con el mayor número de saltos? ¿Y con el menor?

2) Tomemos el collar: Para llegar al 27 ¿Qué tipos de saltos podemos dar?
¿Cuál es el menor número de saltos usando saltos de 10 y de 1?

Comentarios: El docente propondrá distintos recorridos para el ejercicio 1 y efectuará las preguntas de análisis en cada caso. Al llegar al aula les solicitará a los alumnos que *grafiquen en el pizarrón lo realizado en el patio en una forma simple y rápida para que sus compañeros entiendan (no importan las formas de las baldosas, ni sus colores, sino lo que ustedes hicieron allá afuera…).* Es posible que los alumnos hagan trazos lineales y marquen los saltos en cada caso, discutiendo la amplitud de los mismos en términos de saltos chicos y grandes, más o menos saltos, saltos fáciles y difíciles. La docente no exigirá precisión en el trazado sino claridad y respeto por las consignas. En caso de que no saliera la línea abierta el docente propondrá una representación para que los alumnos la tomen libremente al analizar su simpleza, sin imponérsela.
En forma análoga les solicitará que representen con trazos lineales lo realizado con el collar.

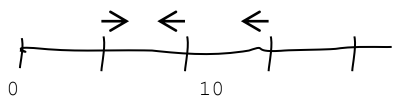
2) Línea semiabierta (marcadas las decenas)
Propósito: Representación mental de la sucesión numérica.
La docente dibuja una línea o pone una soga con carteles afirmados con broches donde sólo figuran las decenas y propone a los alumnos situaciones como las siguientes:

a. ¿Dónde se encontraría el número 37? ¿Y el 32? ¿Cómo lo pensaste?

b. Señala aproximadamente dónde estarían los números 96, 48, 23, 74,… ¿Cómo te das cuenta? ¿Qué números estarían antes de los señalados? ¿Y después?

c. Adivina el número que estoy pensando. Sólo puedes preguntar si es mayor o menor que otro y mis respuestas sólo serán sí o no.

Comentarios: Estas actividades tienden a crear la representación mental de la sucesión natural a 100, promoviendo la ubicación espacial de los números. En el ejercicio c el docente en principio, y luego los propios alumnos pueden ir encuadrando el número buscado estrechando los intervalos con cada respuesta



3) Me siento un canguro
Propósito: Resolver sumas y restas con distintas estrategias mentales apoyándose en la LNA.

a) ¿Cómo puedes llegar a los siguientes números: 34, 58, 97 con el menor número de saltos posibles. (Recuerda: sólo puedes utilizar saltos de 1, 10 y 100 para sumar o restar).

b) ¿Cómo puedes pasar del 6 al 77 con la menor cantidad de saltos posibles?
¿Y del 95 al 39? ¿Y del 365 al 150? ¿Y del 1960 al 2002?

Comentarios: Los alumnos utilizarán diversas estrategias a medida que vayan siendo incentivados a utilizar formas personales. Contrastando sus producciones con las de sus compañeros observarán si suman o restan según el sentido de los arcos (a derecha o izquierda), que pueden sumar para buscar una diferencia cuando los números están próximos, que es útil pasar por 10 (o 100 o múltiplos de ellos) porque se facilitan los cálculos, que es conveniente dar saltos lo más grandes posibles para hacer más rápido, que a veces conviene pasarse y luego restar para llegar al resultado, etc.

4) Otra vez a los problemas…
Propósito: Interpretar y resolver problemas utilizando distintas estrategias en la LNA

Resuelve los siguientes problemas con la línea numérica:

a) Había 57 caramelos en un frasco. Se repartieron 39. ¿Cuántos caramelos quedaron?

b) Mi libro de cuentos posee 364 páginas. Leí hasta la página 136. Si leo 10 páginas por noche, ¿cuántas páginas me faltan leer y cuántos días tardaré en hacerlo?

c) La temperatura máxima fue hoy de 33 grados y la mínima de 8 grados. ¿Qué diferencia de temperatura hubo hoy entre la mañana y la noche?

d) Jugando a la Oca, Felipe está en la casilla número 247 y yo en la 89 ¿Cuántos puntos de ventaja me lleva?

e) Fui al banco y había una larga cola. Mi número es el 94 y el señor está llamando al número 45 ¿Cuántos números están por delante de mío?

f) Al comenzar el recorrido el chofer del colectivo entregó el boleto número 002345 y el mío es el número 002407 ¿Cuántas personas compraron boletos antes que yo?

g) En el tablero se indica que el equipo A posee 985 puntos y el equipo B 359 ¿Por cuánto aventaja A a B?

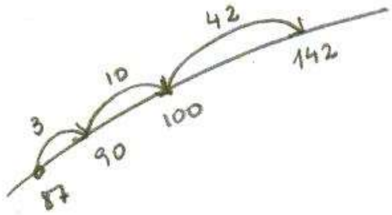
<u>Comentarios</u>: Los problemas tienden al uso de un modelo lineal y los números implicados condicionan estrategias distintas. Las estrategias que deberán destacarse son las secuenciales, las de descomposición y las combinadas, por ejemplo de compensación. Interesa que los alumnos comparen y justifiquen las mismas y distingan las más eficientes según los números que intervienen. Alumnos con dificultades pueden requerir el uso del collar o de rectas numéricas con las decenas, centenas o millares marcados

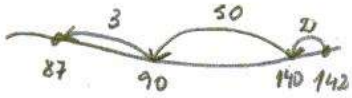
5) Resuelve cada problema de tres formas distintas usando la LNA
<u>Propósito</u>: Resolución de cálculos puros con la LNA.
a) 27 + 38
b) 65 - 38
c) 150 - 99
d) 77 + 433
e) 1000 - 845

<u>Comentarios:</u> Vale lo dicho para la actividad anterior.

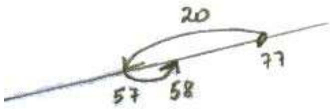
6) Te doy pistas

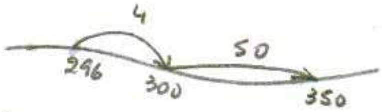
Propósito: Interpretar estrategias en la línea numérica abierta y determinar los cálculos que resuelven.
Matías me entregó las siguientes rectas pero sin la cuenta ¿Podrías decirme qué cuenta tenía que resolver y cómo la pensó en cada caso?

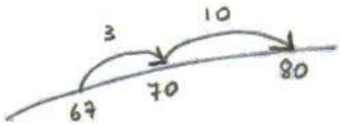




7) ¿Qué cálculos pueden haber sido resueltos con estas LNAs?







Comentarios: Resulta muy interesante que los alumnos interpreten lo realizado en líneas numéricas en forma de cálculos. Luego se compararán los cálculos que los alumnos proponen y se verá que lo realizado puede solucionar cálculos distintos. Por ejemplo: 77-19 se pensó como 77-20 +1; 296 + 54 o 350 -296; 80 -67 o 67 +13.

8) Cadenas

Propósito: Resolvé estos cálculos con diversas estrategias usando relaciones numéricas que los vinculan. Explica cómo lo pensaste:

Cuenta	¿Cómo lo pensaste?
125 + 125 =	
120 + 130 =	
119 + 129 =	
169 + 179 =	
170 + 180 =	
175 + 185 =	
275 + 86 =	
295 + 186 =	

Comentarios: Los alumnos podrán resolver la cadena de cuentas usando saberes previos y relaciones numéricas que se pueden inferir de la estructura de los números intervinientes; y justificar sus resultados de distinta forma, incluyendo el uso de la LNA.

Bibliografía

- VAN LIESHOUT E. (1997). *What can research on word and contex problems tell about effective strategies to solve subtraction problems* en el libro de Beishuizen M., Gravemeijer K., van Lieshout (Eds) (1997). *The Role of Contexts and Models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures*. Freudenthal Institute. Research Group in Mathematics Education. Utrecht University. Holanda.
- GRAVEMEIJER K: P*: E* (1994). *Developing Realistic Mathematics Education.* Freudenthal Institute. Research Group in Mathematics Education. Utrecht University. Holanda.
- MENNE J. (1997). *Jumping ahead: An innovative training programme up to 100.* Freudenthal Institute. Research Group in Mathematics Education. Utrecht University. Holanda.
- TAL TEAM (2001). *Children Learn Mathematics. A learning - teaching trajectory with Intermediate Attainment Targets.* Ed. M van den Heuvel Panhuizen. Freudenthal Institute. Utrecht University and National Institute for Curriculum Development.
- BEISHUIZEN A., TREFFERS A. (1998). *The Empty Number Line in Dutch Second Grades: realistic versus gradual program design.* Journal of Research in Mathematics Education. Vol 29. Nº 4. 443- 464. NCTM.
- C. SELTER. (1998). *Building on Children`s Mathematics - A teaching Experiment in Grade Three.* Educational Studies in Mathematics. 36. 1-27. Construcción sobre la matemática de los chicos. Una experiencia de enseñanza en tercer grado. (Traducción: Fernanda Gallego. GPDM. 2000)
- *Herramientas numéricas*
- RESNICK L. (1999). *La educación y el aprendizaje del pensamiento*. Ed. Aique. Argentina