

LA GEOMETRÍA NECESARIA PARA HACER UNA PANTALLA PARA EL VELADOR

Contenidos: cono truncado, trigonometría

Oscar Bressan

A mamá se le rompió la pantalla del velador como la de la imagen:



y nos pide que le hagamos el molde para hacer una nueva. Nos dice que la pantalla vieja tenía un radio mayor “R”, un radio menor “r” y una longitud “b” de la pantalla:

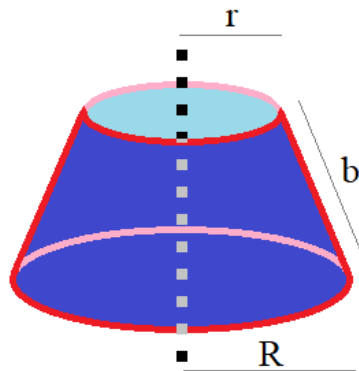


Figura 1 – La pantalla de mamá

Una pantalla es un cono truncado y debemos tenerlo en cuenta para desarrollar el molde. Vamos a medir todos los ángulos en grados (y no en radianes):

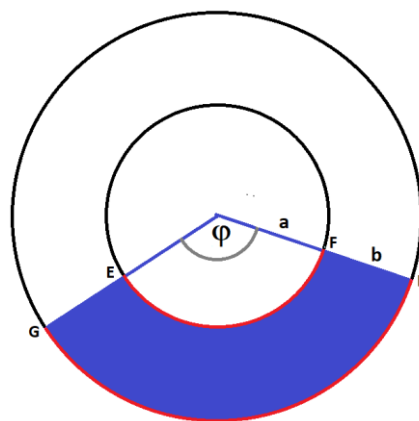


Figura 2 – Despliegue de la pantalla

Primero queremos determinar la altura del cono (“h”) y la generatriz (“a + b”) (ver figura 3), para lo cual es importante determinar el ángulo “θ” que es igual ángulo BĈA.

Vemos que $AB = R - r$. En consecuencia

$$\text{sen}\theta = AB / b = (R - r) / b$$

$$\rightarrow \theta = \arcsen((R - r)/b)$$

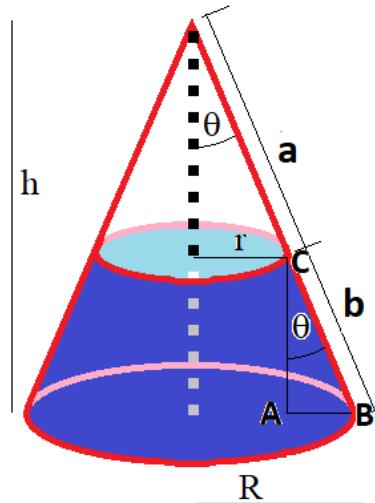


Figura 3 – Detalles del cono

$$\text{sen}\theta = R / (a + b) \quad \rightarrow \quad a + b = R / \text{sen}\theta \quad \rightarrow \quad a = (R / \text{sen}\theta) - b$$

y ya tenemos cuánto vale a la generatriz (“a + b”) y cuánto vale “a”.

Considerando el despliegue de la figura 2 vemos que sólo no falta conocer al ángulo “φ” para tener todos los datos y cumplir con el deseo de mamá.

La longitud de la circunferencia de radio r(fig. 3) es:

$$\text{Longitud circunferencia (r)} = 2 \pi r$$

y es igual a la longitud del segmento circular EF (fig.2):

$$\text{Longitud segmento circular EF} = \varphi a \pi / 180 = 2 \pi r$$

Entonces:

$$\varphi = 360 r / a$$

y ya tenemos todos los datos que nos hacían falta.

Vamos a suponer que la pantalla de mamá tiene las siguientes medidas:

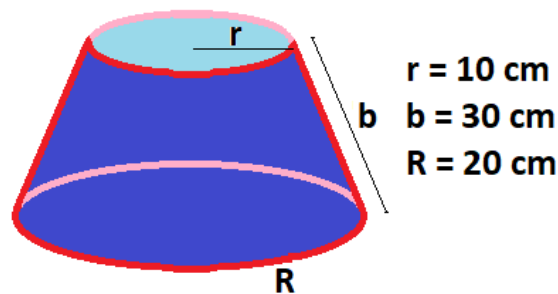


Figura 4 – Pantalla de mamá

Calculamos todas las magnitudes de la pantalla (fig. 3):

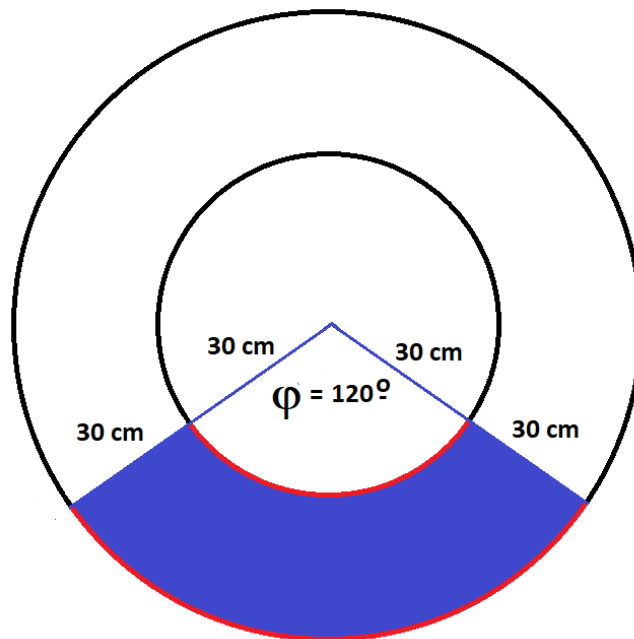
$$\theta = \arcsen (R - r) / b = \arcsen (20-10)/30 = \arcsen 1/3 = 19,4712^\circ = 19^\circ 28' 16''$$

$$a + b = R / \text{sen}\theta = R \times b / (R - r) = 60 \text{ cm}$$

$$a = 30 \text{ cm}$$

$$\varphi = 360 \cdot r/a = 120^\circ$$

Y el molde finalmente resulta ser:



Mamá siguió estrictamente al modelo, ¡y nos premió con un gran beso!!