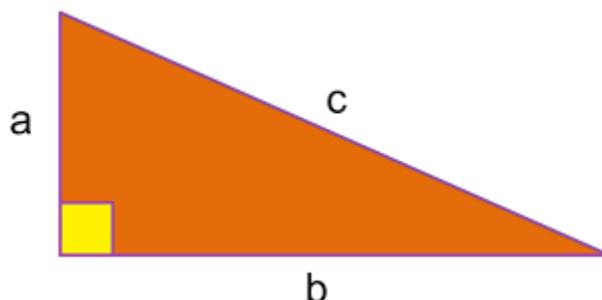


### ÁREA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO CON PERÍMETRO FIJO

**Adriana Rabino y Ana Ma. Bressan**

Calcular el área de un triángulo rectángulo conociendo su perímetro.



- a) Dado un triángulo rectángulo cuyo perímetro es de 12 unidades, demostrar que su área es  $36 - 6c \text{ u}^2$   
 b) ¿Cuándo el área es menor?

#### Solución

a) Se sabe que  $a + b + c = 12$  y que  $a^2 + b^2 = c^2$  (por Teorema de Pitágoras al tratarse de un triángulo rectángulo).

Hay que demostrar que  $ab/2 = 36 - 6c$

Se sabe que  $a + b + c = 12 \Rightarrow a + b = 12 - c$

Elevando ambos miembros al cuadrado se obtiene

$$a^2 + 2ab + b^2 = 144 - 24c + c^2$$

Reemplazando  $a^2 + b^2$  por  $c^2$  queda  $c^2 + 2ab = 144 - 24c + c^2$ .

Simplificando y despejando se obtiene  $ab = 72 - 12c$  y, por lo tanto,  **$ab/2 = 36 - 6c$  que es lo que se quería probar.**

b) Toda combinación pitagórica manteniendo la condición de perímetro  $12u$ , que aumente la hipotenusa  $c$  de este triángulo, según la fórmula  **$ab/2 = 36 - 6c$  disminuirá el área.** Se verifica en cualquier triángulo rectángulo de perímetro fijo, que disminuyendo su altura crece la hipotenusa (y recíprocamente) y en ambos casos disminuye el área.

Consideramos, por ejemplo, que el triángulo rectángulo dado tiene  $3u$ ,  $4u$  y  $5u$  como valor de sus lados (perímetro =  $12u$ ) cumple con las condiciones del problema. Su área será  $12u^2$ .

**Probemos:** Hay que formar ternas pitagóricas cuyos términos sumen **12** y el cateto por ejemplo, asignado a la altura sea menor que 3 o la hipotenusa  $c$  sea mayor que 5, de modo que el área sea menor  $12u^2$ .

Por ejemplo:

Sean  **$24/5$ ;  $2$ ;  $26/5$**  los nuevos valores de los lados de un triángulo rectángulo dado que ellos verifican ser una terna pitagórica:  $576/25 + 100/25 = 676/25$

Además estos tres valores suman 12. Siendo la hipotenusa de este nuevo triángulo  $26/5$  mayor que 5 (vale 5,2) y el cateto pensado como altura es  $10/5 = 2$ , menor que 3, **tendremos así un triángulo rectángulo de menor área que el dado.**

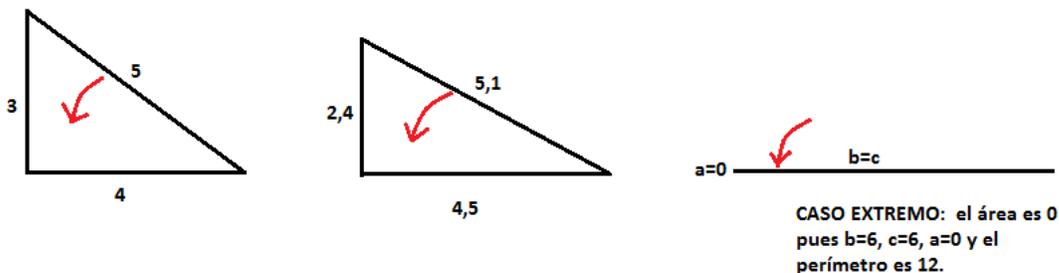
Este nuevo triángulo tendrá por área  $(36 - 6c) \times 2 = (36 - 6 \cdot 26/5) \times 2 = 4,8 u^2 \times 2 = 9,6u^2$  (valor menor que  $12u^2$ )

Como se puede inferir existen infinitos triángulos rectángulos de perímetro 12, el problema es buscar tres valores que respeten esta condición y a su vez sean ternas pitagóricas.

**PARA VER CÓMO CALCULAR TERNAS PITAGÓRICAS DE NÚMEROS NATURALES IR A LA SECCIÓN PROBLEMAS – SECUNDARIA EN ESTA MISMA PÁGINA y clicklear en**

- [Las ternas pitagóricas. Adriana Rabino](#)
- [Ternas pitagóricas a partir de un número impar. Ana Bressan - Oscar Bressan](#)

**Nota:** Se puede ir acercando la hipotenusa al cateto  $b$ . Esta va aumentando hasta llegar a un valor máximo que es 6, mientras que el cateto  $a$  disminuye hasta hacerse 0. Se verifica que el perímetro es 12:  $0 + 6 + 6$  y además se cumple que el área es 0, ya sea utilizando la fórmula  $a \cdot b/2$  o  $36 - 6c$ .



En este proceso se van generando infinitos triángulos, **pero no todos cumplen la propiedad de tener un perímetro de 12.** De todos modos son infinitos.