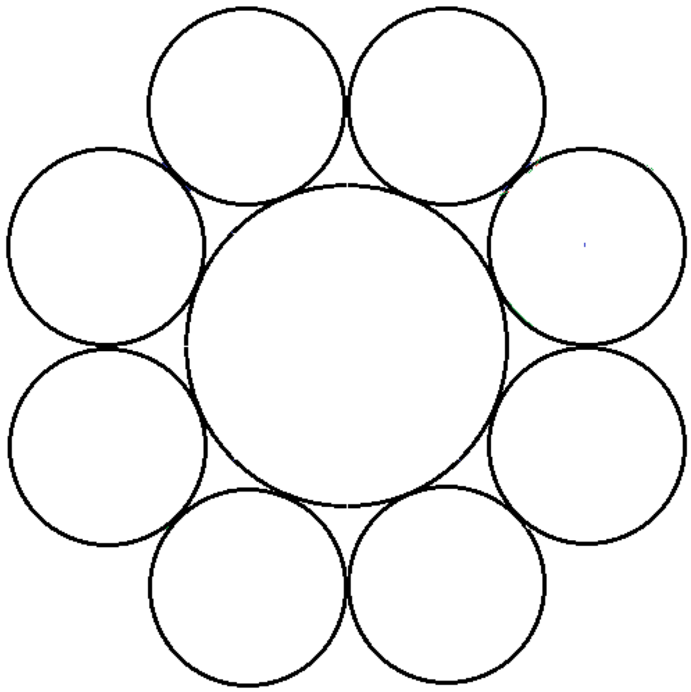
CIRCUNFERENCIA CON CIRCUNFERENCIAS

Oscar Bressan, Ana Bressan y Adriana Rabino

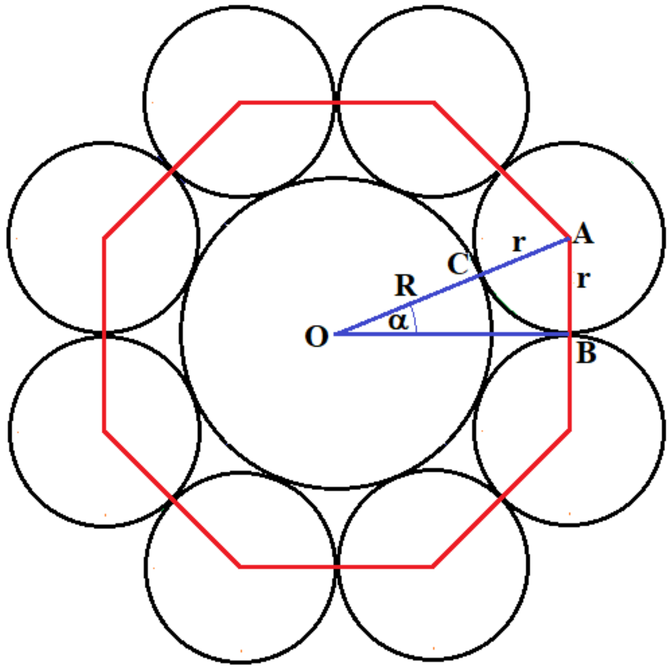
Tenemos una circunferencia central y queremos rodearla con una serie de circunferencias iguales y tales que todas sean tangentes entre sí y tangentes a la circunferencia central. Por ejemplo:



En el caso de la figura tenemos una serie de ocho circunferencias que rodean a la circunferencia central. Podría ser cualquier número mayor o igual que tres. El problema es determinar la relación entre los radios de las circunferencias periféricas y el radio de la circunferencia central.

Solución 1

Sea "n" el número de circunferencias periféricas. Vemos que los segmentos que unen los centros de las circunferencias periféricas adyacentes forman un polígono regular de n lados.



Entonces tenemos;

R (radio circunferencia central) = OC

r (radio circunferencias adyacente) = CA = AB

seno α = seno [360° / (2 n)] = r / (R + r)

➔ **r / R = seno [180º/n] / (1 - seno [180º/n]**

Para n = 3 ➔ r/R = 6,4641...

Para n = 4 ➔ r/R = 2,4142...

Para n = 5 ➔ r/R = 1,4269...

Para n = 6 ➔ r/R = 1

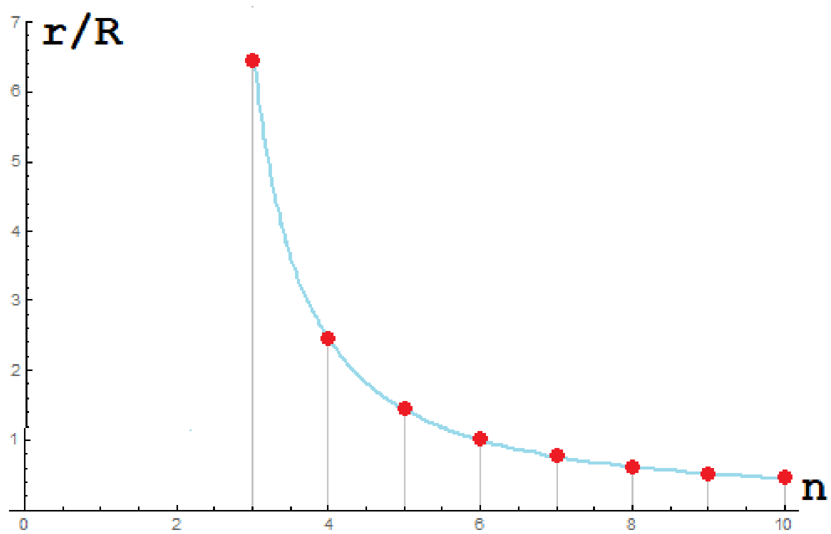
Para n = 7 ➔ r/R = 0,7664...

Para n = 8 ➔ r/R = 0,6199...

Para n = 9 ➔ r/R = 0,51,98...

Para n = 10 ➔ r/R = 0,4472...

En el gráfico tenemos:



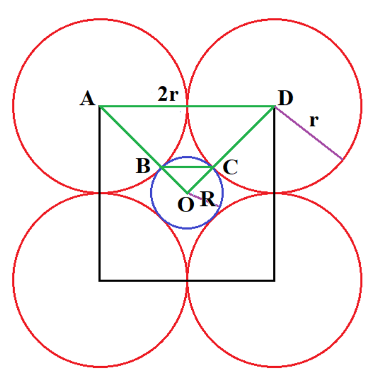
Solución 2

Considerando extender los lados del polígono regular de n lados inscripto en la circunferencia central, obtenido al cortar la misma con el segmento que une su centro y los centros de las circunferencias que la rodean, de modo que n es igual al número de circunferencias tangentes, obtengo un polígono REGULAR uniendo los centros de estas circunferencias dando por resultado un polígono de lado 2r, determinándose triángulos semejantes (ángulos iguales y lados proporcionales) entre ambos polígonos. Luego:

L_n / R = 2r/ R+r de modo que

L_n /2 = r R/ (R+ r)

QUEDA LA RAZÓN EN BASE A LA MITAD DEL L_n, QUE CAMBIA EN CADA POLÍGONO, POR LO TANTO NO ES UNA SOLUCIÓN GENERAL.



Solución 3

Acá se relacionan los dos radios a través del seno del ángulo central:

Sen(180°/n) = r/(R+r)

(R+r). sen(180°/n) = r

R. sen(180°/n) + r . sen (180°/n) = r

R . (sen180°/n) = r – r . sen (180°/n)

R . (sen180°/n) = r . (1 – sen(180°/n))

R/r = sen (180°/n) / 1 – sen (180°/n)