

LA ESPIRAL DE BABILONIA

(Extraído de G. Hamilton. Mathpickle 2015)

Contenidos: espiral, regularidades numéricas

Adriana Rabino y Oscar Bressan

Para la siguiente actividad se presentan a los estudiantes, consecutivamente, distintas imágenes con cambios sucesivos en la gráfica de la espiral. Se muestra una por vez, se espera unos minutos para ver si alguien puede anticipar cómo será la siguiente. Lógicamente, poco podrán decir sobre la primera, pero al ir incorporando las restantes podrán intentar predecir lo que sucederá en la próxima, encontrando alguna regularidad o patrón. Para participar los estudiantes deben levantar la mano. Tienen la opción de anticipar cómo sigue la gráfica y/o dar una explicación. A continuación se presenta la siguiente imagen y se corrobora si hay aciertos. Si no los hay, se vuelve a preguntar que se prevé para la próxima imagen, y así sucesivamente, tratando de que participe la mayor cantidad posible de estudiantes. A medida que se dan argumentos se anotan en el pizarrón para ser contrastados nuevamente al final de la actividad.

Las imágenes se pueden ir presentando con cañón o, en su defecto, se coloca la primera imagen en una lámina y a medida que se va avanzando el docente va dibujando lo que ocurre en la siguiente imagen.

Imagen 1

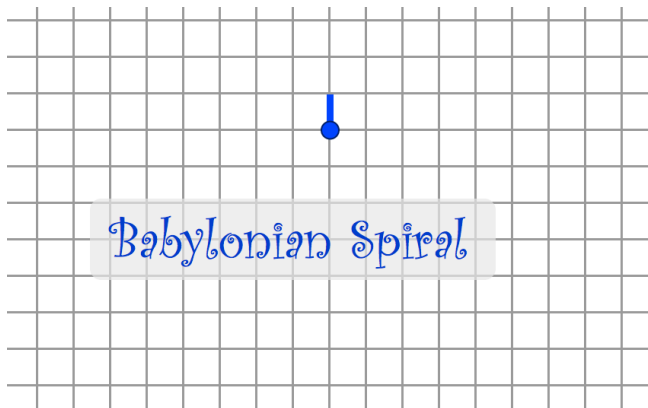


Imagen 2

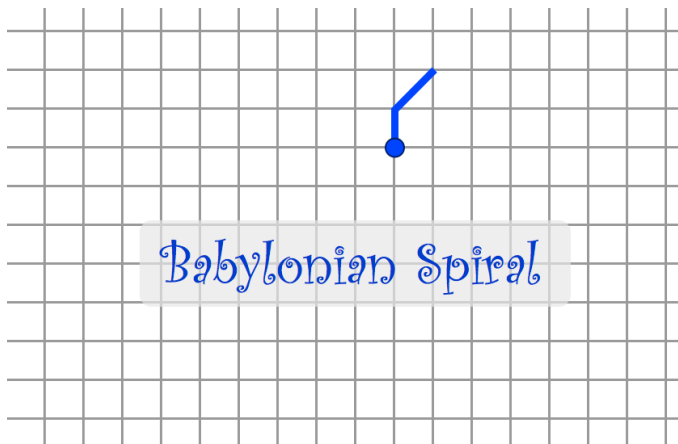


Imagen 3

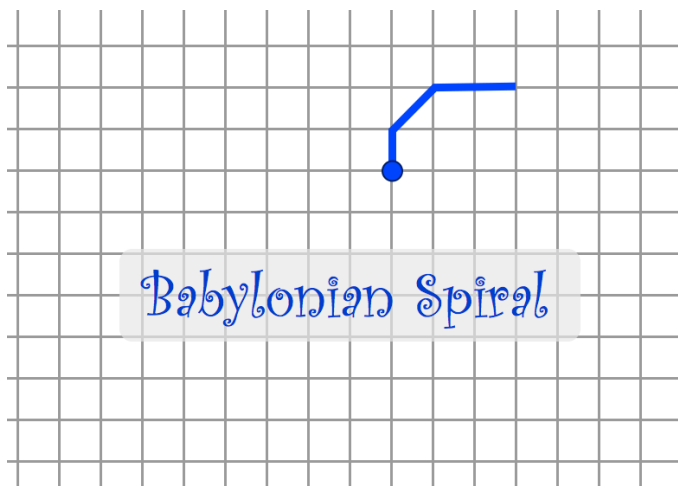


Imagen 4

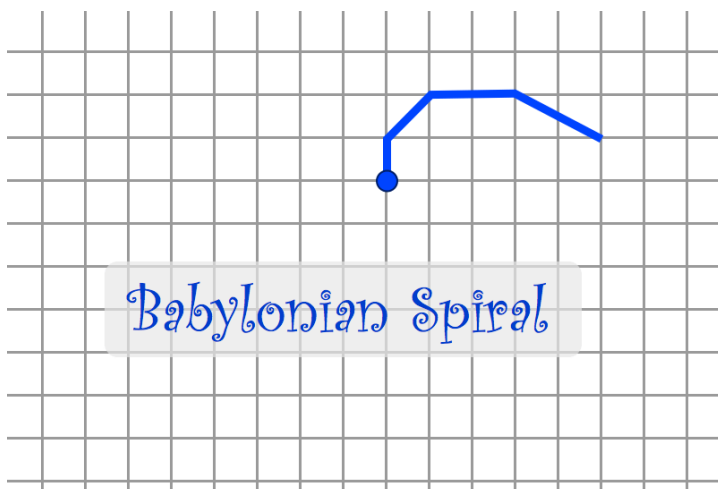


Imagen 5

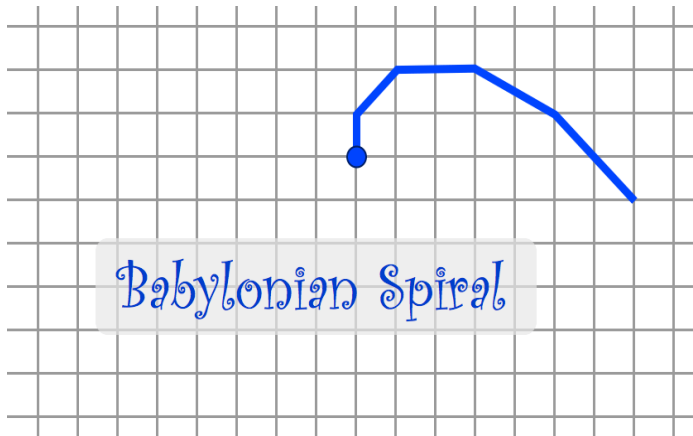


Imagen 6

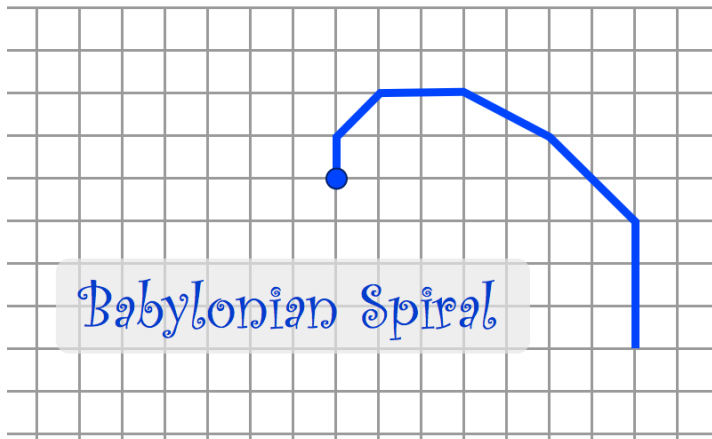
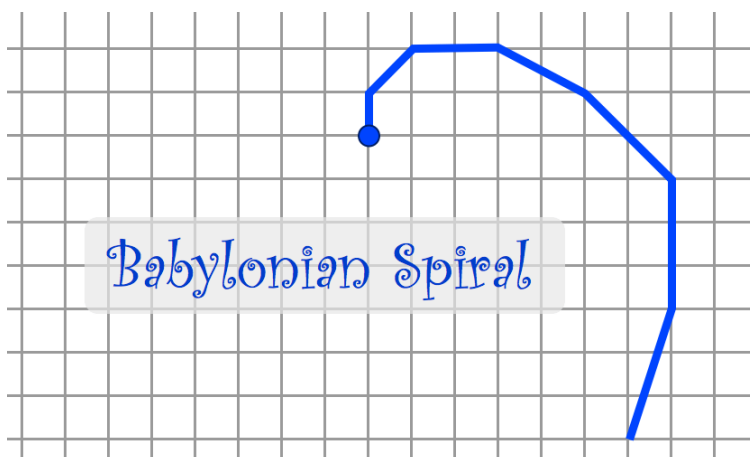
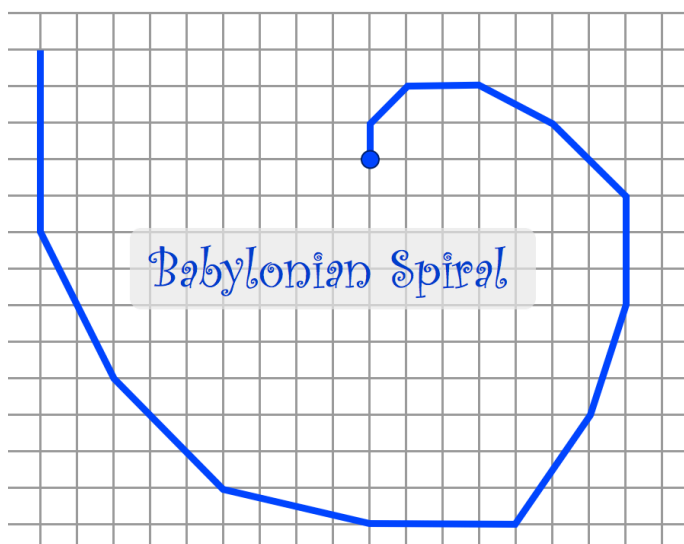


Imagen 7



... Imagen ...

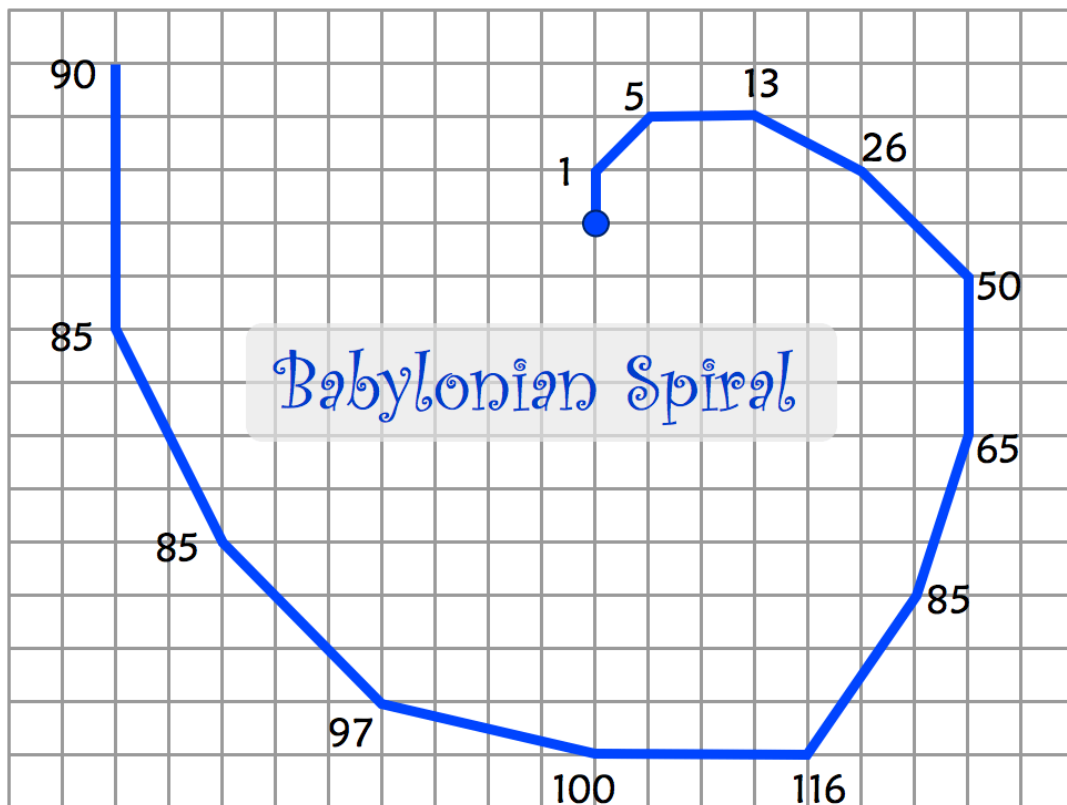


En el transcurso de la actividad se realizan a los estudiantes preguntas como las siguientes:

- *¿Qué forma va teniendo el dibujo?*
- *¿Cómo giran los segmentos?*
- *¿Cómo van variando los segmentos de la espiral?*
- *¿Se siguen alejando del punto inicial? ¿Cuánto?*

Puede que los estudiantes propongan valores para los puntos de la grilla pertenecientes a la espiral, que el docente irá anotando para luego presentar la imagen siguiente.

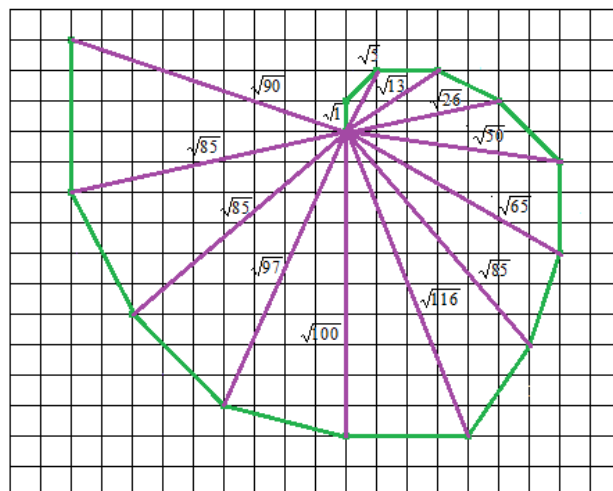
Finalmente se presenta la última imagen con los números incorporados, se contrastan con los propuestos con los estudiantes si los hubiera.



Preguntas para esta imagen:

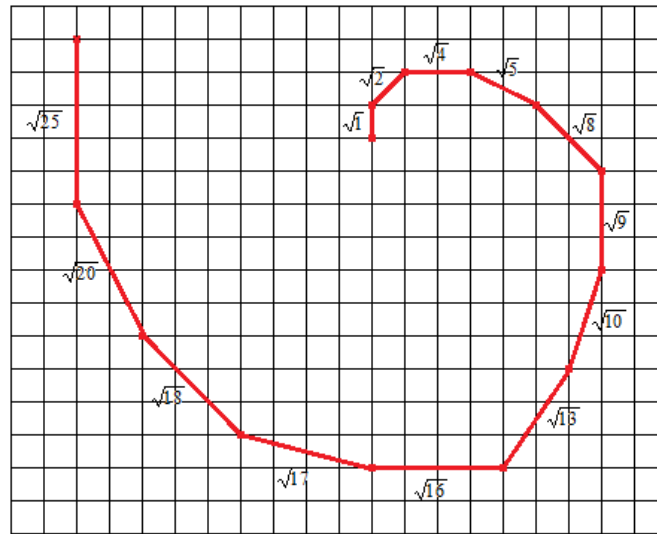
- ✓ ¿Qué significan los números en la grilla? Ayuda: ¿Cuál es el valor de los vectores que van del punto origen de la espiral a cada punto de la misma?)
- ✓ ¿Cuál es el valor de los segmentos entre puntos?

Los estudiantes podrán llegar a concluir que los números de la última imagen se corresponden con los CUADRADOS de las distancias de esos puntos de la grilla al origen, en base al Teorema de Pitágoras.



Además, en base a la cuadrícula y al Teorema de Pitágoras podrán determinar las longitudes crecientes de los segmentos que integran la espiral.

¿Existe algún patrón en todos estos valores?



Para crear la espiral babilónica se deben seguir las siguientes reglas:

- A partir del punto inicial se debe tomar el camino más corto para llegar a otro punto de la grilla. Luego se continúa a partir de este último punto.
- Siempre girar en el sentido de las agujas del reloj.
- Cada segmento es el siguiente más largo que el anterior.
- El ángulo de giro debe ser \leq a 90° .

Conclusión:

Se puede considerar a cada segmento que se va dibujando como un *vector*, ya que el mismo tiene una longitud, una dirección y un sentido.

Entonces:

Una espiral babilónica se construye comenzando con un vector cero y concatenando progresivamente el siguiente vector más largo, pero con el menor crecimiento posible, con puntos finales enteros en una cuadrícula cartesiana. La dirección del nuevo vector se elige en el sentido de las agujas del reloj, lo que minimiza el cambio de dirección del vector anterior. Todos los puntos de la espiral poseen coordenadas enteras x_n e y_n de modo que $x_n^2 + y_n^2 = P_n$ y se pueden calcular a partir de la cuadrícula misma por el Teorema de Pitágoras.

Extensión: ¿Qué pasa si continúan la espiral siguiendo las propiedades encontradas?

¡Pueden llevarse una gran sorpresa! Ver <https://scipython.com/blog/the-babylonian-spiral/>