

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

### **EXPERIENCIAS EN LAS AULAS (2011)**

A continuación, se presenta la planificación de la docente Gabriela Donato, quien trabaja con jóvenes y adultos. En el cursado del Postítulo se les pidió a los docentes participantes en el mismo, que llevaran a cabo una planificación e implementación en aula de tres clases basadas en la propuesta conocida como el Rompecabezas de Van Hiele (consultar El rompecabezas de Van Hiele en [www.gpdmatematica.ar](http://www.gpdmatematica.ar)).

Resulta de sumo interés ver como el trabajo a partir de este rompecabezas puede ser motivador para jóvenes y adultos (tanto como lo fue para los niños, como se puede apreciar en las otras experiencias subidas a esta página), dando lugar a una gran cantidad de aprendizajes geométricos y sociales.

Pero también, resulta muy importante el proceso de aprendizaje de la docente en el curso de este trabajo, desde la elaboración de su secuencia planificada como proyecto anticipatorio hasta el relato y la reflexión realizada sobre sus clases (conviene detenerse en su forma de preguntar, sus dudas, sus adaptaciones, las ayudas que brinda, las modificaciones sobre la marcha, etc.), lo que le dará lugar a su autoevaluación y a hacer ajustes en la planificación llevada a cabo para el caso de dar la misma actividad en un futuro.

Sus apreciaciones finales dan cuenta de cuánto la docente capitalizó esta experiencia.

#### **UNA EXPERIENCIA USANDO EL ROMPECABEZAS DE VAN HIELE CON JÓVENES Y ADULTOS**

**Gabriela Donato <sup>1</sup>**

*Trabajo en dos Anexos de la Escuela de Adultos de Lago Puelo. Unos días doy clase en El Hoyo (2 veces por semana) y otros en Lago Puelo (3 veces por semana). En el anexo de El Hoyo sólo tengo 2 alumnos de 1° ciclo: Lola (68ª) y Nati (21).*

*En el anexo de Lago Puelo, comparten el salón alumnos de 2° ciclo (4) y de 1° ciclo (1).*

---

<sup>1</sup> Gabriela Donato es alumna del Postítulo *Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario* Instituto Superior de Formación Docente Nº 813 Lago Puelo - Prov. del Chubut.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut*

*La planificación la pensé para dar las clases en el anexo de Puelo, por eso presenté las secuencias de clases para ambos ciclos. Sin embargo, no logré dar la clase con los 5 estudiantes, ya que cuando unos se reincorporaban, otros se ausentaban (y se acercaba la fecha de entrega de este trabajo). Entonces realicé la secuencia de 2° ciclo en Puelo con tres estudiantes y la de 1° ciclo en El Hoyo con dos estudiantes.*

*En Lago Puelo participaron en las clases los alumnos de 2º ciclo: Cristian (15), Ricardo (85) y Mari (87).*

*O sea que desde el vamos, la planificación no se desarrolló con el espíritu con que la había pensado: realizarla en un salón con los ciclos integrados.*

*A continuación, presento la planificación realizada para las tres clases del primer ciclo, la narrativa realizada acerca de su desarrollo y la nueva planificación elaborada en base a esta experiencia.*

*A continuación, presento la planificación para segundo ciclo, la narrativa correspondiente y la nueva planificación con los ajustes en base a lo surgido en las tres clases. Al final expongo una reflexión sobre mis aprendizajes con esta experiencia.*

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

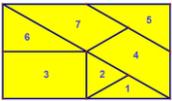
**MODELO DE PLANIFICACIÓN DE UNA SECUENCIA DE CLASES**      **CLASE 1**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n°604, anexo lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 1° ciclo

**PROPÓSITO GENERAL:** Estimular el descubrimiento, la descripción y la denominación de formas geométricas básicas, distinguiendo elementos de las mismas; para avanzar en el razonamiento geométrico, a través de diferentes actividades con el rompecabezas de van Hiele.

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
<p>Repartir 7 piezas por estudiante. ¿Qué podemos hacer con las piezas recibidas? Dar tiempo para jugar libremente con las piezas del rompecabezas creando diferentes objetos. (Se entregan por separado las piezas del rompecabezas de Van Hiele)</p>  <p>Reproducir 3 de los objetos creados en papel liso. ¿De qué forma lo podrías hacer?                      Observar y enumerar similitudes entre las piezas dadas para crear los diferentes objetos.(actividad compartida).</p> <p>Crear un rectángulo usando las 7 piezas del rompecabezas sin modelo presente, con ayuda de un rectángulo de papel liso que usarán como base para ir disponiendo las</p>	<p>Desarrollar habilidades geométricas de construcción y dibujo.</p> <p>Introducir vocabulario geométrico específico: lado, vértice, ángulo</p> <p>Pasar de la reproducción por superposición a otra forma más avanzada.</p>	<p>Construcción de figuras en base a la composición y descomposición de otras.</p> <p>Reproducción de figuras en papel liso.</p> <p>Identificación de similitudes: lados, lados rectos, vértices, ángulos.</p> <p>Reproducción de figuras en papel isométrico. Utilización de la regla para el trazado de rectas</p> <p>Placer por los desafíos intelectuales.</p>	<p>Combinarán las piezas hasta encontrar alguna representación de objetos familiares. Alguno combinará sólo de a pares, otro se animará a combinar varias piezas juntas.</p> <p>Reproducirán por superposición</p> <p>Ocuparán el espacio del rectángulo de papel disponiendo las piezas por ensayo y error.</p> <p>Para reproducir podrán medir lados de las figuras o apoyar las figuras, marcar los vértices y unir con la regla.</p>	<p>Si algún estudiante no logra armar el rompecabezas dentro del rectángulo del papel, entonces se le facilitará el modelo.</p> <p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométricas y no con el trabajo autónomo; el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos).</p>

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

<p>piezas y llegar a la solución.</p> <p>Reproducir el rectángulo obtenido en papel isométrico, usando regla. Observar las diferencias que hay entre el papel isométrico y el papel liso, y qué ventajas ofrece el isométrico para la reproducción del rectángulo.</p> <p>(las actividades serán individuales, salvo indicación contraria).</p>				<p>Para la finalidad de la reproducción también se podría usar papel cuadriculado, pero la dimensión del rompecabezas no concuerda con la trama. Sí concuerda con la trama del isométrico porque fue adaptado para tal fin (ver observaciones en clase 1 de 2º ciclo).</p>
---	--	--	--	--

**CLASE 2**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n°604, anexo lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 1º ciclo

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
-------------	-----------	------------	---	---------------

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

<p>Ahora que ya lograron armar el rompecabezas rectangular, pueden practicar el dibujo de cada una de las 7 piezas por separado usando papel isométrico y regla.</p> <p>Nuevamente se reparte el rompecabezas.                  Clasificar las piezas según la cantidad de lados. (triángulos y cuadriláteros) ¿Cuántos lados tienen las piezas de este grupo? ¿Son todas iguales, del mismo tamaño? (etc.) (Actividad compartida)</p> <p>Clasificarlas según la cantidad de vértices.                  ¿Necesitaron cambiar alguna pieza de grupo? ¿Por qué? ¿Cómo se llaman las figuras de 3 lados y 3 vértices? (etc.) (Actividad grupal).</p> <p>Terminado este trabajo se retiran las piezas para seguir con la próxima actividad.</p> <p>Recortar las figuras que dibujaron en el papel y pegarlas donde corresponda. Recibirán una hoja dividida en dos columnas con las palabras: triángulos y cuadriláteros. Debajo de cada columna habrá una oración para completar: TODOS TIENEN ___ LADOS Y ___ VÉRTICES.</p> <p>(Las actividades serán individuales, salvo indicación contraria)</p>	<p>Desarrollar habilidades geométricas de dibujo y visualización.</p> <p>Afianzar el uso de la regla en la reproducción de figuras.</p> <p>Identificar propiedades de las figuras en base al n° de lados y vértices</p> <p>Incorporar vocabulario específico: triángulos, cuadriláteros.</p>	<p>Reproducción de triángulos y cuadriláteros en papel isométrico, utilizando regla.</p> <p>Comparación y clasificación de figuras teniendo en cuenta distintos criterios (n° de lados y vértices)</p> <p>Valoración del intercambio como fuente de aprendizaje.</p>	<p>Para reproducir podrán medir los lados de las figuras o apoyar las figuras, marcar los vértices y unir con la regla.                  En el primer caso podrán usar de medida la trama del papel isométrico, apoyándose en el trabajo realizado la clase anterior o pedir las piezas y medir sus lados con la regla.</p> <p>Si separan las piezas a simple vista, sin contar efectivamente los lados, pueden llegar a poner el trapecio con los triángulos.</p> <p>Conocerán el término triángulos, pero no cuadriláteros. En lugar de este último podrán usar “cuadrados” o “rectángulos”.</p>	<p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométricas y no con el trabajo autónomo; el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos)</p>
---	--	--	--	--

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

**CLASE 3**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n°604, anexo lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 1° ciclo

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
Los rompecabezas de piezas (mosaicos) no tienen que ser necesariamente rectangulares. Construir un rompecabezas cuadrado de 7 piezas usando papel isométrico. Las piezas tienen que ser triángulos y cuadriláteros. (actividad individual)	<p>Desarrollar habilidades geométricas de aplicación y transferencia.</p> <p>Afianzar la clasificación de las figuras según el n° de lados.</p> <p>Afianzar el uso de la regla en el dibujo de figuras.</p>	<p>Construcción de figuras a través de la composición de otras.</p> <p>Dibujo de figuras simples (triángulos y cuadriláteros) en papel isométrico, utilizando regla.</p> <p>.</p> <p>Elaboración de estrategias personales de resolución de problemas.</p>	<p>Harán varios intentos. Los primeros serán por ensayo y error. Quizá luego podrán anticipar mentalmente combinación de figuras antes de dibujarlas.</p>	<p>Para realizar la actividad recibirán la hoja de papel isométrico con el cuadrado que deben componer, ya delimitado.</p> <p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométricas y no con el trabajo autónomo; el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos).</p>

❖ **Narrativas de las clases de 1° ciclo**

**Clase 1 (la elegida para narrar en forma más extensa)**

La clase se desarrolló de 20.00 hs a 21.15 hs, pudiéndose completar todas las actividades planificadas.

De la clase participaron dos alumnas de 1° ciclo del anexo El Hoyo, Lola (68) y Nati (21).

Al recibir las piezas Lola comenzó a jugar con ellas tratando de armar objetos. Nati necesitó que vuelva a explicarle la consigna (Nati siempre se niega a trabajar en el área de Matemáticas, tanto que le cuesta bastante arrancar con la actividad propuesta y casi siempre recurre a estrategias para zafar de la tarea). Al ver los objetos creados por su compañera, Nati comenzó a crear los suyos, que fueron distintos a los que armó Lola.

En el momento de reproducir los objetos en papel liso, Nati intentó hacerlo a mano alzada (estrategia que yo no había previsto); pero al observar que Lola lo estaba haciendo por superposición en el papel y contorneo, abandonó su estrategia inicial y adoptó la que estaba usando Lola. Ambas permanecieron concentradas durante todo el trabajo de reproducción. (Inclusive cuando entraron otros estudiantes a la biblioteca, lugar donde casi siempre realizamos las clases)

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

Luego les pedí que observen las piezas y digan que “cosas parecidas” encuentran entre ellas:

L: estas son todas triangulares (separa todos los triángulos y el trapecio) y estas son rectangulares (señala el rectángulo y el trapecio isósceles).

M: pero vos me estas indicando diferencias entre estas y aquellas (señalo los dos grupos) y yo quiero que me digan que cosas tienen parecidas todas las piezas. Vos Nati, ¿ves algo que tengan de parecido?

N: que todas tienen líneas.

M: ¿cuáles son las líneas? ¿Las podés señalar en alguna pieza?

N: contornea con el dedo los lados de un triángulo.

M: Lola, ¿entendiste a que se refiere Nati con líneas?, ¿podés señalarlas en esta pieza (rectángulo)?

L: contornea con el dedo los lados.

M: ¿Recuerdan otro nombre que se pueda usar para nombrar esa parte de la pieza que marcaron con el dedo?

N: no.

L: líneas rectas.

Indico que el nombre correcto de “línea” es LADO y que entonces en lugar de “líneas rectas” diremos “LADOS RECTOS”.

Les pido que vuelvan a observar las piezas y que me indiquen si encuentran otra similitud entre ellas. Nati se distrae saludando a una alumna de otra clase que entra a la biblioteca, le cuesta volver a la actividad, le reitero el trabajo solicitado, me pide para salir al baño, le digo que en un rato porque ahora tiene que ayudar a Lola a buscar más similitudes entre las piezas, finalmente vuelve a la observación de las piezas. Mientras tanto Lola estuvo mirando y manipulando las piezas.

M: entonces ya descubrieron que todas tienen lados y lados rectos. ¿Qué otra cosa pueden ver que sea común a todas las piezas?

L: las puntas, todas tienen punta (señala varios vértices en distintas piezas). (Me aseguro de que se refiere a los vértices y no a los ángulos)

M: Nati, ¿vos ves las puntas que dice Lola?, ¿es cierto que todas tienen punta?

N: (observa las piezas) Sí.

M: ¿Me mostrás cuáles son?

N: (señala con el dedo los vértices de varias piezas)

M: ¿Qué pasa en esas puntas? (me doy cuenta que no entendieron la pregunta) ¿Qué se junta en esas puntas?

N: las líneas.

M: ¿cómo llamamos a las líneas?, le dimos el nombre correcto.

L: lados.

N: en las puntas se juntan los lados.

M: ¿Conocen otro nombre para indicar esa parte que no sea punta?

Ante la negativa de ambas indico que esa “punta” se llama VÉRTICE. Entonces en los vértices se juntan los lados, ¿cuántos lados se unen en cada vértice?...No responden, entonces les solicito que miren un vértice, ¿cuántos lados se unen en ese vértice?

N: dos.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

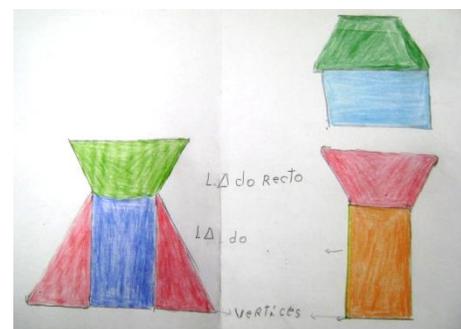
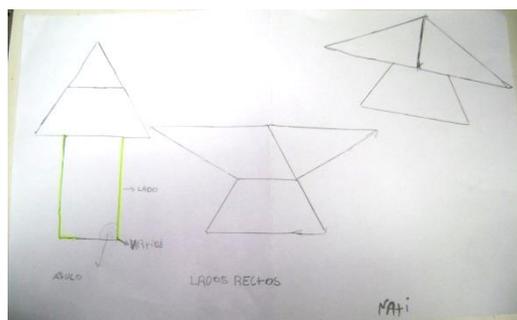
M: ¿y en todos los vértices se juntan dos lados?

L: (después de observar varias piezas) Sí.

M: ¿Estás de acuerdo Nati?

N: sí, en todos se juntan dos lados.

Solicito que vuelvan a observar las piezas para poder encontrar otra similitud. Luego de observarlas un rato, ambas responden que ya no encuentran más cosas parecidas entre las piezas. En una de las piezas marco la amplitud de un ángulo con lápiz y les pregunto si en todos los vértices donde se juntan los lados se puede marcar una forma parecida.



Responden que sí. Le solicito, a cada una, que realice la marca con lápiz en una pieza. Ambas pueden marcar correctamente la amplitud de los ángulos. Entonces indico que eso que marcaron en la pieza se llama ángulo. Les hago observar que el ángulo queda formado cuando se juntan dos lados en un vértice. (Creo que les quedó claro el nombre pero no el concepto de ángulo, tendré que retomarlo más adelante).

Concluimos que las similitudes encontradas entre las figuras son: LADO, LADOS RECTOS, VÉRTICE y ÁNGULO. Indican estos elementos en una de las reproducciones realizada sobre el papel liso.

Para continuar les cuento que esas piezas son un rompecabezas y que con ellas se puede armar un rectángulo (mostrándoles uno de papel), le entrego a cada una el rectángulo de papel liso y las desafío a que acomoden las piezas sobre el papel para que quede armado el rompecabezas.

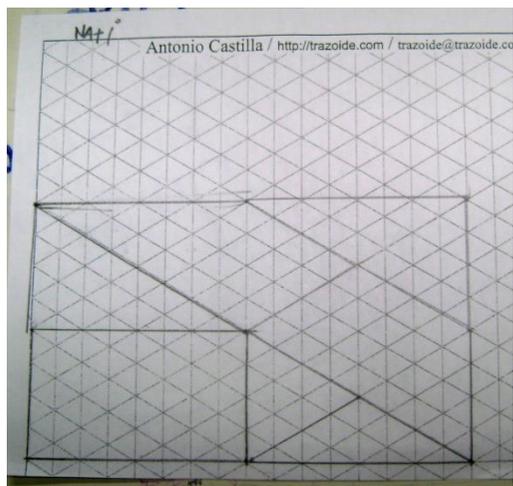
Ambas comienzan a disponer las piezas sobre el rectángulo de papel por ensayo y error, y sostienen esta estrategia hasta el final. Lola logra llegar a una solución, Nati no lo logra, entonces le facilito el modelo. Inclusive con el modelo presente le cuesta bastante acomodar las piezas. Le hago observar la forma en que están ubicadas las figuras en el modelo para que luego traslade cada pieza al rectángulo de papel. Finalmente a través de la reproducción del modelo logra armar el rompecabezas.

La solución a la que arribó Lola fue igual al modelo que le facilité a Nati.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

Les presento el papel isométrico y les explico que la próxima tarea será reproducir en él, el rectángulo que lograron armar; pero que esta vez no podrán pasar el lápiz por el contorno de la pieza, si no que tendrán que usar la regla. Al papel isométrico le hice una línea para indicar a partir de ella la base del rectángulo, ya que si comenzaban por otro lugar ni los vértices ni los lados iban a coincidir con el entramado de papel (esto no estaba previsto en la planificación, pero me di cuenta mientras preparaba el material y decidí incorporarlo)

Lola intenta medir los lados de la primera pieza que toma para reproducir, pero como no trajo los lentes abandona esta estrategia y opta por apoyar la pieza. Le recuerdo que no puede marcar el contorno y que debe usar la regla; entonces marca los vértices sobre el papel y luego los une con una línea usando la regla. Nati observa esta segunda estrategia de su compañera y la toma para empezar a trabajar.



Observo que tanto Nati como Lola apoyan la pieza y marcan los vértices en cualquier lugar, sin aprovechar la facilidad que les puede brindar el entramado de papel. Detengo la actividad y abro una charla sobre las diferencias de este papel con el papel liso que usamos al comienzo de la clase y sobre la forma en que el entramado las podía ayudar para la reproducción. Acordamos que los vértices de las figuras y los lados debían coincidir con el entramado del papel que estaban usando. Les ayudo con la primera pieza (rectángulo), luego continúan solas. Lola me pide poder terminarlo en la casa para poder ver mejor con los lentes que se olvidó; Nati logra terminar con la reproducción.

**En esta clase las estudiantes comenzaron a desarrollar habilidades geométricas de construcción, pudieron armar objetos a partir de la composición de figuras y componer un rectángulo en base a la ubicación espacial de las figuras. En las habilidades de dibujo, pasaron de la reproducción por contorneado a la utilización de regla para el trazado de líneas rectas. A través de la observación pudieron razonar espacialmente, identificando similitudes entre las piezas, que las llevó a aprender vocabulario geométrico significativo. Conocieron el papel isométrico y las ventajas que otorga. Vivenciaron las ventajas del trabajo cooperativo y el intercambio de ideas como fuente de aprendizaje.**

### Resumen Clase 2

Durante la clase se pudieron trabajar todas las actividades propuestas, pero llevó más tiempo del esperado (2hs reloj).

De la clase participó sólo Nati.

Para comenzar se realizó un repaso oral de los términos vistos la clase anterior: lados, lados rectos, vértices y ángulo (este nombre no lo recordó). Saco el papel isométrico y recordamos las ventajas que ofrece para realizar reproducciones. Nati dice que las líneas que tiene ayudan a dibujar. Le digo que en ese papel isométrico tiene que dibujar cada una de las 7 piezas por separado usando regla. Pongo como condición que las piezas dibujadas deben ser de igual medida que las originales y además que esta vez no podrá colocar las piezas sobre el papel isométrico si no que tendrá que usar la regla para realizar la reproducción. (Esta variable didáctica no estaba pautada en la planificación pero me pareció pertinente incorporarla para que avance en el uso de la regla graduada y en la forma de reproducción).

Nati tomó la reproducción realizada en papel isométrico de la clase anterior y la escuadra. Daba vueltas la escuadra sin poder encontrarle la posición adecuada. Al preguntarle que quería hacer, me respondió: "usar los n° de acá" (señalando los n° escritos en la escuadra). No buscó como estrategia guiarse por la trama, contar los

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

triangulitos del papel isométrico, si no medir con los números de la regla. La ayudé a colocar la escuadra en la posición correcta para comenzar a medir, pero no sabía cómo medir. Entonces comencé a explicarle, hicimos juntas el rectángulo. La ayudé con el triángulo rectángulo y a partir de la tercera continuó sola.

La 3° figura que reprodujo fue el triángulo equilátero, inclusive no lo dibujó en el mismo sentido de orientación en el que estaba en el otro papel, pero no hizo ningún comentario al respecto. La 4° pieza fue el trapecio, para poder dibujarlo se guio por los ángulos de la trama del papel isométrico. En el quinto lugar eligió el trapecio isósceles (no sabía por dónde comenzar, empezó por uno de los laterales, luego  $bm$  y  $BM$ ) este también le quedó dibujado en una orientación diferente del que estaba copiando. Cuando termina esta figura pregunto: ¿estás segura de que es igual a esta? (señalando la figura de donde partió para reproducirla).

N: sí

M: pero este lado (señalo la  $bm$ ) está acá y en el que dibujaste recién está acá (señalo la  $bm$  en su reproducción).

N: (duda) pero medí... (rota la hoja), ¿ve? si doy vuelta el papel es igual.

M: claro, son iguales, solo que estaban ubicadas de distinta forma en el papel.

En sexto lugar reproduce el triángulo isósceles, primero reprodujo la base sobre el lateral del papel isométrico, pero al trazar uno de los lados se dio cuenta que no quedaba igual y se preguntaba por qué pasó eso, si había seguido la raya del papel. Le hice observar el ángulo de la figura original y el de la copiada, enseguida se dio cuenta que no eran igual y se preguntaba cómo hacía si no tenía una línea así (en el papel). Sugerí que cambiara de posición el lado que había dibujado primero y que volviera a comenzar. Así pudo reproducir la figura.

N: ya está terminé

M: no, te falta esta (señalo el otro triángulo rectángulo)

N: pero ya está acá (señala el triángulo rectángulo que ya había reproducido)

M: pero son dos, tenés que dibujarlo

N: pero son iguales y ya está dibujado.

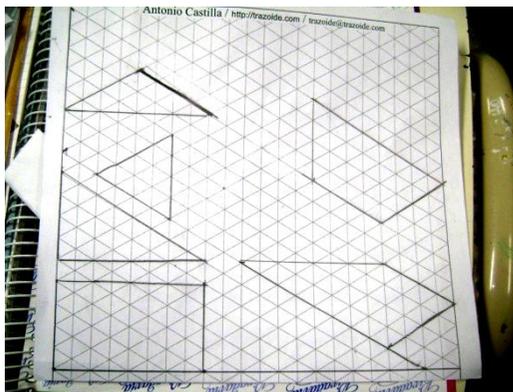
Cuando planifiqué imaginé que esta actividad iba a demandar bastante tiempo, pero en realidad llevó más tiempo del que había pensado (aproximadamente 1hs 30'). A

pesar de esto se pudo sostener y no se transformó en tediosa para Nati, al contrario estaba aprendiendo a medir y a reproducir al mismo tiempo.

Pasamos a la otra parte de la clase. Le di las piezas del rompecabezas y le pedí que las ordenara según la cantidad de lados.

Enseguida separó en dos grupos de 3 y 4 lados correctamente. Pudo observar sin dificultad que las piezas de cada grupo no eran iguales ni del mismo tamaño, pero que sin embargo todas compartían igual cantidad de lados.

Solicité que las ordene según la cantidad de vértices. Contó uno por uno los vértices de cada figura. Al terminar le pregunto si necesitó cambiar alguna pieza de grupo. Responde que “quedó igual, porque todos tienen tres lados y tres vértices. Tienen igual de los dos”. ¿Y estos?, pregunto señalando el otro grupo. “Esos también tienen igual 4 lados y 4 vértices”. Supo responder que las figuras de 3 lados y 3 vértices se llaman triángulos. Para los de 4 lados y vértices mencionó primero cuadrado y luego rectángulo, así que introduje el nombre de cuadrilátero.



*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

Terminado esto pasamos a la actividad de cierre, que pudo resolver correctamente.

De volver a dar la clase, la separaría en dos clases. Cuando planifiqué sabía que las estudiantes no usaban la regla para medir (sobre todo Nati), pero no me di cuenta el tiempo que iba a demandar el aprender a usar la herramienta para desarrollar la habilidad de medir. Tomaría una clase para que practiquen el dibujo de cada una de las piezas. Y otra para desarrollar el resto de las actividades.

En esta clase Nati continuó desarrollando habilidades de dibujo, no sólo usó la regla para trazar segmentos rectos, también la usó para medir esos segmentos; de esta forma pudo dibujar las figuras conservando la longitud de sus lados. Comenzó a re significar el concepto de ángulo (que había quedado en el aire la clase anterior) cuando los observaba en la trama del papel para darle la orientación correcta al lado que quería reproducir, que implica habilidades de visualización. Habilidades que también desarrolló cuando ordenó las piezas por cantidad de lados o vértices y la llevó a concluir que la cantidad de lados y vértices en las figuras son iguales (razonamiento). Afianzó el vocabulario de la clase anterior, usándolo correctamente (comunicación), y aprendió nuevo (cuadrilátero). También trabajó la valoración personal, sentirse capaz de poder resolver actividades de matemática (área que es su cuco) es muy importante para ella. Se fue feliz, contando que le iba a mostrar los trabajos realizados a su hermana y a sus otras maestras.

### **Resumen clase 3**

Para integrar a Lola, en un primer momento de la clase ella trabajó con actividades planificadas para la segunda clase, mientras Nati hacía otras tareas.

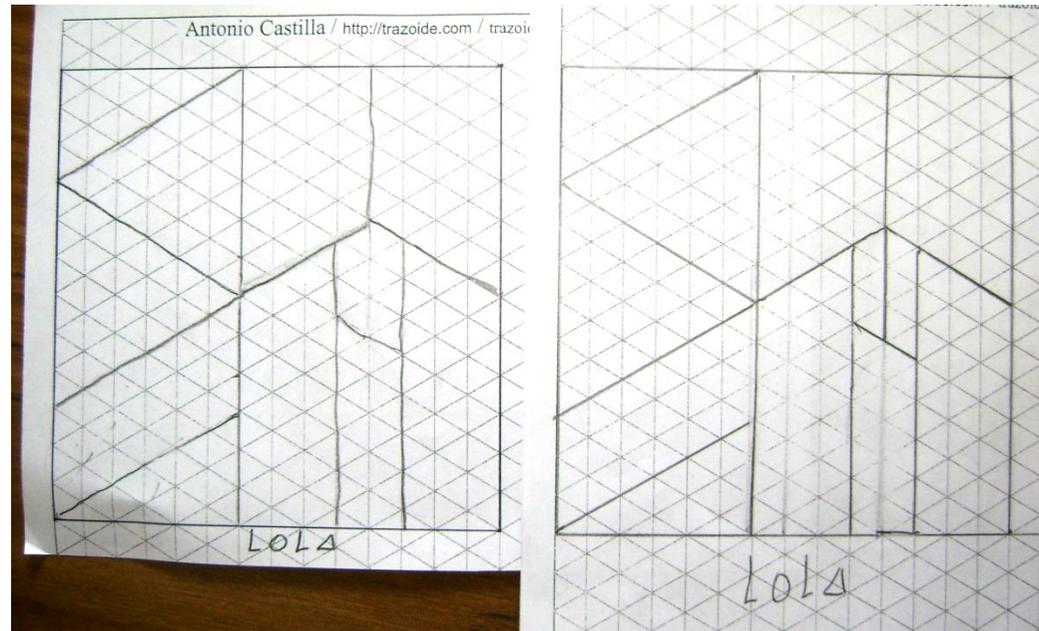
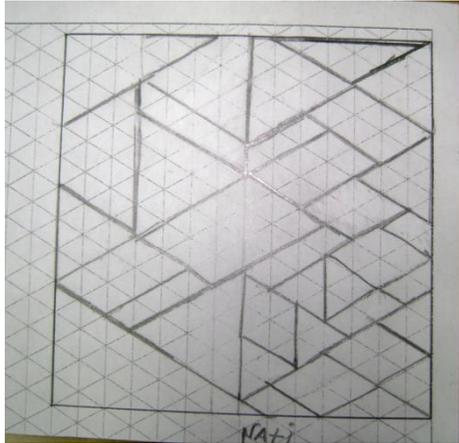
Lola clasificó las piezas según la cantidad de lados (trabajó manipulando las piezas del rompecabezas). Puso el trapecio con los triángulos, al pedirle que contara si todos tenían 3 lados se dio cuenta del error y la cambió de grupo. Luego clasificó por la cantidad de vértices, los contó uno por uno; en el trapecio le costó encontrar los vértices. Pudo concluir que cada figura tiene igual cantidad de lados que de vértices, porque la fui guiando a través de preguntas. Para nombrar los de 3 lados y vértices dijo triangular. Para los de 4, expresó no saber. Introduje los nombres correctos. Para terminar, realizó la actividad de cierre prevista en la clase 2 de la planificación, pero usando las piezas de cartulina del rompecabezas.

Damos inicio a la 3° clase. Repasamos oralmente los nombres dados a las figuras y las propiedades (cantidad de lados y vértices). Di la consigna y les entregué el papel isométrico con el cuadrado delimitado.

Lola enseguida se puso a trabajar. Nati necesitó de una nueva explicación.

Lola trazó con regla un segmento que dividió al cuadrado en dos, luego siguió trabajando a mano alzada. Primero dibujó el sector de los cuadriláteros de manera rápida y sin titubear. Dio por terminada la tarea. Le recordé que el rompecabezas debía tener triángulos y cuadriláteros, y le hice notar que el de ella tenía sólo cuadriláteros. Intentó trazar triángulos ayudándose con la regla (la ponía en el lugar donde trazaría el segmento) y así anticipaba si la figura que iba a quedar dibujada era de 3 ó 4 lados. No lograba trazar un triángulo en el papel. Le hice volver a observar unos de los triángulos del rompecabezas, y luego volver al papel para que encontrara la forma de reproducirlo. Finalmente logró dibujar un triángulo, y después pudo trazar los otros sin dificultad. Al terminar le solicité que volviera a reproducir el rompecabezas que había inventado, pero usando regla. Cuando terminó me di cuenta de que una de las piezas que había propuesto como cuadrilátero tenía 5 lados. Le dije que había dibujado una figura que no correspondía porque tenía 5 lados, que se fijara cuál era y lo arreglara. Encontró la pieza y lo solucionó trazando otro segmento en su interior.

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut



Lola trabajó anticipando mentalmente combinaciones de figuras antes de dibujarlas.

Nati trabajó muy lentamente, comenzó a dibujar figuras aisladas dentro del cuadrado. Observaba el papel y decía: acá hay una y luego trazaba a mano alzada. Su estrategia no fue pensar una figura y buscar en que líneas del papel se apoyaba para reproducirla; ella miraba el entramado del papel y cuando podía imaginar una forma seguía las líneas para dibujarla. Supongo que por esto dibujó las figuras aisladas (sin conectarse) dentro del cuadrado. Sí logró dibujar triángulos y cuadriláteros. Cuando me mostró su trabajo le hice observar que entre las figuras marcadas en el papel quedaban espacios donde faltaba dibujar (ella consideraba que entre los dibujos de las figuras no había otra) Volvimos a mirar el rompecabezas de van Hiele, observó también el de Lola. Se aclaró que las piezas en forma de triángulos y cuadriláteros tenían que cubrir todo el cuadrado y que estarían conectadas entre ellas.

Nati comenzó a observar esos espacios y a trazar segmentos para lograr obtener las figuras pedidas. La mayor parte de este trabajo lo realizó sola. Habían quedado dos formas que no correspondían, se las señalé porque entre tantos segmentos trazados se mareaba, y buscó la forma de corregirlos: trazar más segmentos.

La resolución de Nati fue por ensayo y error. No pudo anticipar combinaciones de figuras.

Como Lola terminó rápido, se puso a practicar el dibujo de cada una de las 7 piezas por separado en papel isométrico, usando regla y midiendo (actividad de la clase dos).

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

La tercera clase se desarrolló según lo planificado, sólo introduje algunas adaptaciones para Lola que no había concurrido a la segunda clase y considero que las mismas no produjeron cambios significativos en lo planificado.

En esta clase las estudiantes se introdujeron en el desarrollo de habilidades geométricas de aplicación y transferencia, pudiendo elaborar estrategias personales para resolver problemas. Lograron dibujar en papel isométrico (y entenderse con él) triángulos y cuadriláteros, así afianzaron la clasificación según los lados y el uso de la regla como ayuda para el dibujo de figuras.

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

**MODELO DE PLANIFICACIÓN DE UNA SECUENCIA DE CLASES**      **CLASE 1**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n°604, anexo lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 2° ciclo

**FECHA:**

**PROPÓSITO GENERAL:** Estimular el desarrollo de habilidades geométricas (construcción y dibujo, visualización, comunicación, aplicación y transferencia), para avanzar en el nivel de análisis del pensamiento geométrico respecto de las figuras y sus propiedades, a través de una secuencia de actividades con el rompecabezas de Van Hiele.

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
<p>Crear un rectángulo usando las 7 piezas del rompecabezas de Van Hiele sin modelo presente (actividad Individual)</p> <p>Socializar los rectángulos obtenidos con la finalidad de:                      - observar que hay diferentes posibilidades de armado (¿todos los modelos obtenidos son representaciones de rectángulos?, ¿en todos los rectángulos las piezas están ubicadas y en el mismo lugar, posición, lindera a la misma pieza?, ¿todas las soluciones son correctas?)                      - recordar e identificar elementos de las figuras: lados, vértices, ángulos interiores. (Señalo y pregunto cómo se llama, en caso necesario cambio la estrategia: ¿cuál es el vértice?,...)                      (actividad grupal)</p> <p>Reproducir el rectángulo obtenido en papel isométrico usando regla graduada (actividad Individual).</p>	<p>Desarrollar habilidades geométricas de construcción y dibujo.</p> <p>Afianzar vocabulario específico: lado, vértice, ángulos interiores, Recuperar los nombres de las figuras que conocen:</p> <p>Dibujar (reproducir) usando la regla graduada.</p>	<p>Construir figuras utilizando propiedades conocidas (en este caso por ej, paralelismo o perpendicularidad de lados, congruencia de lados, n°de lados y vértices, tipo de ángulos)</p> <p>Distinción de elementos usando vocabulario apropiado: lados, vértices, ángulos.</p> <p>Reproducir figuras con instrumentos de geometría.</p> <p>Valoración por las producciones propias y ajenas y el intercambio de</p>	<p>Podrán armar el rectángulo pedido combinando las piezas por:                      - ensayo y error                      - mirar y comparar lados y ángulos                      - identificación de figuras.</p> <p>Alguno no podrá armarlo y pedirá ayuda.</p> <p>Para reproducir el rectángulo en el papel algunos usarán la regla para medir los lados. Otros pueden acomodar las figuras en el papel, marcar los vértices y usar la regla para unir los puntos marcados.</p>	<p>Previamente trabajaran con otros rompecabezas cuadrangulares y triangulares, con los objetivos de:</p> <p>Desarrollar habilidad en la vista, el manejo de las piezas y las posibilidades de rotarlas para que encajen.</p> <p>Comenzar a trabajar con el papel isométrico.</p> <p>Si algún alumno no puede armar el rompecabezas, la primera ayuda será un rectángulo de papel blanco. Se le pedirá que acomode todas las piezas dentro de ese rectángulo. Si con esta ayuda no lo logra entonces se pasará al modelo.</p> <p>Ya que en ningún papel isométrico (incluyendo el último) pude hacer coincidir los vértices de las figuras con las líneas del papel, utilicé el que tiene el entramado más grande, para reproducir el rectángulo con sus figuras internas de manera que</p>

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

En las clases siguientes utilizarán esta reproducción.		ideas.		coincidan los vértices con dicho entramado. Este tamaño de rompecabezas será con el que trabajarán los alumnos.
--	--	--------	--	---

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

**CLASE 2**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n° 604, anexo Lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 2° ciclo

**FECHA:**

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
<p>Tomar dos piezas cualesquiera y explorar de cuántas maneras diferentes se pueden conectar (haciendo coincidir sus lados). Por ej.,, considerar las maneras posibles de conectar las piezas 1y 2; 5y6; 2y4, etc.</p> <p>Registrar las figuras obtenidas en papel liso, contorneando las piezas. (actividad individual)</p> <p>¿Cuáles de estas formas de conectar las piezas dicen algo acerca de la longitud de sus lados o de las relaciones entre ellos? Identificar el lado más largo de todos y el más corto. (act. grupal)</p> <p>Usar la reproducción en papel isométrico para comprobar la validez de las afirmaciones sobre el lado de mayor y menor longitud.</p> <p>(Una vez comprobada podrán remarcarse los lados congruentes y los lados paralelos y perpendiculares.</p>	<p>Desarrollar habilidades geométricas de visualización y comunicación.</p> <p>Incorporar vocabulario específico: igual longitud de lados, congruencia de lados, paralelismo de lados, perpendicularidad de lados.</p> <p>Estimar medidas y comprobar mediante la medición efectiva.</p>	<p>Comparar triángulos, cuadriláteros y otras figuras, teniendo en cuenta la long y posición relativa de los lados.</p> <p>Analizar afirmaciones y argumentar sobre su validez.</p> <p>Gusto por generar estrategias personales de resolución de problemas.</p>	<p>Conectarán cada par de piezas haciendo coincidir los lados de igual o distinta longitud.</p> <p>Alguno podrá crear una figura haciendo coincidir sólo los vértices.</p> <p>Cuando pasen las figuras al papel algunos apoyarán las dos juntas y contornearán solo los lados de la figura obtenida; otros contornearán primero una figura y después otra, quedando así marcados los lados conectados.</p> <p>Para responder sobre los lados y sus relaciones, unos se apoyarán en las figuras del papel; otros sentirán la necesidad de volver a manipular las piezas.</p> <p>Algunos comprobarán midiendo los lados con regla; otros tal vez intenten contar los lados de los triángulos de la trama del papel.</p>	<p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométricas y no con el trabajo autónomo; el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos)</p>

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

**CLASE 3**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n° 604, anexo Lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 2° ciclo

**FECHA:**

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
<p>Explorar diferentes maneras en que una pieza dada del rectángulo puede ser cubierta por dos o más piezas de las restantes. (individual)</p> <p>¿Qué se puede decir de los ángulos en cada pieza? ¿Qué ángulos diferentes se pueden encontrar? (agudo, recto, obtuso). ¿Cuáles tienen la misma amplitud? ¿Cómo lo sabe? ¿Cuál es el ángulo mayor? ¿Cómo lo sabe? (actividad compartida)</p> <p>Usar la reproducción en papel isométrico para marcar ángulos agudos, rectos y obtusos (en el interior de cada una de las 7 figuras) usando tres colores distintos.</p>	<p>Desarrollar habilidades geométricas de construcción y visualización.</p> <p>Afianzar la clasificación de ángulos según la medida y su identificación visual: ángulos congruentes, mayores y menores que un recto, agudos, obtusos, rectos, de lados perpendiculares, etc.</p>	<p>Comparar triángulos y cuadriláteros, teniendo en cuenta el tipo de ángulos internos (recto, agudo, obtuso) y la congruencia entre ángulos.</p> <p>Comparar y medir ángulos con diferentes recursos.</p> <p>Analizar afirmaciones y argumentar sobre su validez.</p> <p>Valoración del intercambio como fuente de aprendizaje.</p>	<p>Podrán cubrir las piezas por:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ensayo y error</li> <li>- mirar y comparar lados y ángulos.</li> <li>- identificación de figuras.</li> </ul> <p>Algunos podrán identificar los ángulos visualmente; otros se ayudarán midiendo con algún recurso (transportador, el ángulo recto de la escuadra).</p> <p>Para llegar a determinar el ángulo mayor pueden superponer las piezas y comparar. Algunos necesitarán comparar todos los ángulos, otros sólo los obtusos. Alguno podrá resolver midiendo con transportador. Para determinar los ángulos congruentes algunos pueden usar la superposición de piezas; otros recurrirán al transportador.</p>	<p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométrica, el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos)</p>

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

**CLASE 4**

**ESCUELA:** de jóvenes y adultos n° 604, anexo Lago Puelo – El Hoyo

**DOCENTE:** Gabriela Donato

**GRADO:** 2° ciclo

**FECHA:**

ACTIVIDADES	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ANTICIPACIONES DE LAS POSIBLES ESTRATEGIAS (correctas o incorrectas) DE LOS ALUMNOS	OBSERVACIONES
<p>Dar a cada pieza su nombre geométrico: rectángulo, triángulo equilátero, triángulo isósceles, triángulo rectángulo, trapecio y trapecio isósceles.</p> <p>Identificar y enunciar propiedades de estas formas en base a las actividades realizadas anteriormente. (lados y ángulos)</p> <p>(para enunciar las propiedades se trabajará en un cuadro: figura/lados/ángulos)</p> <p>(Primer momento de trabajo individual, luego trabajo grupal para intercambiar respuestas y entre todos trabajar sobre ellas).</p>	<p>Desarrollar el pensamiento geométrico (el nivel 1: de análisis). Desarrollar habilidades geométricas de aplicación y transferencia.</p> <p>Enunciar propiedades de las figuras en base a un n° mínimo de condiciones dadas (lados y ángulos), usando el vocabulario adecuado.</p>	<p>Reconocer y describir figuras usando el vocabulario adecuado y sus propiedades geométricas: n°, congruencia, paralelismo o perpendicularidad de lados; n°, congruencia y tipo de ángulos.</p> <p>Valoración del lenguaje claro y preciso como expresión y organización del pensamiento</p>	<p>Llegarán a las respuestas por distintos caminos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- algunos podrán analizar las figuras mirando todo el trabajo realizado en el papel isométrico.</li> <li>- otros necesitaran manipular cada pieza</li> <li>- o combinar las dos estrategias.</li> </ul> <p>Alguno puede enunciar por la negativa, por ejemplo, el trapecioide → no posee ángulos congruentes...</p> <p>Probablemente a todos los trabajos → le falte el enunciado de alguna propiedad.</p>	<p><b>Ojo:</b> este trapecio tiene también 2 lados congruentes (consecutivos), hay que marcar la diferencia con el trapecio isósceles (2 lados opuestos congruentes )</p> <p>En el intercambio grupal también trabajaremos si es necesario enunciar por la negativa</p> <p>Al compartir las respuestas en el trabajo grupal podrán darse cuenta y completar las producciones individuales</p> <p>Como los objetivos tienen que ver con el desarrollo de habilidades geométricas y no con el trabajo autónomo; el docente estará observando el trabajo de los estudiantes y aportará las ayudas necesarias (siempre tendientes a guiar para alcanzar los objetivos).</p>

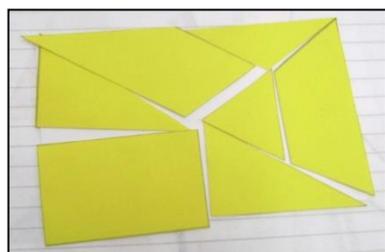
Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

❖ **Narrativas - 2° Ciclo**

**Resumen clase 1**

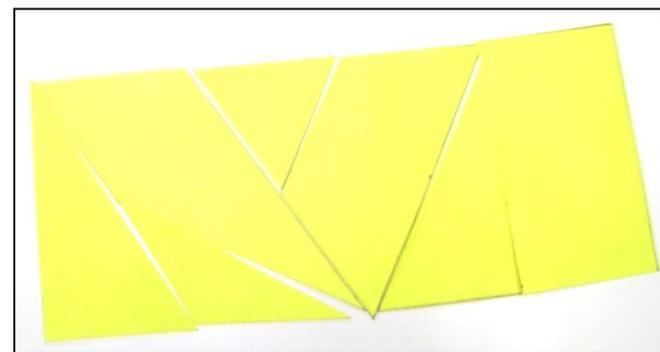
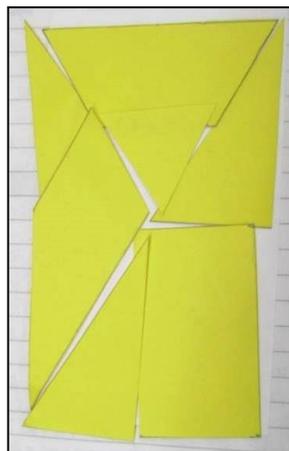
La clase se desarrolló aproximadamente en 1hs 10'. Se realizaron todas las actividades planificadas. Participaron de la clase tres alumnos de 2° ciclo del anexo Lago Puelo: Cristian (15), Ricardo (85) y Mari (87).

En la actividad de crear un rectángulo con las 7 piezas, los tres comenzaron a trabajar por ensayo y error. Luego Mari y Cristian empezaron a buscar relaciones entre los lados para unir las piezas. Mari dibujaba con su dedo rectángulos en el aire; Cristian intentó ayudarse acomodando las piezas sobre uno de los bordes de la mesa (lo tomo como línea recta). Ricardo seguía trabajando por ensayo y error. Finalmente, Cristian logra armar un rectángulo. A Mari y Ricardo les ofrezco como ayuda el rectángulo de papel blanco, para que acomoden ahí dentro todas las piezas. Mari logra llegar a una solución. Ricardo no pudo solo y le pidió ayuda a Mari para poder terminar.



**Ricardo 1**

**Mari**



**Cristian**

Cristian (adelantándose a lo que venía) pregunta por qué todos los rectángulos eran distintos. Los tres consideran que todos son representaciones de rectángulos y que todas las soluciones son correctas. Observando los rectángulos se dan cuenta que hay dos que parecían diferentes, pero son iguales (estaban ubicados en distinta orientación). Se acotó la observación a las dos soluciones distintas para observar “ubicación”, “posición” y “lindero a” de las piezas. Al ser los rectángulos diferentes (“uno flaco y largo y el otro ancho y corto”) determinaron que las piezas no estaban ni en la misma ubicación ni en la misma posición. Se dieron cuenta que había parejas de piezas que coincidían en estar linderas entre ellas. Las explicaciones del por qué podía pasar fueron desde: “porque pueden coincidir”, “porque tiene los lados rectos”, “porque tienen el mismo largo”, “porque los lados tienen la misma medida”. Ya había surgido el nombre de lado, también recuperamos vértice y ángulo. En el momento de comunicar los pares de piezas linderas, pudieron nombrar rectángulo y triángulo; salió el nombre de triángulo obtusángulo, pero se señaló al triángulo rectángulo. No pudieron nombrar los trapecios.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

Presento el papel isométrico, conversamos sobre las diferencias que hay entre él y el papel liso y qué ventajas ofrece para la reproducción del rectángulo. Ricardo reproduce midiendo con regla y trasladando la medida. Cristian apoya las piezas sobre el papel, marca vértices y luego une con la regla (Como termina rápido le pido que vuelva a reproducirlo, pero esta vez midiendo los lados. Las primeras dos veces necesitó medir los lados linderos, luego ya descubrió que medían lo mismo y que era el mismo que ya estaba dibujado en el papel, entonces sólo medía los lados que faltaban para completar la figura). Mari a veces mide y traslada, y otras veces recurre a apoyar y marcar los vértices (Hace esto último cuando le falta determinar algún vértice y la pieza no tiene ángulos rectos. Le hago observar la trama del papel, para ver que también se puede apoyar en ella para orientarse con los ángulos que no son rectos. Continúa con su estrategia).

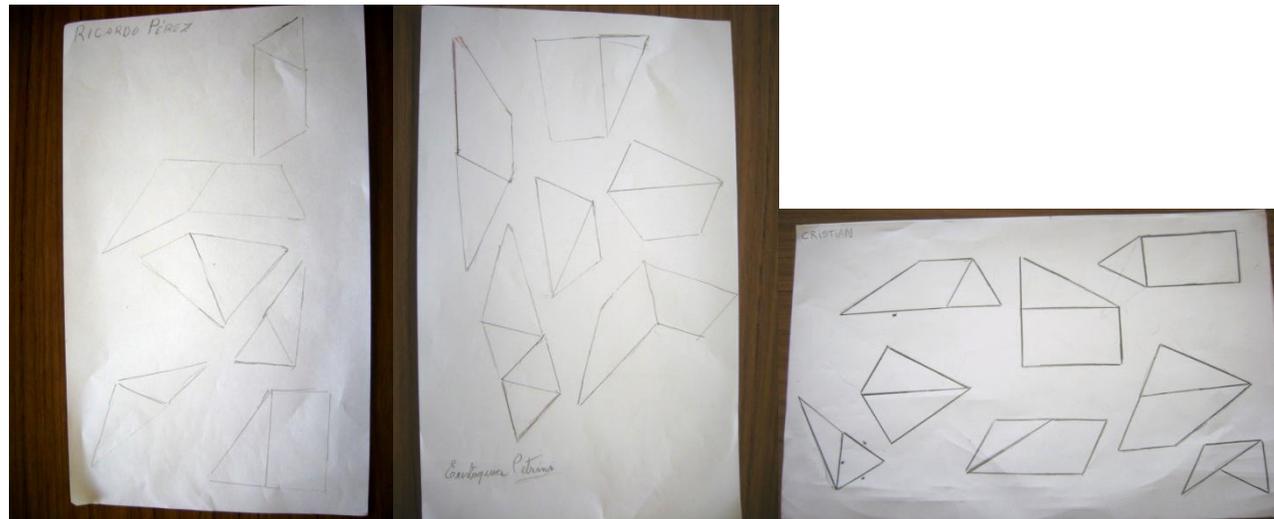


En esta clase los alumnos comenzaron a: desarrollar habilidades geométricas de construcción, dos de ellos pudieron apoyarse en las relaciones entre los lados de las piezas; habilidades de reproducción, usando regla graduada y dándole sentido; usar el vocabulario apropiado que conocen para comunicar mejor; observar y analizar las piezas para buscar relaciones entre ellas, y vivenciar el beneficio del intercambio grupal para mejorar las explicaciones que se querían comunicar. Cuando explicaban las relaciones entre las piezas linderas, surgió espontáneamente la de los lados; me faltó indagar si veían alguna relación entre los ángulos de esas piezas. De volver a dar la clase agregaría esto.

**Clase 2 (la elegida para narrar)**

Di la consigna y comenzaron a trabajar. Todos conectan el par de piezas haciendo coincidir los lados de igual medida. Haber usado la palabra “coincidir” en la consigna (Tomar dos piezas y hacer coincidir los lados para ver cómo se pueden conectar...) determinó la resolución de la actividad; porque los llevó sólo a conectar los lados de igual longitud. Le pedí a Cristian que fue el primero en terminar que conecte dos piezas cuyos lados no sean iguales y lo registre.

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
 Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut



Al observar los dibujos para analizar qué decían acerca de la longitud de los lados, estas fueron las expresiones:

Mari: que no todos los lados son iguales.

M: ¿a qué te referís con eso?

R: que no todos los lados tienen la misma medida.

M: hablamos de la medida, de la longitud de los lados, ¿tiene razón Ricardo?

Mari: no, hay unos más cortos y unos largos.

C: Algunos lados son iguales, el triángulo con el rectángulo (señala los lados de conexión entre el rectángulo y el triángulo rectángulo) y estos (señala los lados de conexión entre el trapecio y el triángulo equilátero).

R: es lo que decía yo, tienen la misma medida.

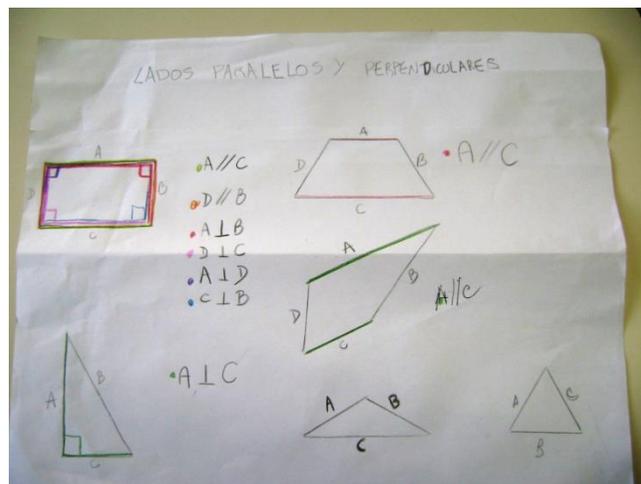
M: como dice Mari hay lados de menor longitud y lados de mayor longitud, y como dicen Cristian y Ricardo hay lados de igual longitud.

No tienen dificultades en relacionar este vocabulario con el que ellos usaron anteriormente.

Pregunto: ¿cuál es el lado de mayor longitud y cuál el de menor longitud? Mari observa los dibujos de las figuras, Ricardo toma las piezas y las comienza a conectar, Cristian mide con la regla los lados de las figuras dibujadas. Recordó que cuando reprodujo en el papel isométrico había entre las distintas figuras, lados de igual medida. Mide porque sabe que no hay una sola figura que tenga el lado de mayor longitud, sino que hay varias figuras con esta condición.

Mari había señalado como de mayor longitud uno de los lados del trapecio y como de menor longitud uno de los lados del triángulo equilátero. Pero al ver lo que está haciendo Cristian, también comienza a medir con la regla las piezas y enseguida se da cuenta que hay más de un lado de “mayor longitud” y de “menor longitud”. Mientras

Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut



tanto Ricardo (que no escuchó lo anterior porque hay que hablarle fuerte) había señalado como lado de mayor longitud el del rectángulo y como de menor el del triángulo equilátero. Sus compañeros se encargaron de mostrarle que no era así y de que viera la respuesta correcta.

Concluimos que hay varios lados de 8cm, que son los lados de mayor longitud y como esos lados son de igual longitud, entonces son lados congruentes. Lo mismo para los lados de menor longitud.

En el papel isométrico marcan con un color todos los lados de mayor longitud y todos los de menor longitud. Ricardo necesitó medir con la regla todos los lados para poder remarcarlos con color. Mari midió uno de los lados menores del rectángulo y pudo marcar el paralelo sin medir, pero para marcar el resto necesitó medir con la regla y asegurarse de que tuvieran 8cm o 4cm. Cristián remarcó los lados con color sin usar regla.

Al terminar consulté sobre la relación entre los lados en una misma pieza (paralelismo y perpendicularidad). Cristian no registraba los conceptos; Ricardo y Mari los tenían muy confusos y se mareaban al intentar explicar cuál era cuál. Les pregunté si recordaban cuáles eran las calles paralelas y les pedí un ejemplo. Cuando me lo dieron consulté si esas calles alguna vez se cruzaban. Enseguida respondieron que no. Tomé el rectángulo y les pedí que me indiquen

dos lados que nunca se van a cruzar. Concluimos que esos son los lados paralelos. Tomando una por una las figuras, indicaron si tenían o no lados paralelos. Ante la duda se ayudan con la regla para extender los lados y observar si se cruzan en algún punto.

Luego nos centramos en los lados perpendiculares. Mari dijo que eran los que se tocaban. Tomé el rectángulo y el triángulo equilátero y pregunté si las dos piezas tenían lados perpendiculares. Mari respondió que sí porque las dos tenían lados que se tocaban. Ricardo no estaba de acuerdo con Mari, pero no pudo explicar por qué. Pregunté si encontraban alguna diferencia entre los lados que Mari había marcado como perpendiculares en las dos figuras. Como no hubo respuesta pregunté: ¿el ángulo que forman estos lados (señalando un par de lados perpendiculares) del rectángulo, es igual al que forman estos lados (señalo dos lados contiguos en el equilátero)? Cristian responde que no. Consulto cuál es la diferencia. Dice que uno es de  $90^\circ$  y el otro es agudo. Ricardo dice estos son perpendiculares (señalando el rectángulo) y estos no (señalando el equilátero). Consulto por qué afirma eso. Responde por el ángulo de  $90^\circ$ . Concluimos que las rectas perpendiculares se cortan y al cortarse forman ángulos de  $90^\circ$ . Nuevamente, tomando las figuras una por una, señalaron si los lados eran o no perpendiculares y explicaron el porqué de su respuesta.

En la carpeta escribieron el vocabulario aprendido: mayor, menor e igual longitud de lado; congruencia de lados. La definición de paralelismo y perpendicularidad (y sus signos).

Para cerrar la clase les entregué una hoja y les pedí que entre todos contornearan las piezas y marcaran en cada una los lados paralelos y perpendiculares.

La clase se desarrolló en aproximadamente 1hs 30'. La última parte de paralelismo y perpendicularidad no estaba pautada, pero me pareció oportuno incluirla ya que fue uno de los aportes de la corrección en la planificación. Esto, sumado al entusiasmo con el que estaban trabajando los estudiantes me dio pie para sumar a lo planificado la última parte de la clase.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

En esta clase los alumnos: compararon figuras teniendo en cuenta la longitud y posición relativa de sus lados; algunos clarificaron y otros aprendieron los conceptos de paralelismo y perpendicularidad; incorporaron vocabulario específico (longitud, congruencia, paralelismo, perpendicularidad) y signos matemáticos. También pudieron desarrollar habilidades de observación, razonar de manera lógica para arribar a conclusiones y habilidades de comunicación. Pudieron analizar sus propias afirmaciones y argumentar sobre la validez de las mismas, a través de estrategias generadas por ellos mismos.

De volver a dar nuevamente la clase no diría “hacer coincidir los lados” en la primera consigna. Cuando Mari y Cristian llegaron a la conclusión de los lados de mayor y menor longitud porque lo comprobaron midiendo con la regla, y Ricardo lo hace por manipulación de las piezas; podría haber tomado esta situación para que analizaran cual fue la estrategia de mayor validez.

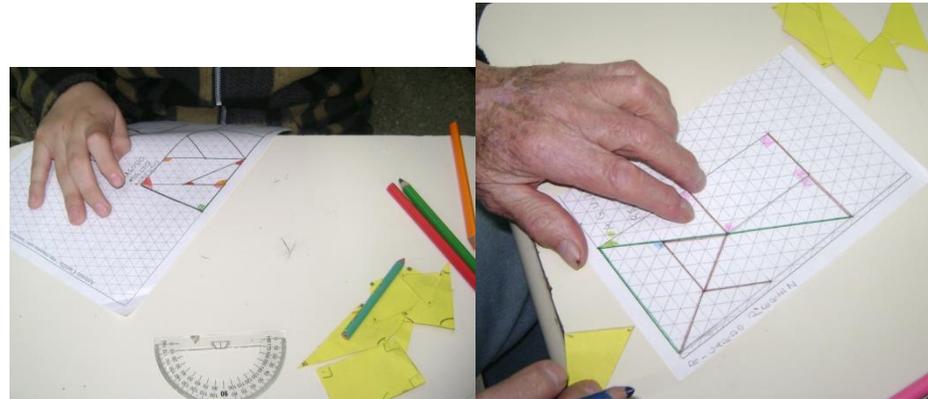
### **Resumen Clase 3**

La exploración de cuántas maneras diferentes una pieza puede ser cubierta por dos o más piezas de las restantes, fue guiada, es decir mostraba una pieza y ellos buscaban la respuesta para esa pieza. Sentados en grupo (como es habitual), cada uno trabajaba con sus piezas y al terminar se observaban las soluciones y se realizaba el análisis sobre los ángulos. Para el análisis se observaba qué ángulos tenía la pieza original, luego los ángulos de las piezas usadas para formar la original. En la primera (rectángulo) y segunda pieza (triángulo rectángulo) trabajadas, sólo observaron qué tipo de ángulos tenían (agudo, recto, obtuso). A partir de la tercera pieza (trapecio isósceles) comenzaron a salir otras relaciones: ángulos congruentes, que un recto más un agudo forman un obtuso, que la suma de dos agudos pueden formar otro agudo, y en la última (trapecio) que la suma de dos agudos también puede formar un obtuso.

Les pedí que buscaran los ángulos que tuviesen la misma amplitud y que me dijiesen cómo podían saberlo. Cada uno se puso a trabajar solo, con las piezas, donde le hacían una marca a los ángulos que encontraban iguales. Los ángulos rectos los reconocían por la posición de los lados, pero solamente de manera visual, no argumentaban que los lados eran perpendiculares, sino porque tenían esa forma. Mari y Ricardo en un primer momento marcaron todos los agudos como de la misma amplitud e hicieron lo mismo con los obtusos. Mostrándoles dos agudos de distinta amplitud les pregunté si consideraban que tenían la misma medida. Consideraron que no (Ricardo por percepción visual, Mari superpuso los ángulos). Cristian logró identificar de forma correcta los ángulos congruentes rectos y agudos; pero marcó todos los obtusos como de la misma amplitud. Les recordé que debían decirme cómo lo sabían. Cristian dijo porque eran todos obtusos. Pero, ¿qué sean todos obtusos significa que todos midan lo mismo?, consulté. Mari tomó el triángulo isósceles y comenzó a superponer su ángulo obtuso, sobre los demás. Cristian y Ricardo miraban y aportaban. Finalmente concluyeron que en el trapecio había un obtuso que era de distinta medida.

Pedí que me dijiesen cuál era el ángulo mayor y cómo lo sabían. Los tres observaron los ángulos del trapecio. Mari y Ricardo señalaron el equivocado, Cristian el correcto y argumentó que era el mayor porque pasaba los  $90^\circ$ . Pregunto: ¿es el único mayor de  $90^\circ$ ? Ricardo dice que el que eligió él también es mayor de  $90^\circ$ . Mari asiente. Les hago ver que eligieron respuestas distintas, ¿cuál de estos dos ángulos será el de mayor amplitud? Ricardo comienza a rotar la pieza y expresa que tenía razón Cristian, argumentando que “es el mayor porque se estira más el lado”. ¿Qué querés decir con eso?, consulté. Apoyó un lado del ángulo sobre el reglón (hizo lo mismo con los dos ángulos) y dijo ves este lado se estira más (se abre más) y señalaba la diferencia entre el lado y lo que le faltaba para llegar a un llano. Mari y Cristian no entendían lo que quería decir. Traduje el pensamiento de Ricardo y les pregunté qué les parecía. Cristian, sacando el transportador dijo “yo lo compruebo”. Al medir cada ángulo quedó comprobada la hipótesis de Ricardo.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut



Para terminar, marcaron con distintos colores ángulos agudos, rectos y obtusos en la reproducción que habían realizado en el papel isométrico. Cristián resolvió a simple vista. Mari resolvió mediante percepción visual los rectos y algunos agudos, para los otros se ayudó superponiendo el ángulo recto del triángulo rectángulo. Ricardo marcó a simple vista sólo los ángulos rectos, para todos los otros necesitó comprobar superponiendo el ángulo recto del triángulo rectángulo.

En esta clase los alumnos continuaron desarrollando habilidades geométricas de construcción, visualización, análisis y comunicación. Pudieron afianzar la clasificación de ángulos según la medida y conocer nuevo vocabulario (ángulos congruentes, amplitud). Continuaron vivenciando la valoración del intercambio como fuente de aprendizaje, y avanzando en el análisis y argumentación sobre la validez de sus propias afirmaciones. Sólo Cristian logró el objetivo de identificar visualmente los distintos tipos de ángulo. Mari y Ricardo sólo lo lograron parcialmente

La clase se desarrolló en aproximadamente 1hs 20', fue la que menos me agradó, la sentí muy lenta. A Mari y Ricardo les costaba bastante identificar los ángulos y recordar sus nombres. Tal vez esto llevó a que se compararan los ángulos entre sí, y quedara de lado la comparación de las figuras teniendo en cuenta el tipo de ángulos y la congruencia entre ángulos (que estaba propuesto como contenido). Es decir, de alguna forma se trabajó ese contenido, pero no se institucionalizó, por lo tanto, se desvaneció. De volver a dar la clase estaría más atenta a que esto no suceda, ya que en función de definir figuras es un contenido importante.

#### **Resumen clase 4**

La clase se desarrolló en aproximadamente 60'. No se desarrolló según lo pautado porque asistió sólo Cristian. Decidí dar igual la primera parte de la clase, ya que la modalidad de trabajo era individual, para entregar la tarea con la secuencia completa. Cuando los otros dos estudiantes concurren, realizarán esta primera parte de la clase y luego, tomaremos las tres producciones para llevar adelante el trabajo de intercambio grupal y así concluir con la secuencia planificada.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

Luego de darle a cada pieza su nombre y enunciar la consigna, solicite a Cristian que para ayudarse pusiera sobre la mesa todo lo que había trabajado con las piezas del rompecabezas, inclusive la lámina de lados paralelos y perpendiculares que habían realizado grupalmente y estaba en una de las paredes del aula.

Completó el cuadro escribiendo sólo la cantidad de lados y de ángulos de cada figura.

Le pregunté que más me podía decir de los 4 lados y los 4 ángulos del rectángulo. Respondió que nada más. ¿Y por qué pusiste todos esos colores distintos en los lados y los ángulos de las figuras?, dije señalando los trabajos que tenía sobre la mesa. Pensó, observó y dijo son rectos los ángulos. A partir de ahí llegó solo a completar el cuadro de

### ¿Qué aprendí con esta propuesta de trabajo?

#### ➤ De matemática:

- A razonar sobre figuras y propiedades:
  - A ver la relación entre los elementos, las propiedades y la posibilidad de construcción de las figuras.
  - Ver a los elementos como un todo que le otorgan identidad a la figura. (Es muy distinto de verlos por separado, como si cada elemento no tuviese relación con los otros que también forman parte de la figura)
- Que la esencia de la geometría no pasa por lo métrico, si no por propiedades de las formas y el espacio.
- Que existen diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico (van Hiele) que no dependen de la edad, sino de experiencias previas que hayan provocado el desarrollo de ciertas habilidades.

#### ➤ De didáctica:

- En cuanto a la planificación:
  - En la 2ª entrega haber tenido claro el propósito general, me permitió conectar contenidos pertinentes para alcanzar ese propósito, y así lograr una secuencia de trabajo coherente.
  - Las actividades propuestas cobran sentido a partir del contexto (en este caso el rompecabezas).
  - Es necesario brindar a los alumnos la posibilidad de desarrollar habilidades geométricas, porque estas permitirán la evolución del razonamiento geométrico.
  - El modelo de van Hiele es útil para diagnosticar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes y para programar actividades (según las habilidades a desarrollar) que permitan la evolución hacia el siguiente nivel de razonamiento geométrico.

*Postítulo Docente de Actualización Académica en Educación Matemática para el Nivel Primario*  
Instituto Superior de Formación Docente Nº 813. Lago Puelo - Prov. del Chubut

- Las actividades planificadas deben poner al estudiante en un rol activo para que pueda organizar sus experiencias espaciales.
- La utilidad de anticipar las posibles estrategias de resolución que puedan usar los estudiantes para prever intervenciones.
- En cuanto a la implementación en el aula:
  - Dar lugar a que desarrollen sus propias estrategias de resolución, permite que cada uno trabaje en un nivel diferente de matematización.
  - El intercambio entre los propios estudiantes permite que sigan avanzando en el análisis y argumentación sobre la validez de sus propias afirmaciones y se transforma en fuente de aprendizaje.
  - El rol docente es el de guiar a los estudiantes para alcanzar los objetivos propuestos. Por eso es necesario observar el trabajo de los estudiantes y realizar las intervenciones necesarias que los ayuden a avanzar en su razonamiento geométrico.
  - Es necesario institucionalizar los conceptos sobre los que avanzan los estudiantes para que no se desvanezcan, y así puedan tenerlos disponibles en su repertorio para continuar evolucionando hacia un nivel mayor de pensamiento geométrico.

Octubre 2011