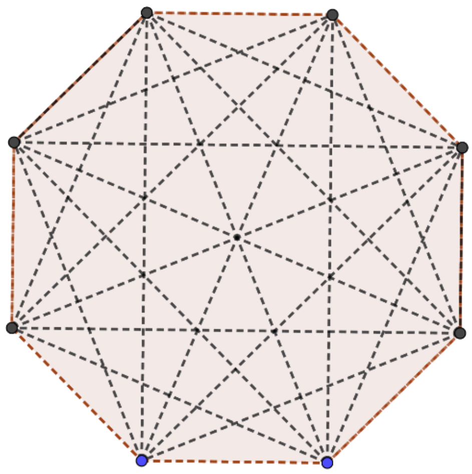
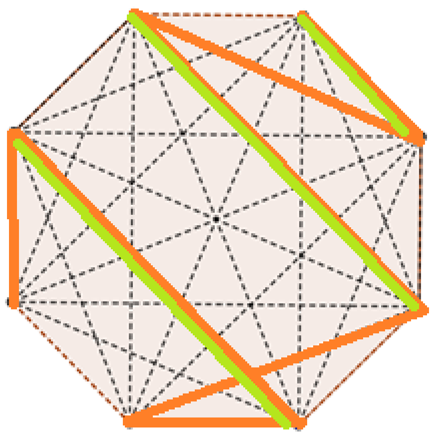
LÍNEAS PARALELAS Y PENDIENTES

Extraído de www.mathpickle.com

Adriana Rabino y Oscar Bressan

1. He aquí un octógono regular. Las líneas punteadas unen entre sí todos los pares de vértices:





El desafío es “visitar” todos los vértices del octógono con un solo trazo (sin levantar el lápiz) de tal manera que **no** aparezcan segmentos paralelos. Por ejemplo: este trazado no sirve. Se unieron todos los vértices pero quedaron tres segmentos paralelos.

Seguir probando.

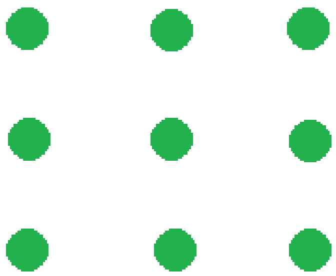
¿Se podrá?

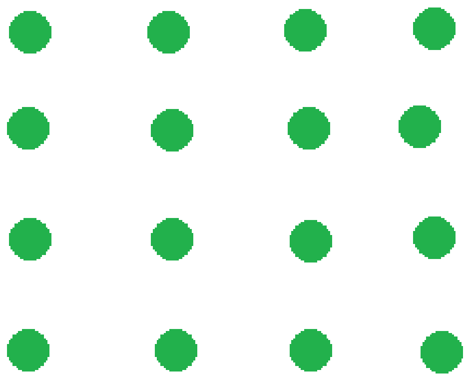
¿Pasará lo mismo con otros polígonos regulares de n lados (con n par)?

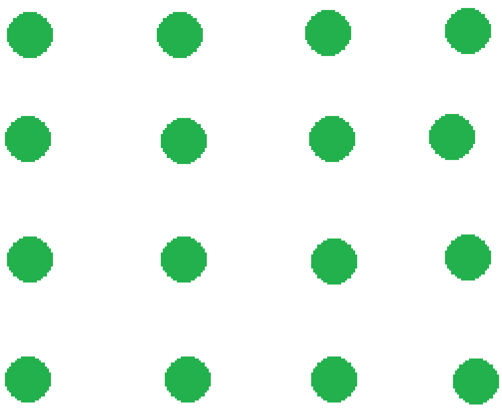
¿Qué pasará si n es impar, por ejemplo un polígono regular de 9 lados? Probar…

rectas paralelas ⟺ **igual pendiente**

2. Seguimos con este desafío, pero ahora se trata de “visitar” cada uno de los nueve puntos (3x3) con un solo trazo (sin levantar el lápiz) de tal manera que no aparezcan segmentos paralelos. ¿Se podrá? ¿Y si es de 16 puntos (4x4)? Veamos quién puede “visitar” la mayor cantidad de puntos.







3. Le vamos a agregar una regla más a este desafío, trabajando con los 16 puntos:

Se deben visitar todos los puntos (o la mayor cantidad de puntos) sin levantar el lápiz, pero <u>la nueva regla es que las líneas no se pueden cruzar.</u>

4. JUGANDO DE A DOS con la cuadrícula de puntos

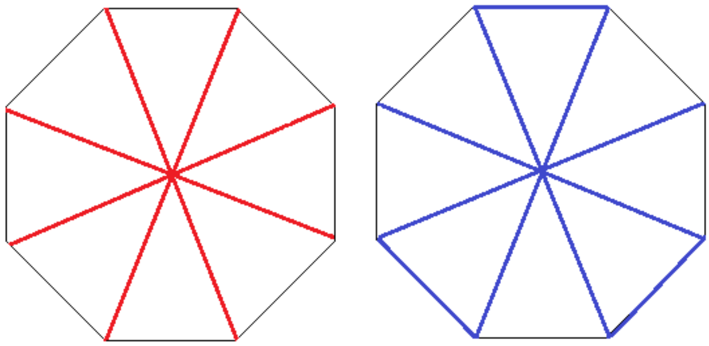
Buscar un compañero para jugar. Usar dos colores diferentes.

Comienza un estudiante trazando una línea. Luego, a partir de ahí, sigue su compañero con otro color y traza una línea, siguiendo las mismas reglas que el problema 3. Cuando uno de los dos no puede seguir más, el otro es el ganador.

POSIBLES RESPUESTAS Y COMENTARIOS

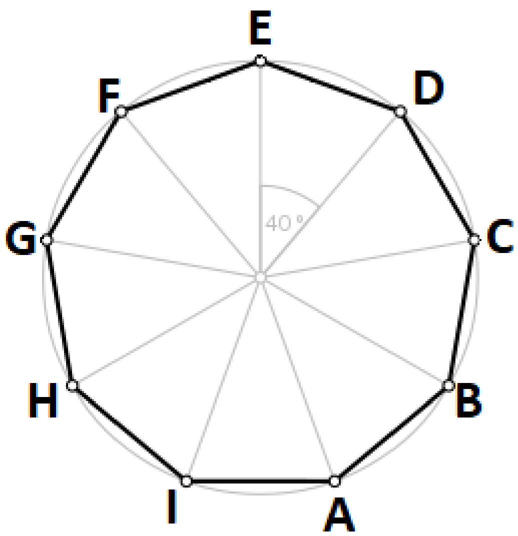
1. Empezamos con el octógono.

El desafío es “visitar” <u>todos</u> los vértices del octógono regular con un solo trazo (sin levantar el lápiz) de tal manera que no aparezcan segmentos paralelos:



Vemos que en un octógono regular los lados tienen cuatro direcciones diferentes y las cuatro diagonales que pasan por el centro tienen también cuatro direcciones diferentes que además son diferentes de las direcciones de los lados (en rojo en la figura de la izquierda). Por lo tanto con un solo trazo se pueden visitar todos los vértices sin que aparezcan segmentos <u>paralelos usando 7 elementos en total</u>, por ejemplo cuatro lados y tres diagonales que pasan por el centro o tres lados y cuatro diagonales, etc.. <u>Observar que para unir 8 vértices son suficientes siete direcciones diferentes.</u>

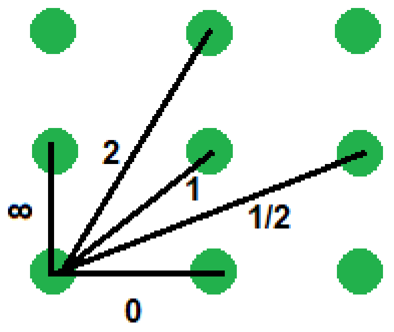
¿Qué pasa si n es impar, por ejemplo un pentágono o un eneágono? Pareciera más difícil, sin embargo…

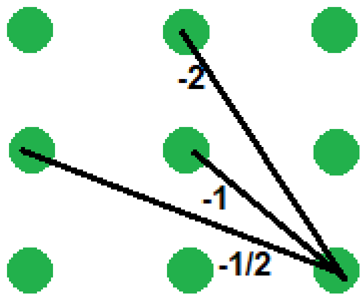


Lo hecho con el octógono (mezclando lados y diagonales) no sirve con un eneágono regular porque todas las diagonales son paralelas a los lados (por ejemplo, la diagonal AC es paralela al lado FG, la diagonal AD es paralela al lado BC, etc.) y ninguna pasa por el centro. Pero…, pero …, pero…, se puede hacer trampa de varios modos diferentes. Uno es trazando una línea que vaya uniendo un vértice con el adyacente, o sea: A-B-C-D-E-F-G-H-I de modo que ningún segmento tiene uno paralelo. Otro uniendo con diagonales (segmentos que unen vértices alternados): A-C-E-G-I-B-D-F-H y ningún segmento tiene uno paralelo. También se podrían saltar 2: A-D-G- etc. o mezclar con diferentes criterios. Observar que para unir los 9 vértices son suficientes ocho direcciones diferentes.

Cuidado a establecer que para enlazar 9 puntos son necesarios 9 direcciones diferentes.

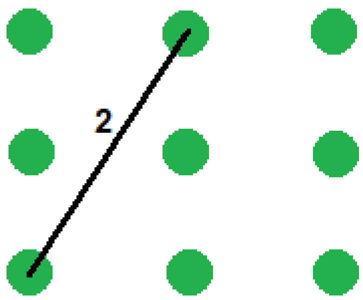
2. Después que se los deja a los estudiantes "pelear" un buen rato se les pueden mostrar cuántas pendientes diferentes se pueden trazar con 9 puntos:





En total hay 8 pendientes diferentes y se necesitan 9. Por lo tanto este problema no se puede resolver.

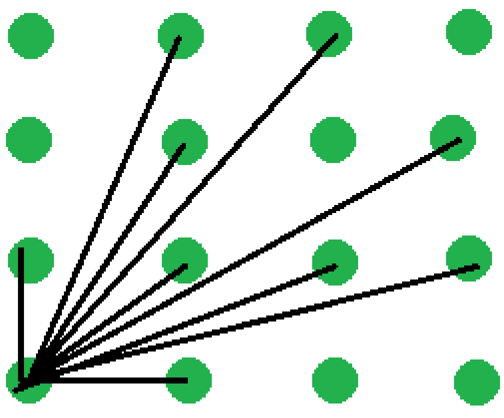
Recordemos que se puede verificar si las líneas son paralelas o no, en forma geométrica o calculando sus pendientes de la siguiente manera:

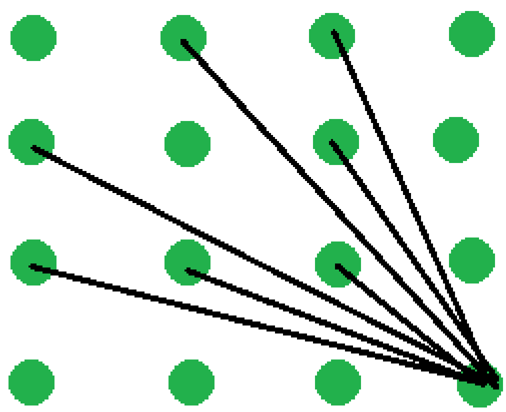


Desde donde sale el segmento hasta donde llega se tienen que observar los desplazamientos horizontales y verticales, entonces la pendiente se calcula haciendo desplazamiento vertical/desplazamiento horizontal. Si está inclinada la recta hacia la derecha respecto de la vertical es positiva, y si está inclinada a la izquierda es negativa.

En este caso espositiva 2/1 = 2.

Ahora veamos cuántas pendientes distintas se pueden trazar cuando se tienen 16 puntos:





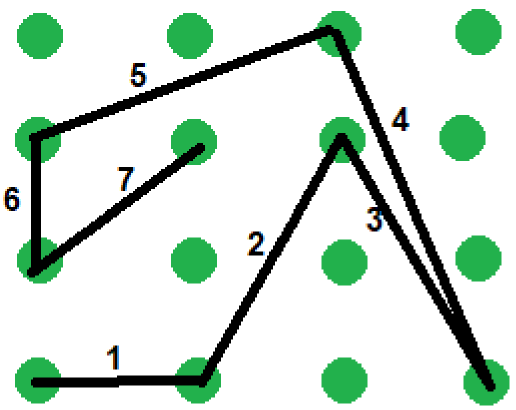
Los estudiantes pueden calcular cada una de las pendientes para ver que no haya dos pendientes iguales o verificar geométricamente que no haya segmentos paralelos, pero el caso es que hay 16 pendientes diferentes, con lo que nos alcanza para asegurar que se puede hacer el recorrido visitando <u>todos</u> los puntos sin que haya segmentos paralelos.

Se puede hacer una "competencia" a ver quién logra tocar la mayor cantidad de puntos posibles.

Se presenta aquí una de las posibles soluciones de completar los 16 puntos:

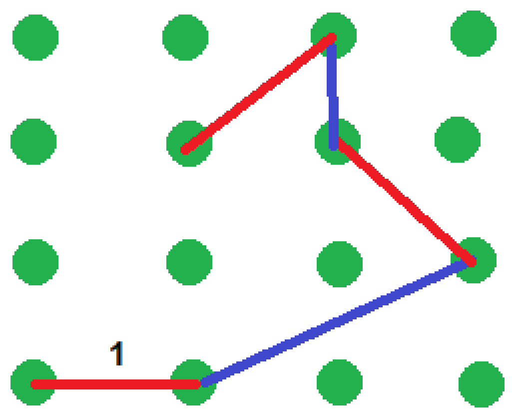
9	7	14	12
11	4	16	6
15	3	2	10
5	13	8	1

3. Como en el caso anterior, se puede jugar a ver quién logra "visita" la mayor cantidad de puntos posibles pero esta vez sin que las líneas se crucen. Por ejemplo:



En este caso se lograron tocar 8 puntos.

4. Por ejemplo:



Empezó el rojo. Pero el azul no puede seguir, cualquier movimiento que haga es paralelo a algún trazo ya hecho o debe cruzar una línea que no está permitido. ¡Ganó el rojo!