# ¿CÓMO FUNCIONAN LAS FUNCIONES? SU INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS

**Autoras:** ***Adriana Rabino – Patricia Cuello***

## Introducción

En esta secuencia se propone un tratamiento integral de las funciones, partiendo de distintos fenómenos de la vida real o de la naturaleza en donde se tiene (en cada una de las situaciones) una relación entre dos variables que determinan su comportamiento.
Se tratarán las funciones de manera global, sin seguir un "supuesto" orden de dificultad como se hace habitualmente, en donde generalmente se empieza con las funciones lineal, cuadrática y cúbica, para luego pasar a las funciones exponencial y logarítmica y llegar a las funciones periódicas.

De acuerdo con nuestra experiencia, esta modalidad tiene numerosas ventajas:

- Se plantean las situaciones problemáticas (sin instructivo previo) de modo tal que el alumno organice la información para encontrar alguna regularidad que vincule una variable con la otra. Así se parte del "corazón" o esencia del problema dándole significado al mismo y proyectándose al concepto de función como una correspondencia entre dos variables.
- Por esta misma razón, el alumno comprende que la tabla de valores, gráfico cartesiano o fórmula sólo son formas de representar una función, y no la función en sí misma. Muchas veces se les pregunta a los alumnos "¿Qué es una función?" y responden "Un gráfico", o "una tabla" o "una fórmula". Hay fenómenos (que son funciones) y que no se pueden representar por algunas de estas formas, por ejemplo, las temperaturas máximas de un mes en un determinado lugar no tienen una fórmula asociada.
- Con la finalidad de apuntar al concepto general de función, se trabaja con varios tipos de funciones tratando de analizar y contrastaren cada una de las situaciones los tópicos más relevantes, afianzando de a poco los conceptos de dominio, imagen, continuidad, crecimiento, rango, etc. Este abordaje permite que los alumnos conozcan distintos tipos de comportamientos, cada uno con sus características y que descubran todos los conceptos involucrados. Más adelante se hará un tratamiento más específico de cada tipo de función donde ya se incorporarán otros parámetros que influirán en las mismas.

Las actividades planteadas involucran los siguientes tópicos: interpretación de variables, distintas formas de representación (gráfico, tabla, coloquial, simbólico), conveniencia en la elección de la escala y tipo de representación, campo numérico asociado al problema, dominio e imagen. Todo ello a través de las siguientes funciones: lineal, periódica, cuadrática, exponencial, hiperbólica, escalonada y otras funciones que no se pueden representar a través de una fórmula.

**Objetivos. Que el estudiante:**

- Se familiarice con problemas que relacionan dos variables.
- Interprete problemas de funciones a través de distintas representaciones: gráfica, coloquial, tabla, fórmula.

- Comprenda los conceptos de dominio, imagen, derivada, crecimiento, continuidad de funciones.

**Para tener en cuenta**

**Palabras clave**
Función – representaciones – variables – dependencia – análisis funcional

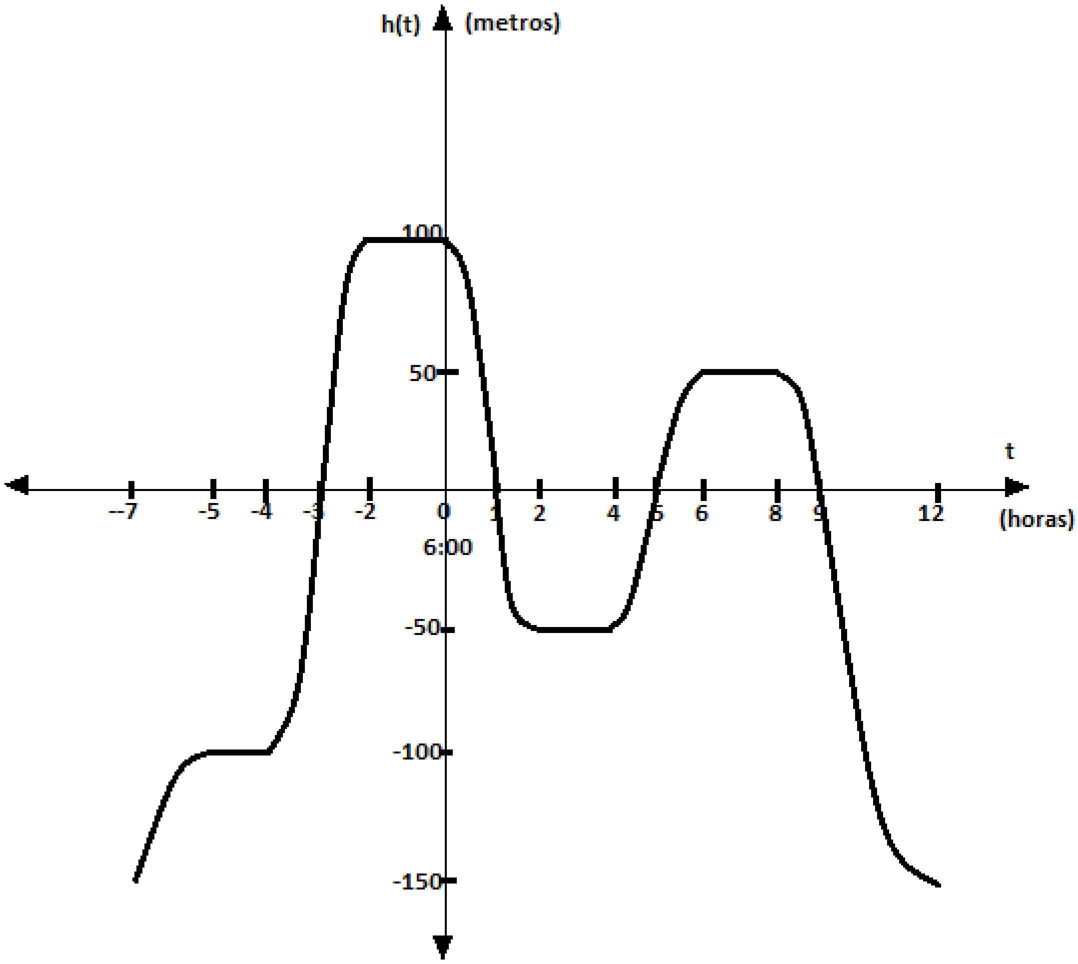
**Prerrequisitos**
- Operaciones con números racionales
- Ecuaciones e inecuaciones simples
- Representación en coordenadas cartesianas

**Contenidos**
- Funciones: concepto, relación entre las distintas formas de representación, dominio, imagen, continuidad, crecimiento, rango.

## PROBLEMAS

1. **VIAJE AL FONDO DEL MAR (Serie de TV 1964-1968)**

Sinopsis: En unas instalaciones secretas en Santa Bárbara, California, en el Instituto Nelson de Investigaciones Marinas, tiene su base el submarino Aerosub, construido en primera instancia como una nave de investigación marina, pero al que se le ha dotado de armamento nuclear, lo que le convierte en el más poderoso navío que surca los mares.
En sus misiones de mar abierto, el Aerosub y su tripulación tenían que enfrentarse a todo tipo de peligros, incluyendo saboteadores, criaturas oceánicas gigantes, extraños seres que podían invadir la nave e incluso extraterrestres. En todas esas situaciones debía prevalecer la preparación de su tripulación y el poderío del propio Aerosub.
El gráfico siguiente muestra el movimiento del Aerosub. En el mismo se registra la altura/profundidad (en metros sobre/bajo el nivel del mar) en función del tiempo (en horas) a la que se encuentra, tomando como origen las 6.00 hs. del 3 de mayo de 1965.




a. ¿Qué día y a qué hora partió el Aerosub del puerto? ¿A qué profundidad se encontraba?
b. ¿Desde qué hora y día hasta qué hora y día duró la misión?
c. ¿Entre qué valores varió la altura/profundidad del Aerosub?
d. ¿En qué intervalos estuvo sumergido?
e. ¿En qué momentos estuvo al nivel del mar?
f. ¿En qué intervalos de tiempo estuvo ascendiendo?
g. ¿A qué altura se encontraba entre las 13 hs y las 14 hs. del 3 de mayo?
h. ¿Cuánto tiempo pasaron los tripulantes estudiando un banco de coral que se encuentra a 50 metros de profundidad? ¿Entre qué horas sucedió?
i. ¿En qué otros momentos pudo haber estado detenido el Aerosub? ¿Por qué pudo haber sido?

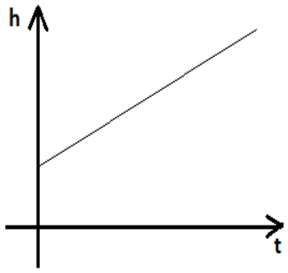
## 2. LOS GIRASOLES

Roxana, Jazmín, Lili y Ada hicieron un proyecto en grupo sobre el crecimiento de los girasoles para su clase de biología. Investigaron el efecto de diferentes condiciones sobre el crecimiento de la planta. Cada una eligió una condición diferente.
Comenzaron el experimento con plantines de 10 cm de altura. Durante 5 semanas debían escribir un informe que contenga **una tabla, una gráfica y un relato** para cada una de las cuatro condiciones de crecimiento.

Lamentablemente, como había pasado bastante tiempo desde el inicio del proyecto, al juntar sus trabajos para hacer la presentación, perdieron algunas hojas y lo que había, se desordenó. Esto es lo que quedó sin ordenar.
¿Cómo se puede ayudar a las chicas creando las tablas, gráficos o informes que faltan y reunir lo que corresponde a cada alumna?

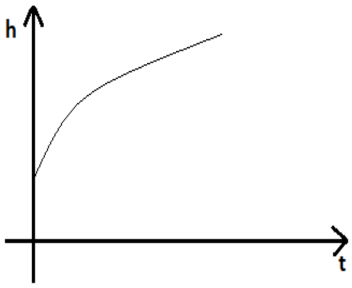
| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |

*Planté mi girasol en la sombra. La planta sí creció, pero no muy rapidamente. La longitud aumentó todas las semanas en igual cantidad.*
*Roxana*




| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 12,5 | 17,5 | 25 | 35 | 47,5 |

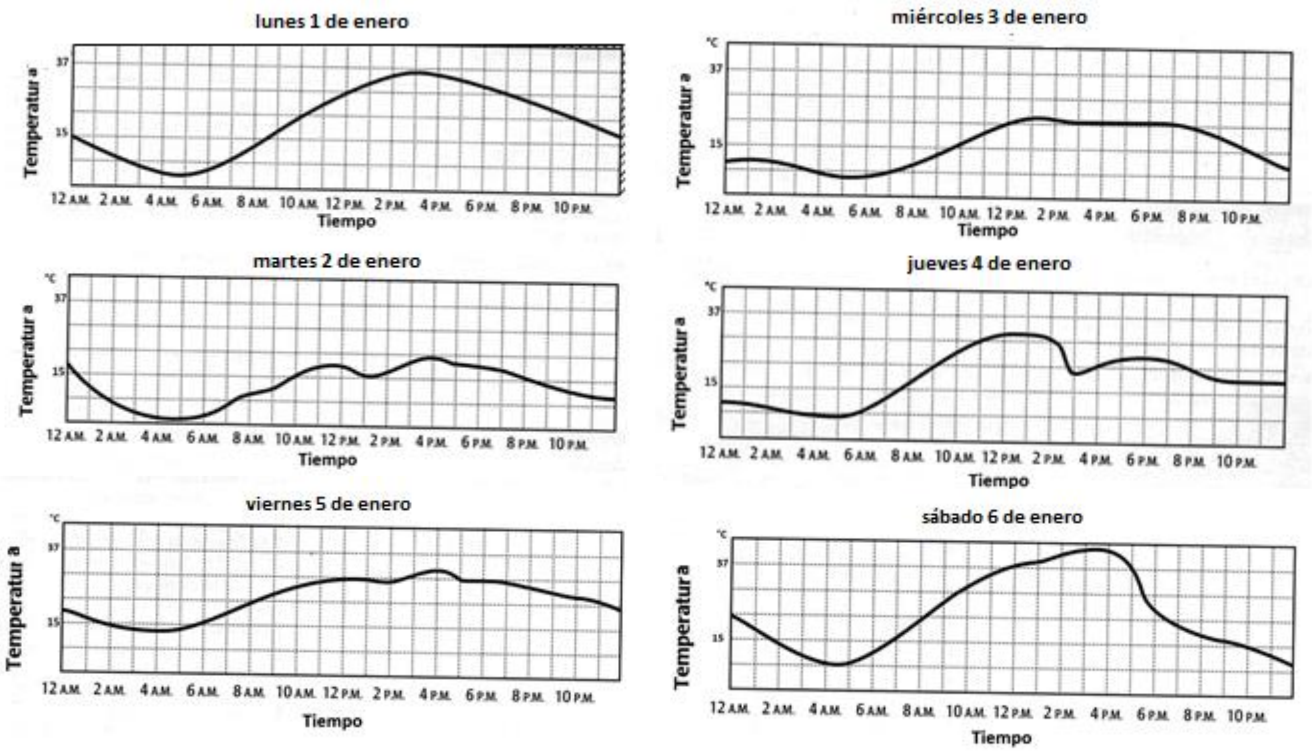
*Traté muy bien a mi girasol. Tuvo sol, tierra de buena calidad y hasta le conversé. Cada semana crecía más que la semana anterior.*
*Jazmín*

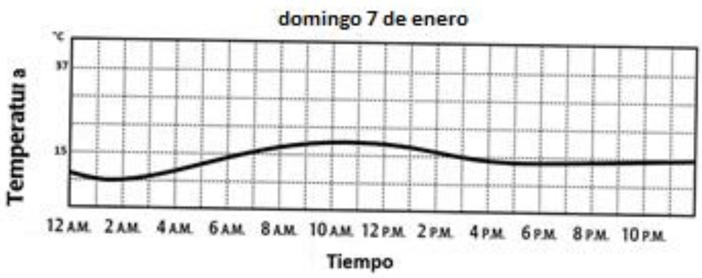



*Puse mi planta en tierra de mala calidad y le eché poca agua. Creció un poco, pero menos cada semana.*
*Lili*

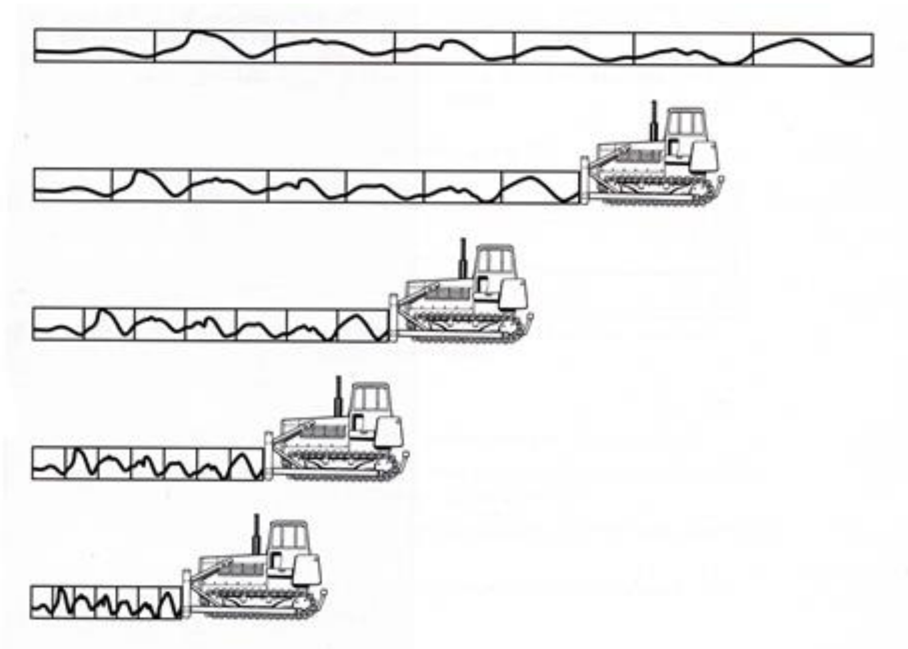
### 3. PASEO POR LA MONTAÑA

En los siguientes gráficos aparecen las temperaturas en una montaña durante los primeros días de enero.

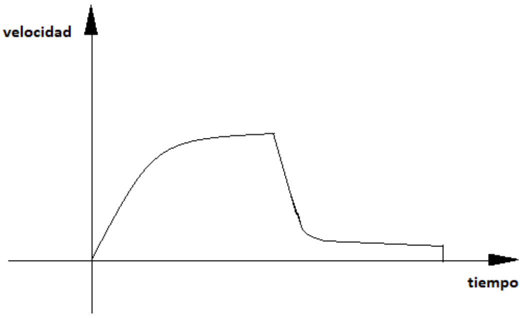





a. ¿Cuál fue la temperatura el martes a las 10 hs.?
b. ¿Cuál fue la temperatura más cálida esta semana y cuándo ocurrió?
c. ¿Cuál fue la temperatura más fría esta semana y cuándo ocurrió?
d. Relatar qué puede haber sucedido con el tiempo cada uno de los días.
e. Para poder observar todo el proceso de cambios de temperatura de la semana, podemos poner un gráfico a continuación del otro (hacerlo, recortando y pegando). Si se quiere que todo el proceso quepa en una página de tamaño normal, ¿qué se puede hacer?
Si se comprime la gráfica, ¿se podrían contestar las preguntas iniciales cómodamente? ¿Cuáles son las ventajas y las desventajas de una forma y de otra?



**4. ¿QUÉ DEPORTE?**
¿Qué deporte puede producir un gráfico así?



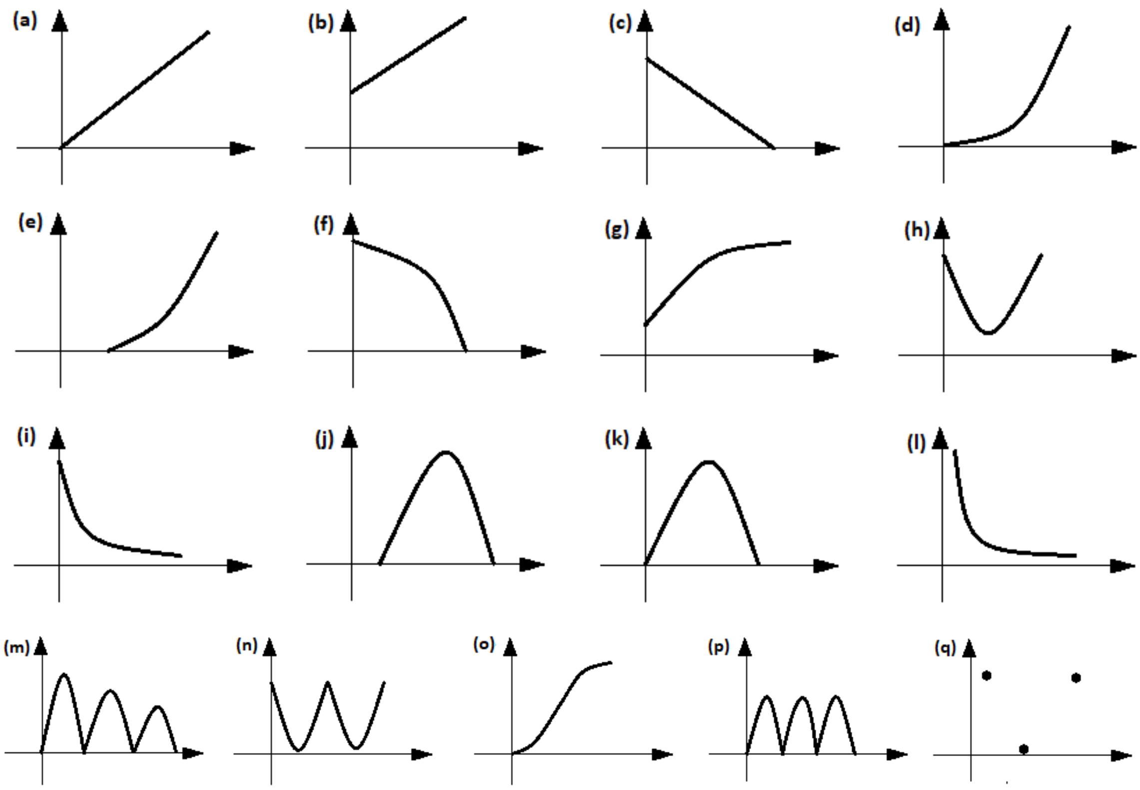

De la siguiente lista elegir la respuesta más apropiada y explicar exactamente cómo se asocia con el gráfico:
Pesca – salto con garrocha – carrera de 100 metros – paracaidismo – salto de esquí - golf – arquería – lanzamiento de jabalina – salto en alto – buceo – billar – carrera de resistencia – esquí acuático.

**5. ELEGIR EL MEJOR GRÁFICO**
Elegir el gráfico más apropiado (se puede rotular) para asociar cada una de las diez situaciones que se describen a continuación. Explicar el porqué de esa elección estableciendo todas las suposiciones que se puedan hacer. Si no se puede encontrar el gráfico deseado, dibujar uno propio.

1. "Los precios crecen ahora más despacio que en los últimos 5 años".
2. "Disfruto de la leche fría o caliente, pero detesto la leche tibia".
3. "Cuánto más pequeñas son las cajas, podemos guardar más cajas en la camioneta".
4. "Después del concierto hubo un silencio absoluto. Entonces una persona del público empezó a aplaudir. Gradualmente los que estaban cerca de ella se unieron y pronto todos estaban compartiendo los aplausos".
5. "Si los gastos de admisión en el cine son bajos, el dueño perderá dinero. Por otro lado, si son altos poca gente asistirá y otra vez perdería dinero. Por lo tanto, un cine debe cobrar un precio moderado de tal manera que sea rentable".

En las siguientes situaciones se debe decidir qué pasa en cada caso. Explicar cuidadosamente con palabras y luego elegir el mejor gráfico como antes.
¿Cómo…

6. "…depende el costo de una bolsa de papas respecto a su peso?"
7. "…varía el diámetro de un globo a medida que va perdiendo el aire interior?"
8. "…depende el tiempo al correr una carrera respecto a la distancia de la misma?"
9. "…varía la velocidad de una niña en un columpio?"
10. "…varía la velocidad de una pelota a medida que va rebotando?"




**6. CRECIMIENTO DE DANY**

Cada verano Dany visita a su abuela. Ella tiene registradas sus alturas año a año en la pared de la cocina para mostrarle su crecimiento. El verano pasado Dany cumplió 18 años. La tabla siguiente muestra los datos de la pared:

| Edad(en años) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Estatura (en cm) | 80 | 95 | 103 | 109 | 114 | 118 | 124 | 130 | 138 | 144 | 150 | 156 | 161 | 170 | 176 | 181 | 185 | 187 |

Armar un gráfico cartesiano con los datos de la tabla.

Si se quiere saber:

i. ¿A qué edad tuvo Dany su salto de crecimiento más grande?

ii. ¿Cuándo el crecimiento fue más estable?

iii. ¿Cuándo midió 135cm?

iv. ¿Cuánto creció desde los 10 a los 18 años?

¿Cuál de las dos representaciones es más conveniente? Explica ventajas y desventajas de ambas.

**7. LA MARATÓN**

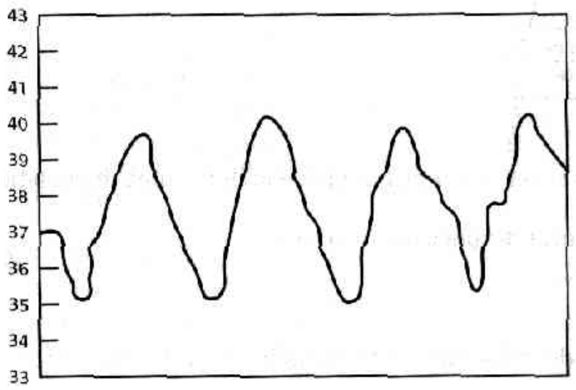
En el año 490 a.C. hubo una batalla entre griegos y persas cerca del pueblo de Maratón. Dice la leyenda que un soldado griego fue enviado a Atenas inmediatamente después del

triunfo de los griegos a contar la buena noticia a la ciudad. Corrió los 40 kilómetros completos. Al llegar, apenas fue capaz de balbucear la noticia antes de morir.
Los corredores de maratón necesitan mucha energía para correr distancias grandes. El cuerpo obtiene energía quemando alimentos, y esto produce calor. El cuerpo debe liberar parte de ese calor o resultará seriamente perjudicado.
La temperatura normal del cuerpo es de 37°C. A una temperatura de 41°C las células del cuerpo dejan de crecer. A temperatura por encima de los 42°C durante un lapso de tiempo no breve el cerebro, riñón y otros órganos sufren daño permanente.
Al correr una maratón, el cuerpo produce calor suficiente para provocar un aumento en la temperatura del cuerpo de 0,17 °C por minuto.
a. ¿Por qué puede haber muerto el soldado griego?
b. Realizar una tabla de valores que muestre cómo aumentaría la temperatura del cuerpo de una persona mientras corre una maratón si no hiciese nada para refrescarte. Mostrar la temperatura cada 10 minutos. Representar en gráfico cartesiano (temperatura vs. tiempo).
c. ¿Por qué no es realista la gráfica del punto b.?
d. ¿Qué hace el cuerpo para compensar la temperatura?
Al aumentar aproximadamente en 1°C la temperatura del cuerpo del maratonista, éste empieza a sudar para prevenir que la temperatura siga subiendo. Entonces la temperatura no aumenta ni disminuye, pero el cuerpo pierde aproximadamente 1/5 de litro de agua cada 10 minutos.
e. Usar esta información para arreglar el gráfico anterior.

**8. EL CAMELLO**

La temperatura de un camello cambia mucho durante una jornada. Durante el día aumenta al calentarse el aire del desierto. Cuando la temperatura de su cuerpo alcanza los 40°C el camello comienza a sudar. El aire del desierto se enfría durante la noche y la temperatura disminuye mucho. La temperatura más baja ocurre aproximadamente a las 4:00hs de la madrugada.
En el gráfico dado y con la información anterior:

a. Rotular el eje horizontal y marcar la escala.
b. ¿Cuánto dura un período de la gráfica?
c. Colorear un ciclo de la gráfica.
d. ¿cuál es la amplitud de la temperatura?



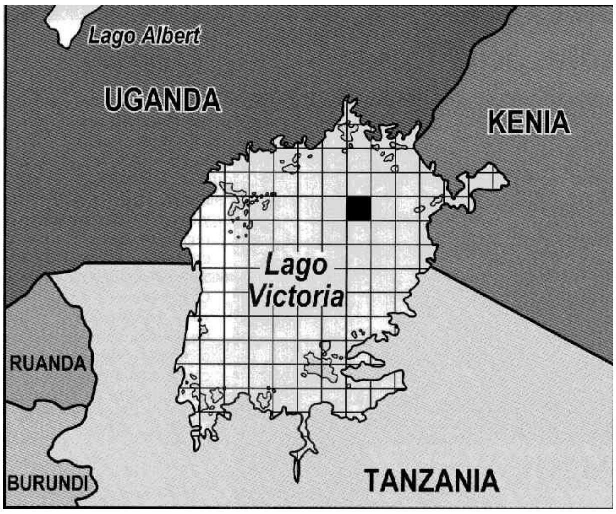

**9. EL CORAZÓN**

El corazón bombea sangre a través del sistema circulatorio. Para tomar la presión sanguínea, normalmente los doctores toman la presión de la sangre en la arteria ubicada en la parte superior del brazo.
La gráfica muestra cómo cambia la presión sanguínea con el transcurso del tiempo.


a. ¿Qué se puede decir de la presión sanguínea inmediatamente antes de un latido?
b. ¿Qué le ocurre a la presión sanguínea durante el latido?
c. ¿Es periódica esta gráfica? ¿Cuál podría ser su dominio?
d. Suponiendo que esta fuera la gráfica de TU corazón, ¿qué escala pondrías en el eje de abscisas? (compruébalo tomándote el ritmo cardíaco en tu muñeca o en el cuello).
e. Repetir la experiencia del punto d. después de correr 5 minutos. Comparar la diferencia entre las dos mediciones y sacar conclusiones.

**10. PLANTAS ACUÁTICAS**
La planta acuática africana *Salvinia auriculata* es una planta de crecimiento rápido. En 1959 se descubrió una masa de esta planta sobre el lago Kariba, ubicado entre Zimbawe y Zambia. La primera vez que se midió en 1959, había crecido hasta cubrir un área de 100 km$^2$. Un año después cubría 300 km$^2$. En 1963 cubría 1.002 km$^2$ del lago.

a. ¿Creció siempre al mismo “ritmo” el área cubierta por la planta? Explicar la respuesta.
Una planta sobre el Lago Victoria duplica el área que cubre cada año (ver figura). Un cuadrado de esta cuadrícula está pintado para representar el área cubierta por la planta en un año, por ejemplo, el actual.




b. ¿Cuánto quedará cubierto al año siguiente? ¿Y al otro?
Ángela usó un color diferente para representar el crecimiento de cada año. Ella dice: “El número de cuadrados que coloreo para un cierto año es exactamente igual que el número ya coloreado para TODOS los años anteriores juntos”.
c. ¿Es cierto lo que dice Ángela? Comprobarlo en el gráfico.
d. ¿Cuántos años demorará la planta en cubrir la mitad del lago? ¿Y en cubrirlo totalmente?

**11. ASOCIACIÓN RECREATIVO-CULTURAL**
Una asociación recreativo-cultural es subvencionada por el Municipio con $8 000 000 para ser repartidos entre sus organizadores con el fin de organizar la "murga de carnaval" en el desfile de esta celebración. Quieren saber cuánto le tocará a cada uno, pero todavía no

saben bien cuántos son los que participarán en la organización. A uno de ellos se le ocurre hacer una tabla estimativa, pensando que si después grafica los valores pueden inferir cómo va a ser la distribución prolongando la curva. Entonces:
a. Utilizando los valores de la tabla, representar en un gráfico lo que corresponde a cada participante en función del número de estos.
b. ¿Tiene sentido unir los puntos para ir observando su tendencia? Explicar.
c. ¿Se podría expresar la función mediante una fórmula?
d. ¿Cómo son las variables, continuas o discretas?

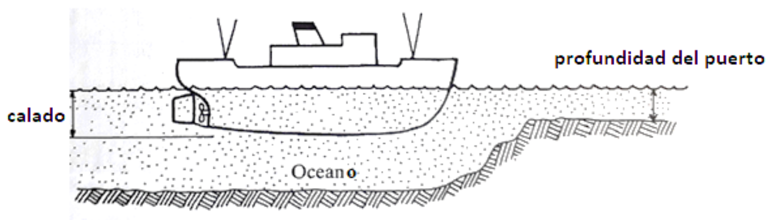
**12. LA MAREA EN EL PUERTO**

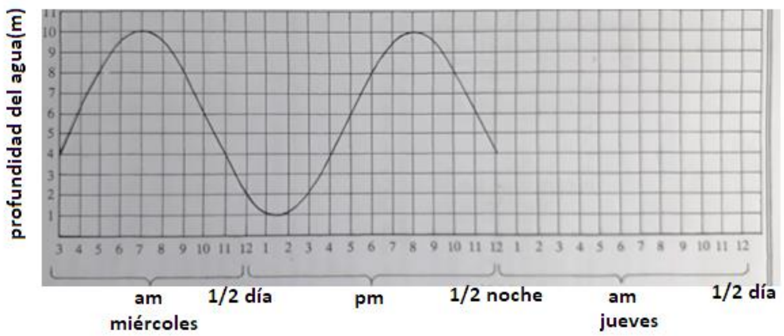
El gráfico muestra cómo la profundidad del agua en un puerto varía en un particular día miércoles.
a. Escribir un relato en detalle de lo que representa el gráfico:

- ¿Cuándo es alta/baja la marea? ¿Cuándo el nivel de agua sube/baja?
- ¿Cuándo el nivel del agua sube/baja más rápido?
- ¿Qué tan rápido está subiendo/bajando en este momento?
- ¿Cuál es la profundidad promedio del agua? ¿Cuánto varía la profundidad del promedio?

b. Los barcos solo pueden entrar al puerto cuando hay una determinada profundidad. ¿Qué factores determinarán que una nave pueda entrar o salir del puerto?

El barco en el diagrama siguiente tiene un calado de 5 metros cuando está cargado y solo 2 metros cuando no lo está. El calado es la distancia que hay entre la línea de flotación y la quilla del barco. Discutir cuando puede salir o entrar en forma segura al puerto.



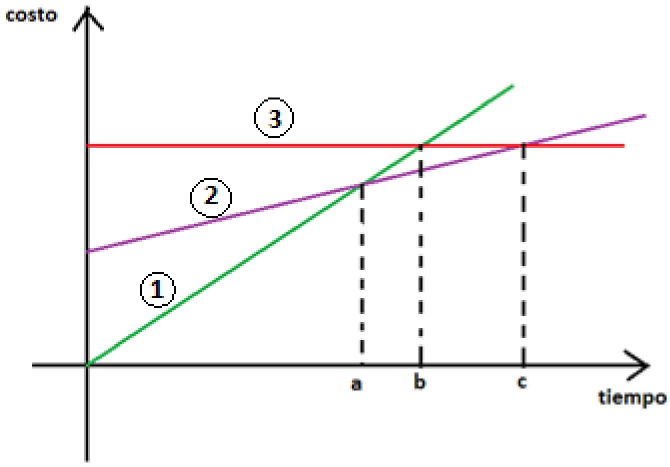

Hacer una tabla mostrando cuando las naves de diferentes calados pueden entrar y salir en forma segura del puerto este miércoles.

c. Completar el gráfico de tal manera de poder predecir cómo la marea se va a comportar el día jueves. ¿Cómo se debe reajustar la tabla realizada anteriormente para el día jueves? ¿Y para el viernes?...

**13. VUELOS ESPACIALES**

Existen tres grandes tipos de almacenamiento que posibilitan la vida durante un vuelo espacial: no regenerativo (hay que llevar todo el almacenamiento, pues la regulación se obtiene por medios externos); en este caso el costo por día de misión crece rápidamente, pues cuanto más largo es el viaje, más reservas hay que llevar. Regeneración parcial (una parte es reciclada en la nave) y, por último, puede producirse un curso cíclico de la materia y sería regeneración total (previendo una fuente de energía y utilizando los elementos de desecho se puede regenerar químicamente oxígeno y agua y pueden cultivarse alimentos). Este sistema habrá de ser grande y costoso.

El siguiente gráfico representa los distintos tipos de sistemas y como varía el costo del vuelo espacial en función del tiempo de duración del mismo:




a. ¿Cuál corresponde a cada caso?
b. ¿En qué intervalos de tiempo conviene utilizar cada sistema?
c. ¿Puede alguna de las gráficas ser de longitud infinita? Justificar.

**14. LAMPROPELTIS POLYZONA**

No es fácil distinguir la cola del resto del cuerpo en un ofidio. En las víboras hembras LAMPROPELTIS POLYZONA (también conocida como falsa coralillo real occidental) que habitan principalmente en México o sur de Estados Unidos, miden término medio, 120 centímetros en su edad adulta. Para esta víbora, los biólogos han encontrado una relación entre la longitud total del ofidio y la longitud de su cola. Esa relación se puede establecer a través de una fórmula, que aproxima bastante bien la relación entre ambas longitudes. Si llamamos x a la longitud de la cola e y a la longitud total de la víbora, la fórmula es

$$y = 7{,}4x + 11.$$

a. Graficar la función.
b. Explicar qué significan los parámetros 11 y 7,4.
c. ¿Son proporcionales estas dos longitudes?
d. ¿Cuánto mide la cola de esta víbora en su edad adulta?
e. Determinar dominio e imagen de la función.

**15. ALQUILER DE MOTOCICLETAS**

Mucha gente visita Colonia Suiza (sobre el Lago Moreno cerca de San Carlos de Bariloche) durante el verano. Una actividad atractiva es alquilar motocicletas y dar un paseo por las montañas.
Hay dos lugares para alquilar: en “El Jinete Loco” y en “La Supermoto”.
Hay afiches de propaganda por todo el pueblo:

| Alquiler de motocicletas<br><br>El Jinete Loco<br><br>Un día: $ 15 000<br>más $ 750 por kilómetro |
|---|

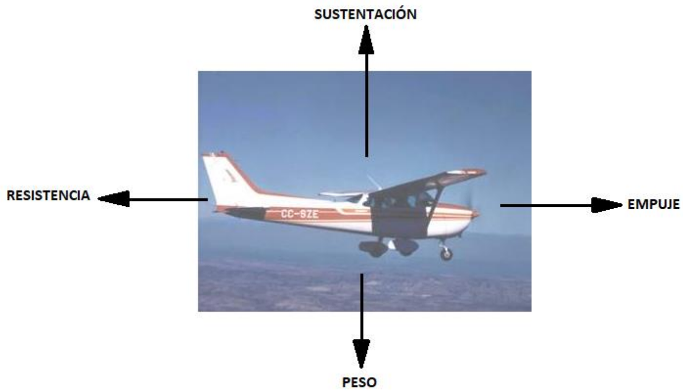
| Alquiler de motocicletas<br><br>La Supermoto<br><br>Sólo $ 2250 por kilómetro |
|---|

La Propietaria del alquiler La Supermoto nota que su empresa va de mal en peor a pesar de que hay mucho turismo. ¿Qué puede estar sucediendo?
La cantidad de kilómetros recorridos influye en el precio total del alquiler. En La Supermoto el precio sube $ 2250 por cada kilómetro recorrido.
a. ¿Cuánto sube por kilómetro el Jinete Loco? ¿Significa esto que resulta más barato alquilar en este último? Explicar.
b. ¿Cómo se podría saber en cuál de los dos negocios conviene más alquilar? Ayuda: encontrar una fórmula para cada uno de los alquileres y representarlas gráficamente. A partir de allí, sacar conclusiones.
c. El circuito habitual de muchos turistas es de 50 kilómetros. ¿Qué se les puede recomendar en este caso?
d. La Supermoto decide hacer una promoción dada la baja que sufre su negocio:

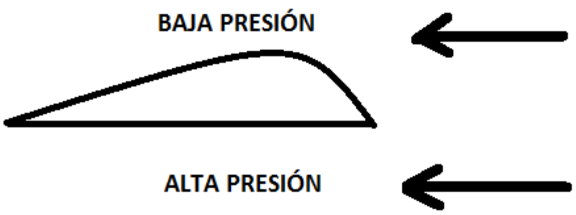
| Alquiler de motocicletas<br><br>La Supermoto<br>Para recorridos mayores a 30 km<br>Sólo $ 2250 por kilómetro<br>Los primeros 20 kilómetros<br>¡GRATIS! |
|---|

¿En qué cambia esto la situación anterior? Puede ayudar hacer una nueva fórmula para esta promoción y representar gráficamente.

**16. ¿CÓMO SE MANTIENE EN EL AIRE UN AVIÓN?**
En el vuelo de un avión intervienen distintas fuerzas:




La fuerza de "sustentación" es lo que hace que el avión de mantenga en el aire.




En esta figura se muestra el perfil de un ala de avión. Cuando el avión se mueve con cierta velocidad, se genera sobre el ala una zona de baja presión y bajo la misma una zona de alta presión. Al juego de estas dos presiones se debe la sustentación, una fuerza que se opone al peso del avión. Esta fuerza L depende esencialmente de la superficie S del ala y su velocidad V, según la ley:
$L = k.S.V^2$, donde k es una constante que depende de varios factores: el perfil del ala, densidad del aire y el ángulo de incidencia del ala respecto del flujo del aire. Un valor posible de k es 0,08.
a. En un avión pequeño su velocidad media puede ser 100m/seg (360km/h). ¿Cuál sería la fuerza de sustentación? Escribir la fórmula y graficar la función determinando variables independiente y dependiente. ¿Cómo se relacionan estas dos variables?
b. Supongamos que se trata de un Boing cuya superficie alar es de 511 $m^2$. Escribir la fórmula y graficar la función determinando variables independiente y dependiente. ¿Cómo se relacionan estas dos variables?
c. ¿Qué función "crece más rápido"?

**17. REMISSES CAÑAS**
La tarifa de Remises Cañas se cobra de la siguiente manera:
*$ 1200 fijos, si el recorrido es de hasta 5 km.
*más $ 10 por kilómetro, para distancias mayores a 5 km.
La dueña, Chloe Cañas, debe encontrar una forma de pasarle la tarifa a los conductores de acuerdo a la cantidad de kilómetros recorridos. ¿Qué podrá hacer?
Se le ocurre hacer un gráfico poniendo el precio en función de los kilómetros recorridos. ¿Cómo habrá hecho el gráfico Chloe?
Determinar el dominio y codominio de la función.

**18. UN CÁNTARO CON AGUA**
Un cántaro vacío con capacidad para 20 litros pesa 2550 gramos.
¿Se puede expresar a través de una fórmula el peso del cántaro según varía la cantidad de agua que contiene? ¿Hasta cuánto puede pesar? Graficar esta situación.

¿Qué tipo de función es? ¿Es continua o discreta la función? ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

**19. EL PLUVIÓMETRO**
En la función y = f(x), x representa la altura, en cm, que alcanza el agua recogida en un pluviómetro cilíndrico de 20 cm de diámetro y 1 metro de altura. Hallar el dominio correspondiente. ¿Cuál podría ser la imagen?

En otra función g = v(x), v representa el volumen de agua recogido en el pluviómetro anterior.
¿Cuál es el dominio y la imagen de esta función?

**20. ENCONTRANDO FUNCIONES EN TABLA DE VALORES**
Tirando una piedra

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo (seg.) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Distancia de caída (m) | 0 | 5 | 20 | 45 | 80 | 125 |

- Dibujar un esquema del gráfico para ilustrar estos datos.
- ¿Se puede ver alguna regla o patrón en esta tabla? Describirla con palabras y si es posible con una fórmula.
- Una piedra es arrojada desde una avioneta. ¿Cuán lejos caerá en 10 segundos?

**21. LA SEQUOIA**
La sequoia es una conífera que puede superar los 100 metros de altura. ¿Cómo puede el agua, absorbida en las raíces, alcanzar una altura tan grande? Este fenómeno se denomina de "capilaridad": el agua sube a través de un tubo muy delgado (capilar) y alcanza una altura h, que es inversamente proporcional al diámetro d del tubo.
La fuerza que ejerce la **tensión superficial** en las paredes del tubo capilar causa que el agua se eleve dentro del tubo. El líquido sigue subiendo hasta que la tensión superficial es equilibrada por el peso del líquido que llena el tubo. Éste es el caso del agua, y esta propiedad es la que regula parcialmente su ascenso dentro de las plantas, sin gastar energía para vencer la gravedad.

a. Encuentra una expresión general que represente eta situación.
b. Darle un valor a la constante y graficar la función.
c. Analizar qué sucede cuando varía el diámetro.
d. Expresar posibles dominio e imagen de esta función.

**22. FUNCIÓN DE DIRICHLET**
Una función curiosa que Dirichlet inventó para uno de sus trabajos fue la siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} 1 \; si \; x \; es \; racional \\ 0 \; si \; x \; es \; irracional \end{cases}$$

¿Qué sucede si se intenta graficar? Explicar.

**23. ACCIDENTES AUTOMOVILÍSTICOS**

¿Cuál debe ser la distancia mínima para frenar y no chocar?
¿Cuáles son los factores que influyen?
Para responder a estos interrogantes, hay que tener en cuenta dos aspectos fundamentales:

1. El conductor no frena simultáneamente con la percepción del peligro, sino que transcurre un breve lapso hasta que por fin aprieta el freno. Ese lapso, denominado *tiempo de reacción,* está asociado con la velocidad del impulso nervioso del hombre (aproximadamente, 100 m/s en promedio). Se estima que para un joven, ese tiempo toma valores de alrededor de 0,2 s, y se alarga a medida que la persona envejece.
2. La velocidad con la cual se desplaza el automóvil en ese momento, ya que de ella dependen tanto el tiempo como la distancia necesarios para la detención, como se puede observar en la siguiente tabla:

| Velocidad inicial de Desplazamiento (km/h) | Distancia recorrida hasta Detenerse (m) |
|---|---|
| 60 | 19,3 |
| 80 | 33,7 |
| 100 | 52 |

**Cómo evitar el choque**

Si dos automóviles se desplazan a 100 km/h y el que lleva la delantera se detiene abruptamente, es necesario que los autos se encuentren a una distancia mínima para evitar el choque.

Veremos cómo se puede calcular esa distancia.
Observemos la siguiente ficha técnica:

ACELERACIÓN

| velocidad | 0 km/h | 80 km/h | 100 km/h | 120 km/h |
|---|---|---|---|---|
| tiempo | | 6,7 s | 9,3 s | 12,3 s |

FRENADO

| velocidad | 120 km/h | 100 km/h | 80 km/h | 60 km/h | 0 km/h |
|---|---|---|---|---|---|
| tiempo | 3,7 s | 2,9 s | 2,3 s | 2 s | |

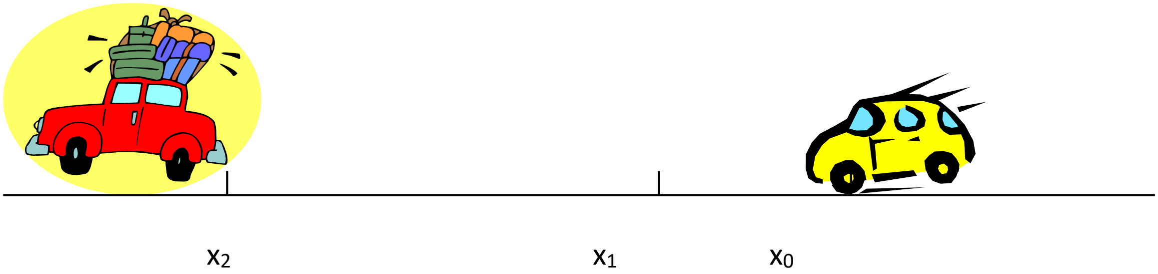
(Ficha técnica de un VW Passat 1.8 turbo)

DISTANCIA RECORRIDA EN EL TIEMPO DE REACCIÓN

Suponiendo que el conductor del VW Passat, que viene detrás, reacciona 0,2 s más tarde, durante ese tiempo el automóvil se desplaza en línea recta y con velocidad constante. Se puede calcular la distancia que recorrió en esos 0,2 s mediante la siguiente fórmula:

$$x = x_0 + v.t$$

Donde $x_0$ es la posición inicial (donde estaba cuando el auto de delante se detiene, y desde donde se empieza a contabilizar el suceso, por lo tanto, en este caso es cero), t es el tiempo transcurrido en recorrer esa distancia y v es la velocidad con que se está desplazando el vehículo.




Reemplazando los datos en la fórmula se tiene que la distancia recorrida durante el tiempo de reacción es:

$$x_1 = (100\ km/h).0,2\ s = (28\ m/s).0,2\ s = 5,6\ m$$

DISTANCIA NECESARIA PARA FRENAR

A partir de esta posición, el automóvil comienza a frenar con aceleración promedio constante. En este caso, la posición x en función del tiempo t viene dada por la siguiente función cuadrática:

$$x = x_1 + v_0\ .\ t + ½\ a\ .t^2$$

En nuestro caso, esa posición representa la distancia necesaria para que el auto frene, $x_0$ es la posición inicial (5,6 m calculado anteriormente), $v_0$ es la velocidad inicial (28 m/s) y a es la aceleración (o desaceleración) del frenado, la cual se debe calcular también a partir de la siguiente fórmula:

$$v_f = v_0 + a\ .\ t$$

despejando la aceleración, se tiene:

$$a = (v_f – v_0)\ /\ t$$

Sabiendo que la velocidad final es cero (para que se detenga), la velocidad inicial es de 28 m/s, el tiempo es de 2,9 s (ver ficha técnica) y reemplazando en la fórmula, se tiene que la aceleración es de:

$$a = (\ 0 – 28\ m/s)\ /\ 2,9\ s \cong -\ 9,7\ m/s^2$$ (es negativa porque va desacelerando)

Ahora sí, con todos estos datos, estamos en condiciones de hallar la distancia mínima ($x_2$) buscada, reemplazando la totalidad de los datos anteriores en la función cuadrática. Entonces:

$$x_2 = x_1 + v_0\ .\ t + ½\ a.t^2$$

$$x_2 = 5,6\ m + (28\ m/s).\ 2,9\ s + ½.\ (-9,7\ m/s^2)\ .\ (2,9\ s)^2$$

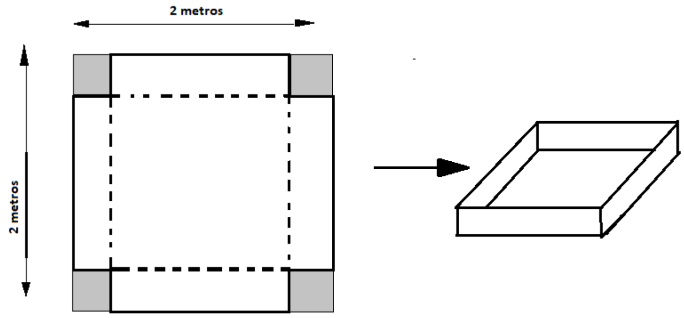
para lo cual:

$$x_2 = 5,6\ m + 81,2\ m – 40,8\ m = 46\ m$$

Quiere decir que si transitamos a una velocidad de 100 km/h se necesitan 46 metros para frenar, CASI MEDIA CUADRA. Esta sería la distancia mínima que deberían respetar los autos cuando vamos a esa velocidad por una ruta ¿creen que se respeta?

Calcular la distancia mínima que se necesita para frenar un automóvil, si este va a una velocidad de 120 km/h (velocidad bastante habitual en la ruta para los autos nuevos).
¿Cómo es la variable, continua o discreta? ¿A qué conjunto numérico pertenecen dominio e imagen?

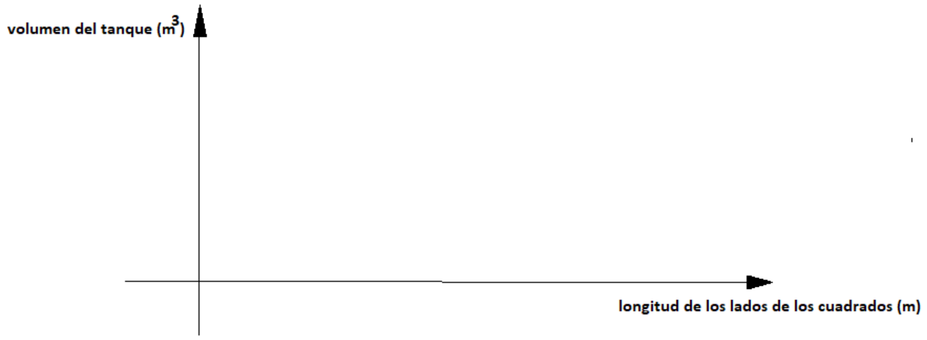
## 24. DISEÑANDO UN TANQUE DE AGUA




Una plancha de metal cuadrado (de 2x2 metros) se usará para construir un tanque de agua sin tapa, cortando cuadrados de cada esquina de la plancha y doblando para arriba las cuatro piezas de rectángulos, para formar las caras laterales del tanque. Estos bordes después se soldarán juntas.
¿Cómo dependerá el volumen final del tanque con respecto al tamaño de los cuadrados que se cortaron en las esquinas?
Describir la respuesta:

i) Haciendo un diagrama.
ii) Explicando la forma del diagrama con palabras.
iii) Tratando de encontrar una fórmula algebraica.

¿Cómo se deben cortar los cuadrados para que el volumen del tanque sea máximo?
Imaginar cortando cuadrados muy pequeños en las esquinas de la plancha de metal. Mentalmente, arma el tanque. El volumen resultante, ¿será mayor o menor?
Ahora imaginar cortando cuadrados más grandes y más grandes…. ¿Cuál es el cuadrado mayor que se puede cortar? ¿Cómo resultará el volumen?
Diagramar un gráfico para describir estas situaciones y explicar todo en palabras:

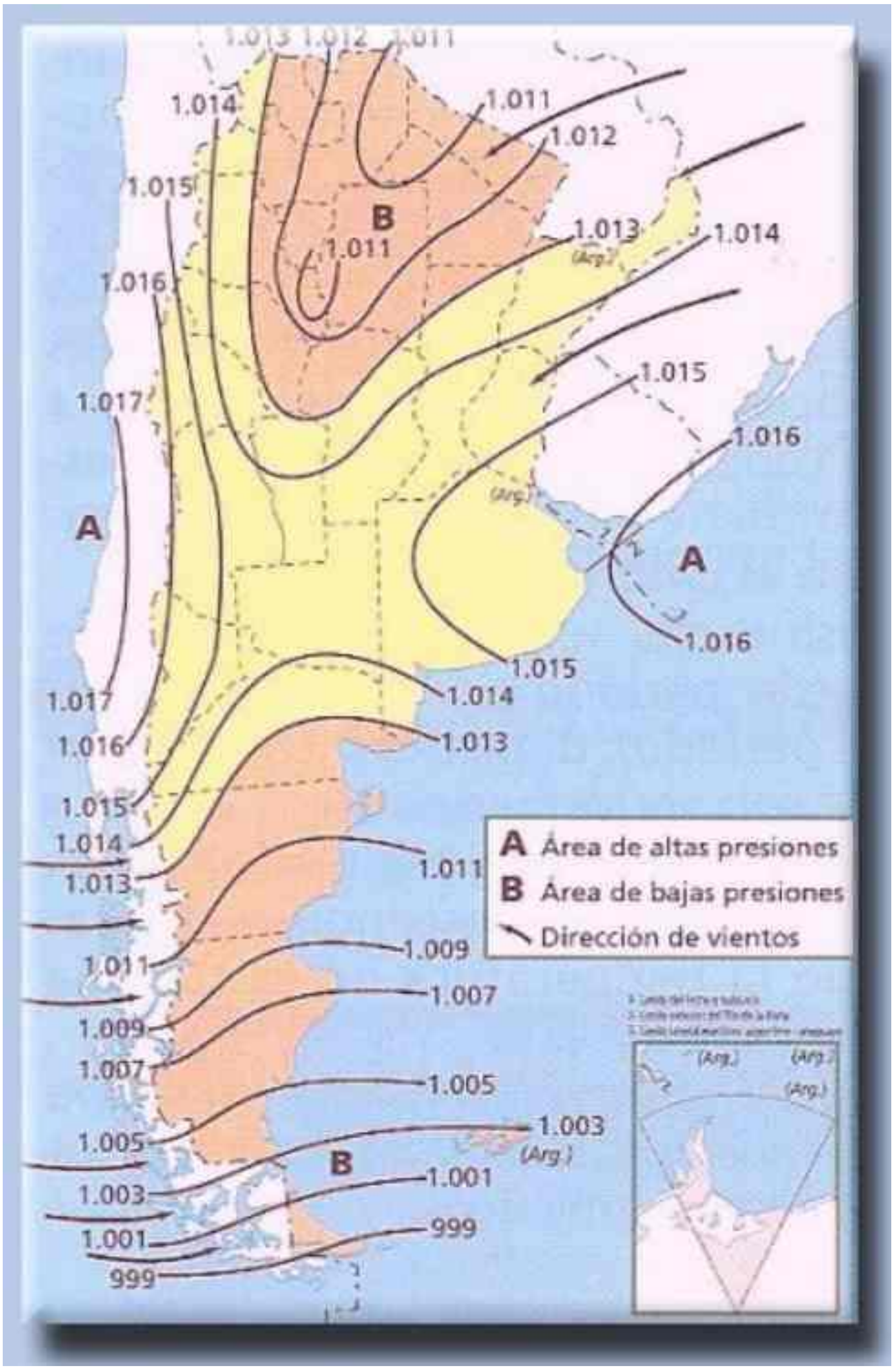



Para encontrar la fórmula, imagina cortar un cuadrado de x metros por x metros de cada esquina de la plancha metálica. Encontrar una expresión para el volumen resultante.
Ahora graficar en forma precisa.
Usa el gráfico para encontrar cuán grandes se deben cortar los cuadrados de las esquinas de tal manera de maximizar el volumen.

## 25. ISOLÍNEAS (ISOTERMAS, ISOBARAS, ISOHIETAS Y CURVAS DE NIVEL)

Definiciones: Las isotermas son las líneas que conectan entre sí los puntos que tienen igual temperatura media en una determinada región en un intervalo de tiempo determinado. En forma similar, las isobaras son las líneas que unen los puntos de una región que tienen la misma presión atmosférica media en un determinado período, y las isohietas son las líneas que unen los puntos cuyas precipitaciones medias coinciden. Las curvas de nivel son las líneas que conectan entre sí los puntos de una región que tienen la misma altitud o profundidad (en general con respecto al nivel del mar).

a. En la siguiente imagen se presenta el mapa de isobaras de la República Argentina en un determinado momento.
Explicar qué significan las zonas A y B y por qué se hace esa distinción.



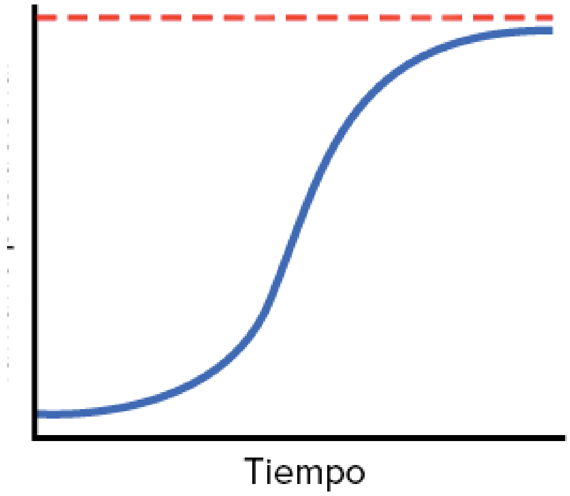
b. Buscar mapas de la República Argentina en donde estén representadas isotermas e isohietas.
c. Buscar información para poder dibujar algunas curvas de nivel sobre el mapa de la República Argentina.

Estas líneas nunca se tocan o se cruzan ya que en un mismo punto no puede tener dos valores diferentes. Por lo tanto, estas **isolíneas** son funciones respecto de su ubicación: a cada punto (a,b) del mapa le corresponde un valor (sea de altura, de presión atmosférica, de temperatura o de precipitación medias).
d. Sobre uno de los mapas con isolíneas, realizar una cuadrícula en un sistema de eje cartesianos (para poder identificar distintos puntos del mismo) y volcar los datos en una tabla de valores. ¿Cómo se podría hacer una representación gráfica?
e. ¿Cuál puede ser el dominio de esta función? ¿Y la imagen? ¿Es inyectiva esta función? Justifica.

**26. CRECIMIENTO LOGÍSTICO**

En general, en los fenómenos de crecimiento de carácter exponencial llegará un momento en que ese crecimiento se frena. La representación gráfica de estas curvas se denomina curvas de tipo S y este tipo de crecimiento se denomina proceso de crecimiento logístico.

Dado el siguiente gráfico, investigar y encontrar un problema de la vida real que se adapte a este crecimiento, rotulando los ejes y explicando la situación.



**27. ¿POR LA COCINA CÓMO ANDAMOS?**


Dos mil bacterias están creciendo en la esquina de la mesada de tu cocina. Tú decides que es hora de asear la casa. Usas un limpiador cuya efectividad en matar es del 99,9%.

Teniendo en cuenta que:

- Durante la división celular, una bacteria se divide en mitades, formando dos células nuevas. Luego cada bacteria se divide nuevamente, y así sucesivamente. Se dice que es bacterias tienen un factor de crecimiento 2.
- Suponiendo que el número de células se duplicara cada 20 minutos.

¿Cuánto demorará aproximadamente en haber la misma cantidad de bacterias?

Utilizar una tabla o un gráfico para poder responder y escribir una fórmula que permita calcular el número de bacterias en determinados períodos de tiempo.

**28. MUÉSTRAME TU CARBONO Y TE DIRÉ DE CUÁNDO ERES**

El parámetro que mide el ritmo de desintegración de un material radiactivo es la **vida media:** el tiempo en que una cantidad cualquiera de ese material se reduce a la mitad. La vida media del radio 226 es de 1600 años. Si tenemos un gramo de Ra 226, al cabo de 1600 años nos quedará sólo 1/2 gramo, pasados otros 1600 años sólo 1/4, y si esperamos 1600 años más tendremos entre manos sólo 1/8 de nuestro gramo original.

Cada elemento radiactivo tiene una vida media característica, de la cual seguro se siente orgulloso, y que puede ser muy variada: la del uranio es de 4500 millones de años, por ejemplo, y la del plutonio es de 70 millones de años. Este rasgo singular de los elementos radiactivos (reducirse a la mitad en períodos definidos de tiempo), ha tendido una mano inesperada a la historia, a la arqueología y a la antropología, proporcionándoles un método notable y eficaz de datación de acontecimientos: mediante el carbono 14 (un isótopo radiactivo del carbono) cuya vida media es de 5730 años.

El anhídrido carbónico de la atmósfera contiene una proporción constante de C14. Pero los seres vivos absorben anhídrido carbónico y por lo tanto también en los tejidos de toda materia viviente aparece una concentración permanentemente renovada de C14, y que se mantiene constante. Cuando el ser vivo en cuestión muere, su intercambio con la atmósfera cesa, y la concentración de C14 comienza a disminuir a medida que éste se desintegra sin reponerse. Se ha puesto en marcha el reloj radiactivo.

Así, supongamos que se encuentran restos arqueológicos de un asentamiento humano primitivo: cerámicas, utensilios, etc. Y huesos humanos. Sabemos cuál es la concentración de C14 que debería haber en los huesos pertenecientes a un ser vivo. Medimos la que hay en los huesos fósiles: si encontramos que es la mitad, quiere decir que la mitad del C 14 se ha desintegrado y, en consecuencia, desde la muerte del triste propietario de los huesos en cuestión han pasado 5730 años. Si lo que encontramos es la cuarta parte, han transcurrido dos períodos, es decir 11460 años, y así sucesivamente. Por supuesto que cualquier valor intermedio también puede ser manejado mediante un sencillo cálculo. O sea que, allí donde haya restos de materia orgánica, los residuos de C14 delatan la fecha.

Difícilmente puede haber un sistema de datación más preciso, y ya ha sido utilizado para fechar acontecimientos históricos que se remontan hasta sesenta mil años atrás, y para establecer correspondencias entre fósiles que se pierden en la oscuridad del tiempo.
Podemos establecer la siguiente relación: $C(n) = (1/2)^n$ donde C(n) es la cantidad de C14. Por ejemplo, si ha pasado un solo período, quiere decir que n = 1, en este caso la relación C(n) es 1/2 (reemplazando n = 1 en la fórmula ), o sea que se redujo a la mitad.

a. Graficar la función C(n). ¿Es continua o discreta?
b. ¿Cómo determinarías el rango del dominio? ¿Y de la imagen?
c. ¿Cuántos años tiene el fósil si la cantidad de C14 se redujo 1/128?
d. Si han pasado 51570 años ¿en cuánto se redujo la cantidad de C14?
e. Calcular el porcentaje aproximado de la masa de C14 que se conserva al cabo de 11460 años en un fragmento de fósil de un organismo que, en vida, contenía 250 g.
f. Si la masa inicial es de 820 g, ¿será mayor el porcentaje de C14 conservado después de transcurrido el mismo tiempo?

**29. ¡¡¡PARA ESTIMULAR EL INGENIO!!!**

Nicholas Lumier, el famoso ladrón, logró entrar a la casa de la acaudalada aristócrata Ing. Cándida Prieto de Menéndez. Con el objetivo de violentar la caja fuerte donde guarda su fortuna la venerable anciana, Nicholas sacó sigilosamente el cuadro que la cubría.
Debido a la fragilidad de su memoria, la octogenaria había pegado un papel en la puerta de la caja que contenía pistas para recordar su combinación.
"La combinación está formada por los cuatro elementos del dominio de una función. Los números son dígitos consecutivos ordenados en forma creciente y sólo el primero es par. La fórmula de la función es del tipo f(x) = k/x; naturalmente k es natural.
El sagaz Nicholas logró abrir la puerta. Grande fue su sorpresa cuando, en lugar del preciado dinero, se encontró con el siguiente mensaje pegado sobre la otra puerta: "Para abrir esta puerta hay que hallar k de modo que se verifique que la imagen de f [Im(f)] debe ser un número entero...y Nicholas se fue mascullando rabia.
a) ¿Cuál es la combinación con la que el malhechor logró abrir la primera puerta?
b) ¿Por qué desistió de robar el dinero?

**POSIBLES RESPUESTAS Y COMENTARIOS**

**1. VIAJE AL FONDO DEL MAR**
**a.** A las 23 hs. Del 2/5/1965. Se encontraba a 150 metros de profundidad.
**b.** Desde las 23hs, del 2/5/1965 hasta las 18 hs. Del 3/5/1965.
**c.** [-150,100]
**d.** [-7,-3) ; (1,5) ; (9,12] (*Se pueden tomar los valores de las horas del día en el dominio también).*
**e.** {-3, 1, 5, 9}
**f.** [-7,-5) ; (-4,-2) ; (4,6)
**g.** A 50 metros.
**h.** Entre las 8hs. Y las 10hs. Del 3/5/1965.

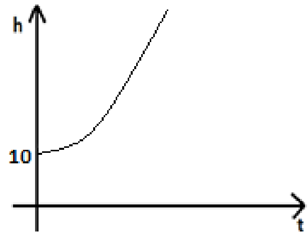
**i.** Entre 01hs. Y 02hs. Del 3/5/1965; o entre 04hs. Y 06hs. Del 3/5 ; o entre 12hs. Y 14hs. Del 3/5.
Producción libre (por ejemplo, para descansar, para observar peces, etc.).

> ***Tópico relevante****: este problema es importante para resaltar que la escala del gráfico cartesiano no tiene por qué coincidir con los datos del problema. En este caso el cero de eje de abscisas corresponde a las 6 hs de un determinado día, y el Aerosub partió a las 23 hs del día anterior (-7). A veces se puede hacer corresponder el cero con el origen de la experiencia, pero muchas veces el contexto exige establecer otra correspondencia.*

**2. LOS GIRASOLES** Este es un problema abierto, puede tener respuestas diversas, aunque la asociación de las distintas representaciones no puede ser cualquiera. Por ejemplo:

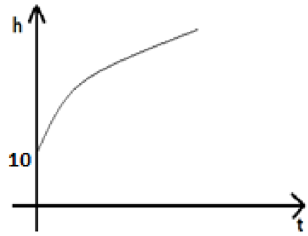
*Traté muy bien a mi girasol. Tuvo sol, tierra de buena calidad y hasta le conversé. Cada semana crecía más que la semana anterior.*
*Jazmín*

| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 12,5 | 17,5 | 25 | 35 | 47,5 |



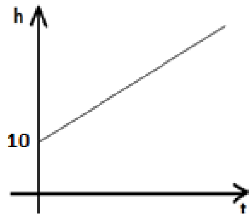

*Puse mi planta en tierra de mala calidad y le eché poca agua. Creció un poco, pero menos cada semana.*
*Lili*

| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 14 | 17 | 19 | 20 | |



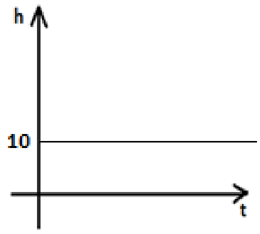

*Planté mi girasol en la sombra. La planta sí creció, pero no muy rapidamente. La longitud aumentó todas las semanas en igual cantidad.*
*Roxana*

| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 |




*Me distraje y me olvidé de regar mi girasol. No crecieron nada y ya se me estaban secando.*
*Ada*

| Tiempo (en semanas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (en centímetros) | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |




> ***Tópico relevante:*** *asociar distintas representaciones de una misma cuestión comprendiendo su isomorfismo.*

**3. PASEO POR LA MONTAÑA**
a. El martes a las 10 AM era aproximadamente 15°C.
b. El sábado las 3,5PM y fue de 42°C aproximadamente.
c. El martes a las 4,5AM y fue de 1°C aproximadamente.

<//>

d. Producción libre.
e. Recortar todos los días de la semana y unirlos. De esta manera no entran en la hoja y queda incómodo para manipular. Se puede comprimir el gráfico pero no tiene la misma precisión.

***Tópico relevante:*** *Al analizar las ventajas y las desventajas al comprimir el gráfico, nos conduce a elegir un buen criterio al momento de optar por una* ***escala*** *determinada. Esto es, acorde al objetivo del problema.*

**4. ¿QUÉ DEPORTE?**

*Producción libre.* Una posibilidad es “salto de esquí”, ya que al desplazarse por una rampa antes de saltar van adquiriendo cada vez más velocidad. Luego, cuando va “volando” se estabiliza la velocidad y cuando toca el suelo disminuye de golpe.

***Tópico relevante:*** *Es el camino inverso de representar una situación de la vida real en un gráfico. Podríamos decir que es un problema abierto ya que admite varias posibilidades de solución.*

**5. ELEGIR EL MEJOR GRÁFICO**

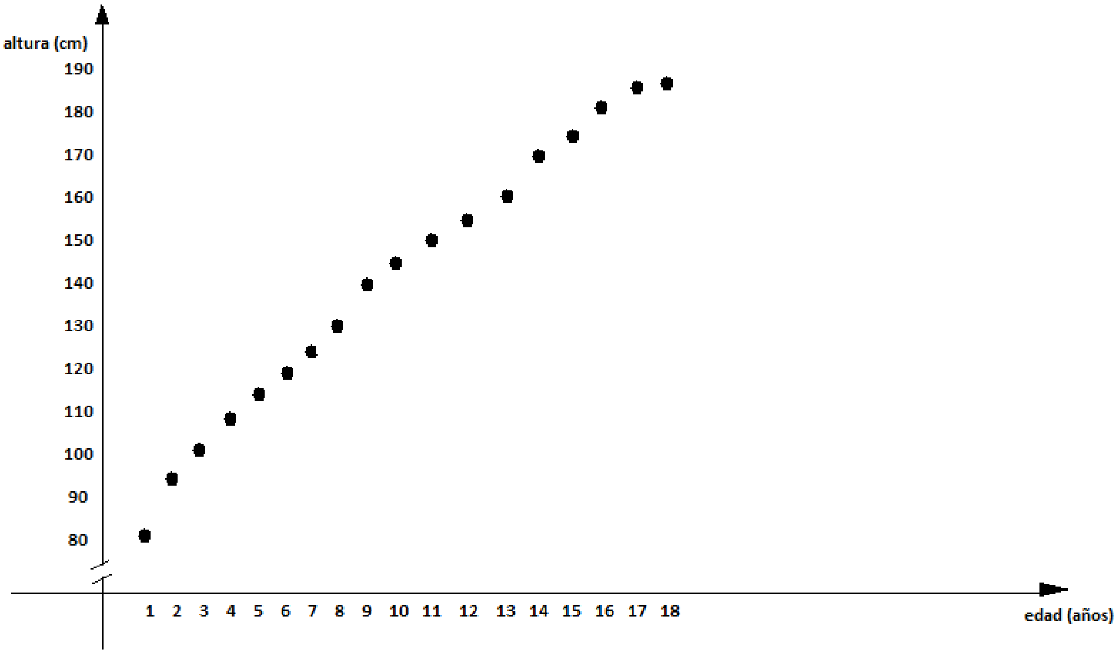
6. El costo de una bolsa de papas aumento o disminuye proporcionalmente en forma directa a su peso.
7. Cuando un globo se desinfla su diámetro va disminuyendo.
8. Cuanto mayor es la distancia en una carrera, mayor es el tiempo que se tarda en realizarla.
9. La velocidad de una niña en un columpio aumenta y disminuye en forma alternada.
10. La velocidad de una pelota que rebota aumenta y disminuye en forma alternada pero a su vez va disminuyendo hasta parar.

1 →(g)    2→ (q)    3→(l)    4→(e)    5→ (k)    6→(a)
7→(f) si las variables son diámetro en función de la cantidad de aire perdido o
7→(o) si las variables son volumen del globo en función del diámetro
8→(d)    9→(p)    10→(m)

***Tópico relevante:*** *Asociar situaciones de la vida real con gráficos analizando e interpretando los mismos.*

**6. CRECIMIENTO DE DANY**

| Edad (años) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Estatura(en cm) | 80 | 95 | 103 | 109 | 114 | 118 | 124 | 130 | 138 | 144 | 150 | 156 | 161 | 170 | 176 | 181 | 185 | 187 |




Para conocer algunos datos conviene la tabla y para otros el gráfico. Por ejemplo, para el salto mayor de crecimiento o mayor estabilidad se ve mejor en el gráfico, pero para ver cuándo medía 135cm ninguna de las dos representaciones da la información precisa pero el gráfico puede ser engañoso si se unen los puntos con segmentos. Para saber cuánto creció de los 10 a los 18 años la tabla puede la más conveniente.

***Tópicos relevantes:*** *Ventajas de una representación u otra. Es necesario que los estudiantes puedan elegir la forma de representación óptima para poder dar solución al problema. Por ejemplo, el gráfico cartesiano es "visual", permite dar una idea general del comportamiento del fenómeno. Pero si necesitamos conocer datos específicos precisos no es la mejor forma. En este caso unir los puntos representados tampoco nos da seguridad que la función tenga ese comportamiento en los valores intermedios. Así, es más preciso recurrir a la fórmula (si la hay, que no es este el caso) y si no recurrir a lo experimental. También es importante que, si los estudiantes quieren agregar más valores que no están en la tabla, éstos no necesariamente tienen que estar en orden correlativo (como en el gráfico). En cualquier tabla de valores se pueden agregar datos al final de la tabla. Sí hay que respetar el orden en los ejes cartesianos, ya que son rectas numéricas.*
*Al no poder expresar esta situación a través de una fórmula, no se pueden hacer predicciones.*
*El corte en uno de los ejes es un abuso de notación (no es lo ideal porque puede deformar la percepción de la realidad). Se realiza cuando es estrictamente necesario.*

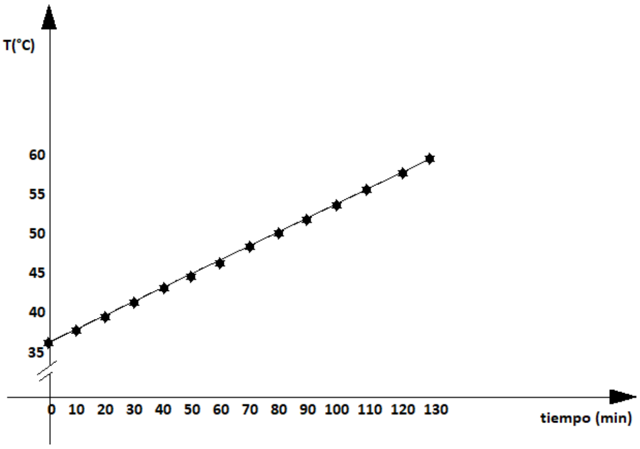
**7. LA MARATÓN**

a. Producción libre. Puede haberse deshidratado, le puede haber fallado el corazón, etc.

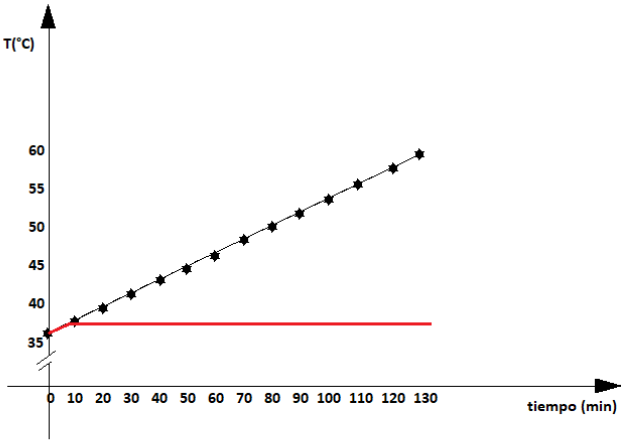
| Tiempo ( min) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura corporal (°C) | 37 | 38,7 | 40,4 | 42,1 | 43,8 | 45,5 | 47,2 | 48,9 | 50,6 | 52,3 | 54 | 55,7 | 57,4 | 59,1 |

b. Suponiendo que un maratonista corre a un promedio de 20 km/h aproximadamente:

La OMS recomienda un tiempo mínimo de 75 minutos de carrera continua como medida justa para proteger el corazón.



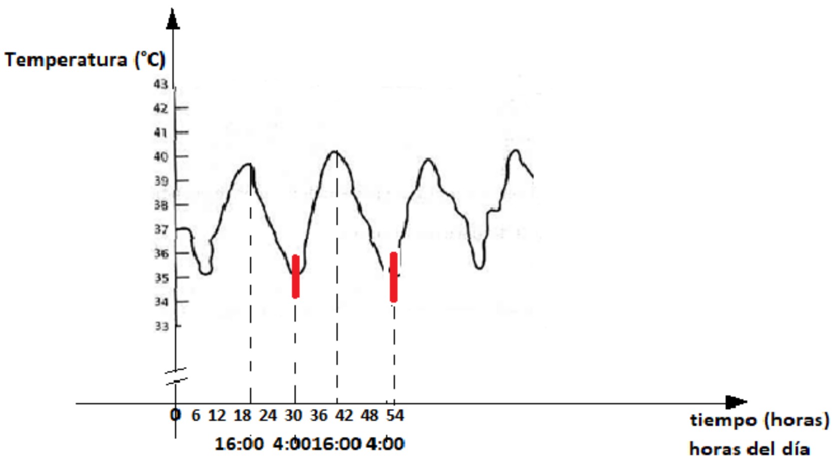

c. Porque a los 40 minutos ya estaría muerto. Debe compensar la pérdida de líquido.
d. Para compensar la temperatura el cuerpo transpira.
e.




***Tópico relevante:*** *Se trata de una función partida. Este problema tiene el comportamiento de una función lineal, dado que por cada período de tiempo de 10 minutos la temperatura aumenta una cantidad constante. Los estudiantes pueden armar la* ***fórmula*** *correspondiente. Pero otra vez es importante la conexión con la realidad, dado que existen otros factores que influyen en el comportamiento de este fenómeno que hacen que la función sea lineal pero* ***partida*** *(un tramo* ***creciente*** *y otro* ***constante****), como lo es que el atleta transpire para refrescar su cuerpo.*

## 8. EL CAMELLO

a. y c.




b. Un período dura 1 día (24 horas).
d. La amplitud de la temperatura es de 5°C aproximadamente (mínima 35°C y máxima 40°C).

***Tópico relevante:*** *se introduce una función* ***periódica****. Al pedirles a los estudiantes que rotulen el eje horizontal nos aseguramos que comprendan el problema y lo relacionen con el gráfico. Deben apelar a la proporcionalidad para buscar una* ***escala*** *que se ajuste al gráfico estableciendo una correspondencia entre la magnitud tiempo (en horas) desde el origen (0,0) y las horas del día (transcurridas 6 horas hay un mínimo que de acuerdo a la situación corresponde a las 4:00hs). Empiezan a aparecer otros conceptos como* ***máximo*** *y* ***mínimo*** *relativos a una función,* ***período*** *y* ***amplitud****. Se les puede pedir que expliquen con sus palabras lo que significa ciclo o período, para que se vayan aproximando a una definición. Lo mismo para amplitud.*

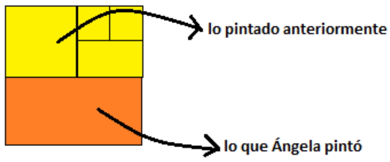
**9. EL CORAZÓN**

a. Es baja la presión.
b. La presión aumenta y luego disminuye.
c. Sí, es periódica. Su dominio es el tiempo de vida de la persona en cuestión.
d. Suponiendo que la cantidad de latidos sea 78 en un minuto, el tiempo entre latido y latido es aproximadamente 0,77 segundos. Entonces se podría elegir una escala para el eje de abscisas (tiempo) en segundos.
e. Después de correr, la cantidad de latidos por minuto aumenta, la escala puede seguir siendo la misma.

***Tópico relevante:*** *cuando pedimos el* ***dominio*** *de la función, éste debe ser analizado a partir del contexto (en este caso, es el tiempo de la vida de la persona). Para poner la* ***escala*** *en el eje horizontal, se les pide a los estudiantes que tomen su propio ritmo cardíaco. Como es muy difícil tomar el tiempo entre dos latidos, se les pregunta si se les ocurre alguna estrategia. Si no surge ninguna idea, se les puede proponer que tomen la cantidad de latidos que tienen por minuto y luego dividen el minuto por la cantidad de latidos, eso va a dar el tiempo entre cada latido (que se toma como si fueran todos los intervalos iguales, pero en la realidad puede tener distintas variaciones de uno a otro). Otra cosa que se les puede pedir a los estudiantes es que vuelvan a hacer la experiencia* *después de correr en el patio y que comparen la diferencia entre las dos mediciones. Verán que después de correr aumenta la* ***frecuencia*** *de latidos.*

**10. PLANTAS ACUÁTICAS**

a. No. Del primero al segundo año aumenta 200 y al año siguiente aumenta 702, no aumenta en forma constante.




b. Al primer año pinta 2 cuadraditos y al siguiente año pinta 4 cuadraditos.

c. Sí, es cierto lo que dice Ángela:

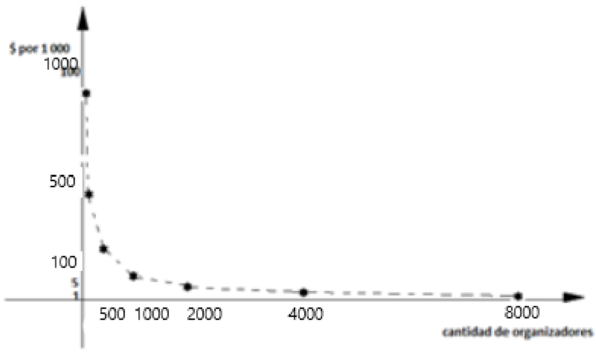
d. Tarda 6 años en cubrir la mitad del lago. Tarda 7 años para que se cubra totalmente.

***Tópico relevante:*** *el crecimiento de estas plantas es* ***exponencial****. Con la primera pregunta ya se pueden dar cuenta de que no es una función lineal (el crecimiento no es constante). Luego los estudiantes podrían responder a todas las preguntas sin "nombrar" función exponencial, pero ¿por qué no decirles que, en un crecimiento, si en vez de sumar una constante (lineal) multiplicamos por una constante éste se denomina exponencial? Es más, si algún alumno hizo una tabla de valores para organizar la información, pueden graficarla y ver qué característica tiene. Recordar en cada uno de los problemas, en el momento de la socialización, se afianzan los conceptos de* ***dominio***, ***imagen***, ***crecimiento***, *y todo lo que surja de la curiosidad de los ellos.*

**11. ASOCIACIÓN RECREATIVO-CULTURAL**

a.

| Cantidad organizadores | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ x 1 000 | 8000 | 4000 | 2666,66 | 2000 | 1600 | 800 | 160 | 80 |




b. No. No se pueden partir a las personas.

c. f(x) = 8 000 000/x para x ϵ N dentro del intervalo (1;8 000 000).

d. La variable independiente es discreta. La variable dependiente, si bien el dinero es una magnitud continua, en la realidad se discretiza con billetes y monedas de uso corriente. El dominio son los números naturales y la imagen los racionales.

***Tópicos relevantes:*** *es una función* ***inversamente proporcional****. Se analiza acá el concepto de* ***discretitud*** *(también se puede preguntar en los problemas anteriores si tiene sentido unir los puntos en el gráfico). Es muy importante analizar con el contexto para establecer dentro de qué conjunto numérico se está trabajando y determinar los*

***intervalos** de **dominio** e **imagen**. Esto también establecerá si la función es **continua** o no. Además, como las ramas de esta función (hiperbólica o de proporcionalidad inversa) se acercan infinitamente a los ejes, pero nunca los tocan, decimos que las ramas son **asintóticas** a los ejes cartesianos.*

**12. LA MAREA EN EL PUERTO**

a. El miércoles la marea es alta a las 7hs am y a las 3hs pm. Es baja a las 1,30hs pm. Sube en los siguientes períodos (3,7) am y (13.5,8) pm, y baja en los períodos (7,1.5) am/pm y (8,12) pm.

En la segunda "subida) sube más rápido: 5 metros cada 3 horas. En la segunda "bajada" baja 5,5 metros cada 3 horas.

La profundidad varía 9 metros (desde 1 metro a 10 metros).

La profundidad promedio es: (4 + 10 + 1,5 + 10 + 4)m : 5 = 5,9 metros. Se podría ajustar un poco más este resultado buscando más valores intermedios.

b. Lo que determina la posibilidad de entrada de los barcos es el calado.

El barco del diagrama, si no está cargado, puede entrar entre las 3hs am y las 12hs, y entre las 3hs pm y las 12hs pm.

Si está cargado puede entrar entre las 3,5hs am y 10,5hs am, y entre las 4,5hs pm y las 11,5hs pm. (Se pueden trazar líneas horizontales con profundidad de 2 metros y de 5 metros para visualizar mejor la situación).

Por ejemplo, se puede hacer una tabla así:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Calado (metros) | 2 | 3 | 5 | ... |
| Horario de 24 horas (miércoles) | (3,12)<br>y (15,24) | (3,11.5)<br>y (15.5,24) | (3.5,10.5)<br>y (16.5,20.5) | ... |

c. Para completar el gráfico, se repite la curva desde las 11hs am hasta las 12hs pm, y así sucesivamente. Luego se hace un análisis similar al que se hizo en la tabla anterior para completar la tabla.

***Tópicos relevantes:** Este problema es muy bueno para trabajarlo con los chicos, especialmente por dos aspectos. Por un lado, para que no confundan trayectoria con representación gráfica entre dos variables. Por otro lado, se vuelve a ver una **función periódica,** pero al pedírseles que dibujen como sigue la gráfica, en realidad se les está pidiendo que descubran el período de la función.*

*Se recuerda que: una función periódica es tal que las imágenes de los valores del dominio se repiten cada cierto intervalo. A la longitud de ese intervalo se le llama **período** (siempre medido sobre el eje de abscisas).*

**13. VUELOS ESPACIALES**

a. El gráfico 1 corresponde a sistema no regenerativo, el 2 a parcialmente regenerativo y el 3, totalmente regenerativo.

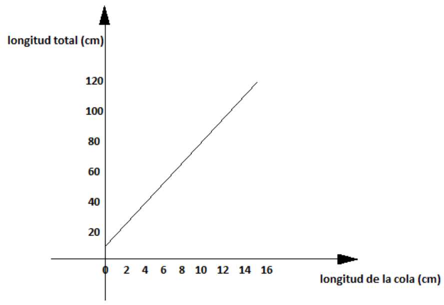
b. (0,a)→1 ; (a,c) → 2 ; (c,∞) → 3.

La grafica 3 en teoría podría ser infinita, pero eso implicaría que las astronautas se sigan reproduciendo por siempre (entre la misma familia). En la práctica, seguro que en algún momento se termina, no se puede asegurar.

| |
|---|
| ***Tópico relevante:*** *Este problema es interesante porque permite ver cuándo una función es mayor que otra (**f(x) ≥ g(x)**) y en qué **intervalos**.* |

**14. LAMPROPELTIS POLYZONA**

a.




b. El parámetro 11 (ordenada al origen) significa la longitud de la víbora cuando todavía no le creció la cola y el parámetro 7,4 significa que por cada centímetro que crece la cola, el ofidio crece esa cantidad (pendiente).

c. No son proporcionales los comportamientos de estas longitudes. Si bien el crecimiento es constante, la función no contiene el punto (0,0) y además los cocientes entre las componentes de cada punto perteneciente a la función no es constante. Por ejemplo, los puntos (1; 18.4) y (2; 25.8) pertenecen a la gráfica, sin embargo 18.4/1 ≠ 25.8/2.

d. Dom: (0; 14.73]  ;  Im: [11;120]

| |
|---|
| ***Tópicos relevantes:*** *Aquí se trabaja con una función lineal. Se analiza el significado de sus parámetros: el **dominio** y la **imagen** de la función, **pendiente** y **ordenada al origen**. Es importante hacer este análisis apoyándonos en el contexto del problema. Este análisis se puede repetir con todos los problemas. En este caso se les puede preguntar a los estudiantes si en el eje de abscisas pueden ir números negativos (lo mismo en el eje de ordenadas), si los números en ambos ejes son enteros o reales y por qué, si la función puede seguir hasta ∞. Es fundamental, para contestar estas preguntas, remitirse al contexto. Entonces ya pueden empezar a escribir dominio e imagen como **intervalos**, analizando también si son **abiertos, cerrados** o **semi-abiertos**.* |

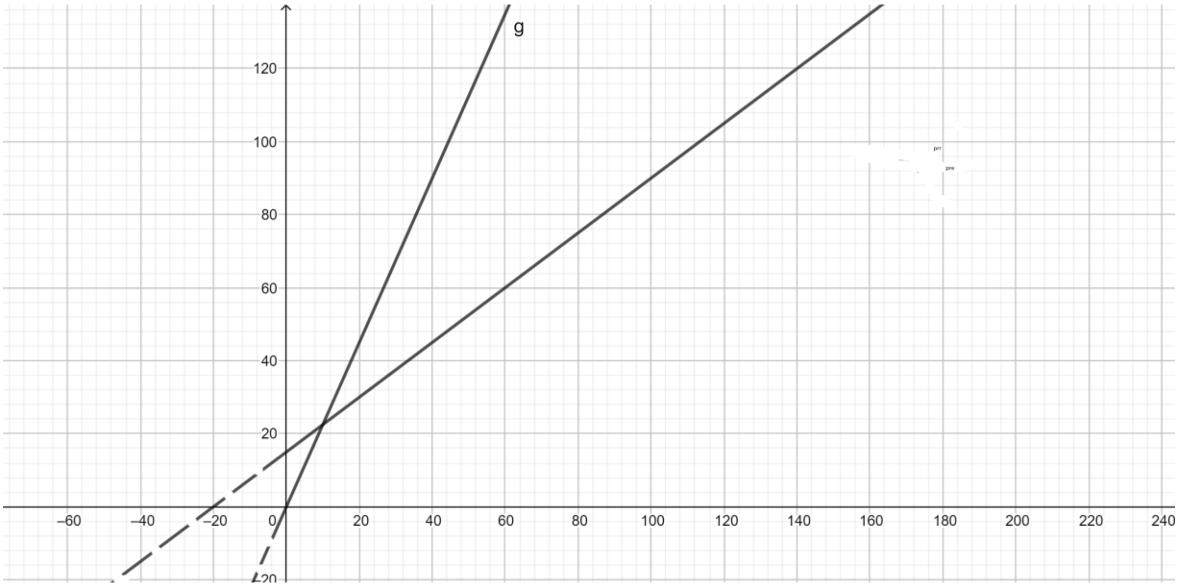
**15. ALQUILER DE MOTOCICLETAS**

Producción libre. Puede suceder que la gente piense que, al ser más barato el costo por kilómetro, el total será más barato también.

a. El Jinete Loco sube $ 750 por kilómetro, pero eso no quiere decir que es más barato. Tiene un costo fijo inicial y todo dependerá de la cantidad de kilómetros recorridos.

b. Jinete Loco: y = 750x + 15 000  La Supermoto: y = 2250x

costo x 1000($)




Kilómetros recorridos

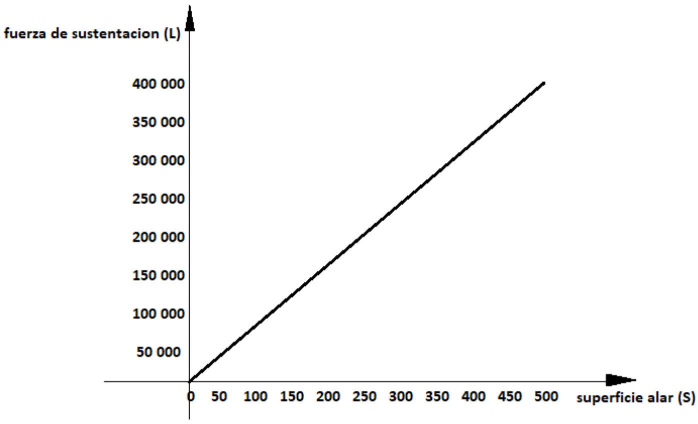
A partir de los 10 kilómetros el Jinete Loco resulta más barato (su gráfica queda por debajo de la otra).
c. Les recomendaría que vean cuántos kilómetros piensan recorrer para ver qué alquiler les conviene más.
d. Esta es una función partida. Para el intervalo (0,20) la función es constante y = 0.
A partir de 20 kilómetros la función es y = 22500x – 45000

***Tópicos relevantes:*** *Este es un problema de* ***encuentro****. Puede ocurrir que los estudiantes todavía no hayan visto sistemas de ecuaciones lineales, pero es interesante cómo lo pueden resolver apoyándose en el gráfico. De esta manera hacen un primer acercamiento al tema. Si grafican las dos ecuaciones iniciales, pueden hallar el punto de encuentro haciendo aproximaciones al valor de x que satisfaga las dos ecuaciones a la vez, o aproximando al mirar el gráfico. En este problema el valor de x que da solución es entero, pero tiene que quedar bien claro que, si no lo es y queremos hallar la solución exacta, el gráfico ayuda mucho, pero hay que recurrir a lo analítico.*
*Luego se llega a la conclusión de que cuando una recta está por encima de la otra, los valores de la* ***variable dependiente*** *(en este caso el precio) son mayores, entonces se debe pensar en qué trayecto conviene más alquilar en un negocio u otro. En el último punto se puede graficar la recta haciéndola pasar por el punto (20,0) y usando la pendiente, y se vuelve a comparar con la otra recta en forma análoga a la situación anterior. La ordenada al origen es negativa, si se quiere construir la fórmula hay que reemplazar el punto (20,0) en y = ax + b y despejar b.*

**16. CÓMO SE MANTIENE EN EL AIRE UN AVIÓN**

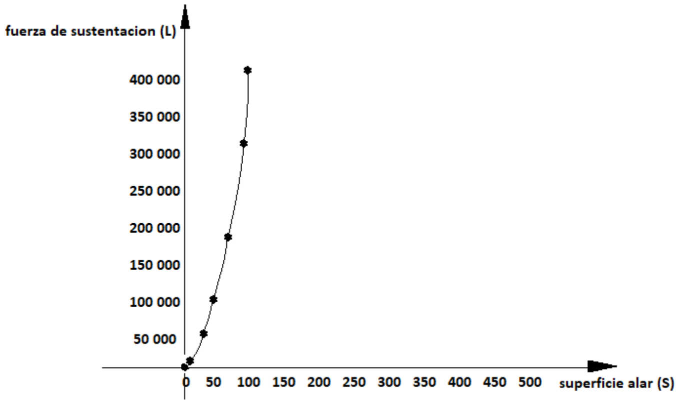
a. $L = k \,.\, s \,.\, v^2 = 0{,}08 \,.\, 10\,000 \,.\, S = 800 \,.\, S$

Variable independiente: superficie alar
Variable dependiente: fuerza de sustentación
Se relacionan en forma directamente proporcional




b. $L = k \cdot s \cdot v^2 = 0{,}08 \cdot 511 \cdot v^2 = 40{,}88 \cdot v^2$

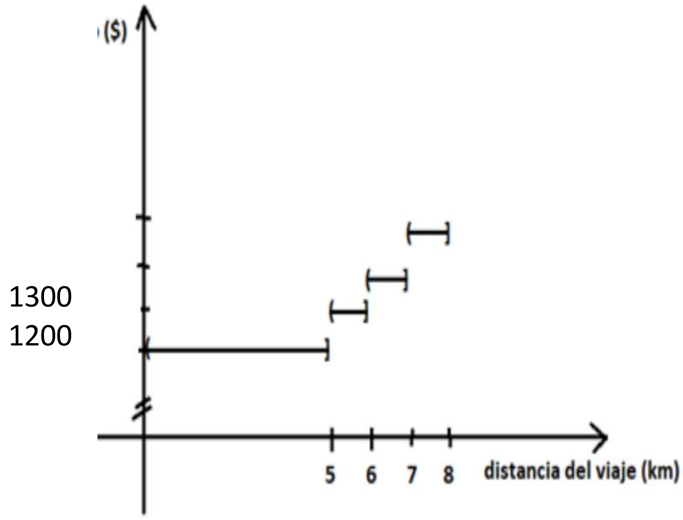
Variable independiente: velocidad del avión
Variable dependiente: fuerza de sustentación
Se relacionan a través de una función cuadrática




c. En un principio es más lenta la función cuadrática, pero luego crece mucho más rápido que la lineal.

***Tópicos relevantes:*** *En una misma situación y haciendo uso de la misma fórmula, se fija un valor constante a uno de los parámetros para que esta función se transforme en lineal (proporcionalidad directa) o cuadrática. Luego se comparan ambos crecimientos. Es importante que los estudiantes justifiquen, aunque sea con palabras, cuál crece más "rápido".*
*Los parámetros se trabajan sin unidades por una cuestión de simplificar el trabajo. No es lo óptimo. Lo cierto es que las unidades se simplifican con las unidades de la constante k quedando solamente las unidades de la variable dependiente. La fuerza de sustentación por lo general se mide en Newtons.*

**17. REMISES CAÑAS**



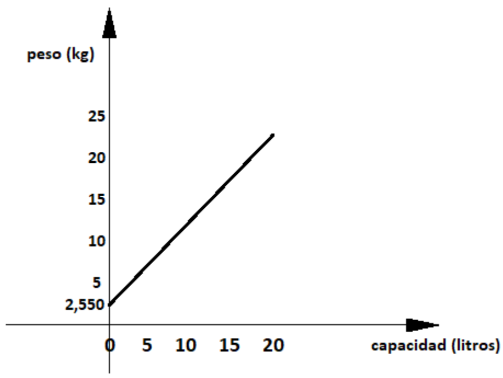

La variable independiente es la cantidad de kilómetros que pueden recorrer los remises, el dominio va desde 0 hasta el fin del viaje. Se trata de números reales. La variable dependiente es el costo de los viajes. El condominio es un conjunto discreto que va desde 350 en adelante a intervalos de 10.

| |
|---|
| ***Tópicos relevantes:*** *Los estudiantes deben descubrir que no se puede hallar una fórmula para calcular la tarifa, lo que se puede hacer es una tabla, ésta puede ayudar a realizar el gráfico. Es tentador pensar que puede ser una función lineal, pero cuando hagan el gráfico (el docente debe estar atento a los errores) verán que se trata de una función* ***escalonada****. Acá aparecen conceptos nuevos: función* ***escalonada****, función* ***parte entera*** *(a partir del valor 5 del dominio) y se llama así porque en todo el recorrido de ese número entero la función es constante en* ***intervalos semiabiertos*** *(abierto y cerrado). Cuando pasa al entero siguiente cambia de valor, pero se vuelve a mantener constante a lo largo de 1 unidad. Ver el gráfico.*<br>*Es importante discutir con los alumnos en qué "escalón" está el valor del extremo del intervalo. Por ejemplo, si la marca fue de 6 kilómetros justos, ¿es $ 360 o $370? La lógica nos dice que la tarifa es $ 360. Esta disyuntiva se soluciona con una* ***convención****: los* ***intervalos abiertos****,* ***cerrados*** *o* ***semiabiertos*** *(que sería este el caso). Cuando empieza el primer intervalo, es abierto en ese extremo porque no tiene sentido cobrarle algo al pasajero si no hizo ningún recorrido.* |

## 18. UN CÁNTARO CON AGUA

y = 1000x + 2550 (en gramos) o
y = x + 2,550 (en kilogramos)

Puede llegar a pesar 22,550 kg (suponiendo que el peso de un litro de agua equivale a un kilogramo).
Es una función continua y el dominio es (0,20)



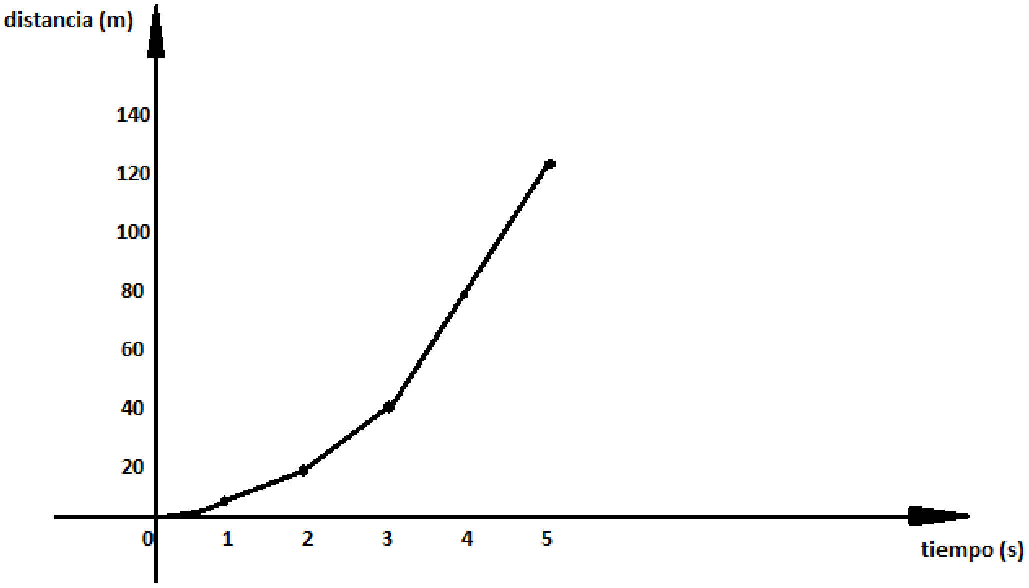

***Tópicos relevantes:*** *Este problema es rico por varias razones. En principio, poder interpretar la situación de que se trata de un problema lineal y que se puede representar a través de una fórmula. También es muy claro para poder analizar el* ***dominio*** *y la* ***imagen*** *y determinar si es* ***continua*** *o* ***discreta****. Se debe prestar atención a las unidades, es decir, estamos buscando el peso del cántaro (variable dependiente) y lo que va variando en el dominio es la capacidad (cantidad de litros de agua que se va agregando). En general, las fórmulas se expresan a través de x e y (elementos del dominio y de la imagen respectivamente), o a lo sumo se rotulan con letras representativas (en este caso serían P y C para peso y capacidad), pero, ¿qué pasa con las unidades? No está de más recordarles a los estudiantes cuáles serían las unidades (y es una buena forma para no equivocarse también): P = 1000 C + 2550. Si agregamos las unidades P(g) = 1000 g/l . C(l) + 2550 g. Simplificando los litros nos da todo en gramos, con lo cual se pueden sumar las cantidades y a su vez equilibrar la ecuación.*

## 19. EL PLUVIÓMETRO

En y = f(x), Dom: [0,100]. La imagen puede variar, según se trate el problema. Por ejemplo, podríamos pensar en cuál es la imagen si f(x) representa el diámetro del tanque en cada punto x de altura. En este caso, la función sería una constante. Puede haber otras variantes para f(x), y en cada uno de ellos variaría la imagen y la función.
En g = v(x), Dom: [0,100] ; Im [0,31 400]. Se trabajó con cm.

***Tópicos relevantes:*** *Dadas dos funciones diferentes que representan situaciones diferentes de un mismo contexto, se pide, analizando el mismo, que se encuentren* ***dominio*** *de cada una de ellas y la* ***imagen*** *de la segunda.*

## 20. ENCONTRANDO FUNCIONES EN TABLA DE VALORES




Por la forma del gráfico se puede inferir que no se trata de una función lineal. Se podría sospechar que es una función exponencial o cuadrática.
No tiene términos que se suman o restan porque al valor 0 del dominio le corresponde 0 en la imagen.
Pensando que puede ser una función cuadrática, cuando t = 1, al elevar ese valor al cuadrado sigue dando 1; entonces para obtener 5 en la imagen podríamos multiplicar por una constante 5. Luego se ve que esa regla se cumple para los demás valores: $d = 5\ t^2$.
En 10 segundos la piedra recorre $d = 5 \cdot 10^2 = 500$ metros. La constante 5 tiene unidades $m/s^2$, luego $d(m) = 5\ m/s^2 \cdot (10s)^2 = 500$ m.

***Tópicos relevantes:*** *En este problema se relaciona* ***tabla****,* ***gráfico****,* ***fórmula****, pero con la diferencia de que se parte en sentido inverso al habitual para descubrir la fórmula. Para ello se realiza un trabajo inductivo, ¡lo cual no nos garantiza que la función siga teniendo ese comportamiento con valores más grandes!*

**21. LA SEQUOIA**

a. Simplificando la fórmula (porque existen otros parámetros que influyen en el fenómeno de capilaridad, C = d/h (donde d es el diámetro que se considera constante, y h es la altura que alcanza el agua). En general, la función es f(x) = k/x. Es una función de proporcionalidad inversa, cuanto mayor es el diámetro del tubo capilar, menor será la altura que alcance el agua.
b. C = 0,1/h (en mm)
c. Supongamos que se trata de la misma altura, y que lo que varía es el diámetro. Al aumentar este, la capilaridad disminuye y viceversa.
d. Podría ser: Dom: (0,5 000] (en cm., para una sequoia de 50 metros de altura), tomando la fórmula del punto b.
Im: (+∞,0.00002]

***Tópicos relevantes:*** *se trata de una función* ***inversamente proporcional****, pero como toda situación de la realidad, es interesante analizar con los estudiantes el rango del* ***dominio*** *o de la* ***imagen*** *(entre otros conceptos). Por ejemplo, si el diámetro del tubo tuviera 1 metro de diámetro, ¿subiría el agua? ¿A qué se deben las limitaciones?*

**22. LA FUNCIÓN DE DIRICHLET**

No se puede graficar. Salta permanentemente entre los valores 0 y 1. Pero además de eso, en medio de cada salto hay infinitos saltos, y así sucesivamente, dada la propiedad de densidad de los números racionales.

***Tópicos relevantes:*** *La función de Dirichlet es una curiosidad. Si bien está dada por fórmula, es imposible graficarla ¿Por qué? Si nos remitimos a la propiedad de* ***densidad de los números racionales****, sabemos que entre dos números racionales siempre hay un número racional (y por ende infinitos). Lo mismo ocurre con los números irracionales. Si bien el dominio de esta función son los números reales, es imposible buscar imágenes gráficamente, ya que haríamos encaje de intervalos hasta infinito y para esto el papel y lápiz sería una limitación.*

**23. ACCIDENTES AUTOMOVILÍSTICOS**

Repetir todo el proceso de cálculos dados para una velocidad de 120km/h, esto da un resultado de 68,32 metros aproximadamente.

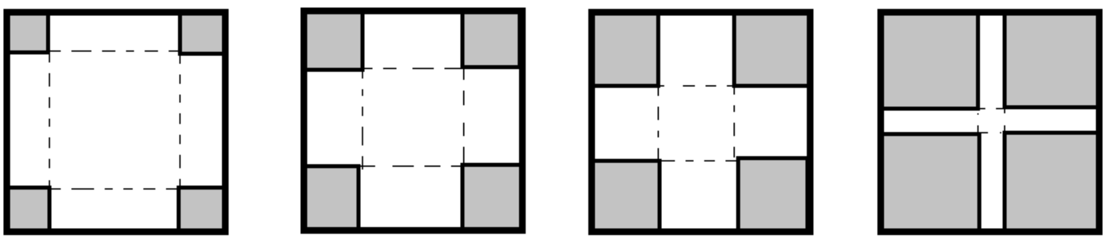
Todas las variables son continuas. Los conjuntos numéricos para el dominio y la imagen son los números reales.

***Tópicos relevantes:*** *Esta situación problemática tiene mucho que ver con nuestra vida cotidiana.*

*Está prácticamente desarrollada la solución. Queda a criterio del docente darla así o "retacear" información para que los estudiantes investiguen y descubran.*

**24. DISEÑANDO UN TANQUE DE AGUA**

i.



ii. Por ejemplo, si las esquinas miden 30 cm x 30 cm, el volumen será 140 cm x 140 cm x 30 cm = **588 000** cm$^3$. Si miden 50 cm x 50 cm, el volumen será 100 cm x 100 cm x 50 cm = **500 000** cm$^3$. Si los lados de los cuadrados esquineros miden la tercera parte del lado de la plancha (200 cm : 3 = 66,66 cm), el volumen será 66,66 cm x 66,66 cm x 66,66 cm = 296 207,42 cm$^3$ (cubo). Si las esquinas miden 90 cm x 90 cm, el volumen será 20 cm x 20 cm x 90 cm = **36 000** cm$^3$.

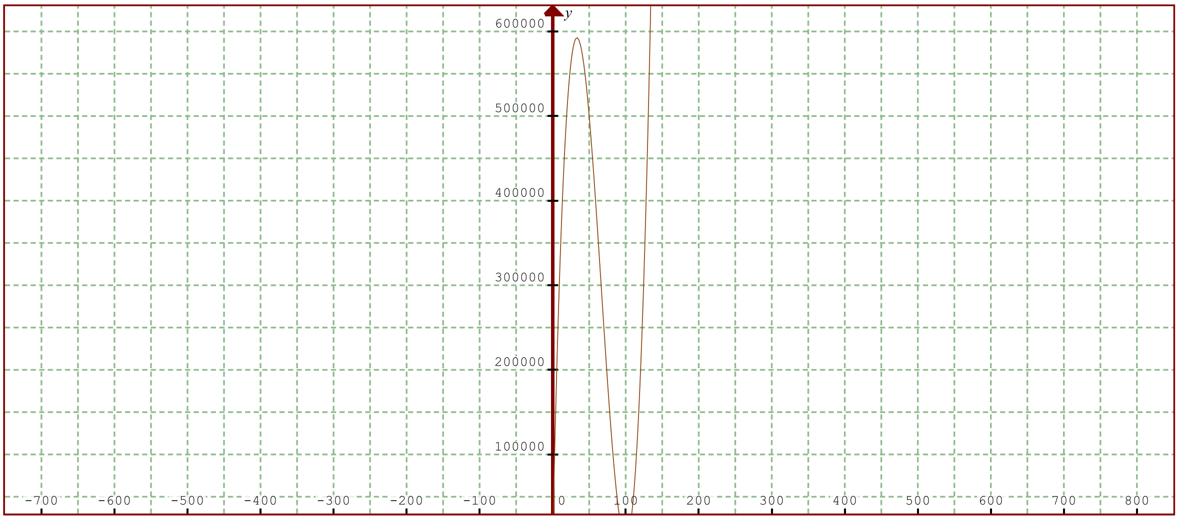
iii) Denominando x al lado de los cuadrados esquineros, el volumen ($cm^3$) sería V = (200 – 2x) . (200 – 2x) . x = 400 000x – 800$x^2$ + 4$x^3$

Cuando x se acerca a 100, el volumen tiende a cero (prácticamente no queda base del tanque).

El volumen máximo es cuando x = 33,33 o 100/3): V = 133,34 cm x 133,34 cm x 33,33 cm = **592 592,58** $cm^3$ (este valor se calculó haciendo cálculo diferencial, los alumnos pueden ir aproximando, van a ver que a medida que achican los esquineros, el volumen aumenta, pero en determinado momento empieza a decrecer).

El cuadrado esquinero más grande que se puede cortar es de 100 cm de lado, en ese caso no se puede armar el tanque porque la base sería 0.

Este gráfico representa la función y = 400 000x – 800$x^2$ + 4$x^3$ .



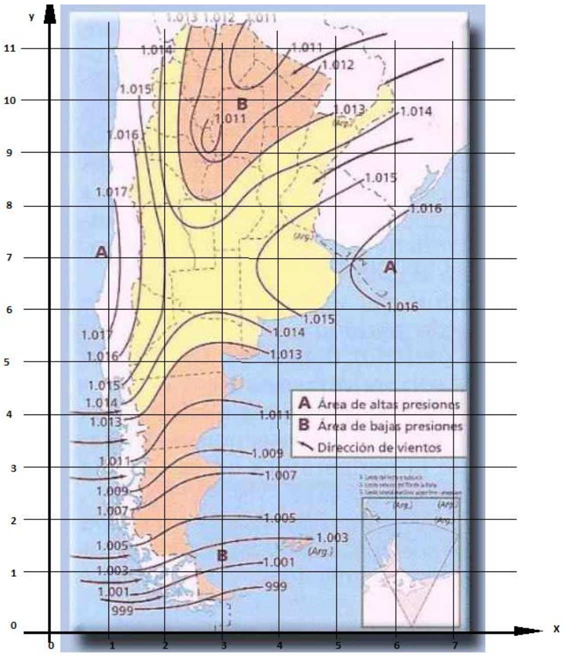

Teniendo en cuenta que el dominio de esta función es (0,100), la gráfica y la tabla de valores dentro de este contexto es:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Long. de los lados de los cuadrados esquineros (cm) | 30 | 50 | 66,66 | 90 | 33,33 | 100 | 1 | 0 |
| Volumen del tanque ($cm^3$) | 588000 | 500000 | 296385,18 | 36000 | 592592,58 | 0 | 39204 | 0 |

***Tópicos relevantes:*** *Tiene mucha riqueza este problema. Por ejemplo, la independencia entre dimensiones lineales y cúbicas (no son proporcionales), las distintas formas de representar la situación para poder hacer el su análisis y un nuevo concepto del análisis funcional:* ***máximos*** *y* ***mínimos****, que surgen de un trabajo experimental en el cual el estudiante puede comprender y razonar este concepto, para luego ver cómo se corresponde en el gráfico cartesiano.*

**25. ISOLÍNEAS (ISOTERMAS, ISOBARAS, ISOHIETAS Y CURVAS DE NIVEL)**

a. A y B diferencia las zonas de mayor o menor presión, tomando como límite una presión de 1013 mb (milibares).
b. Producción libre.
c. Producción libre.
d.




Por ejemplo, los datos de la tabla podrían ser:

| Ubicación del punto | (2,6) | (3,2) | (2,7) | (2,11) |
|---|---|---|---|---|
| Presión atmosférica | 1.015 | 1.005 | 1.015 | 1.014 |

Se podría dibujar en 3 ejes. Quedaría como un “corte” de la tierra.

e. El dominio son los puntos del plano o mapa y la imagen son los valores de isolíneas correspondientes.

Esta función no es inyectiva dado que a varios valores del dominio le pueden corresponder uno solo de la imagen.

***Tópicos relevantes:*** *Es interesante entender los conceptos de* ***biyectividad*** *e* ***inyectividad*** *dentro de una situación extra matemática (interárea y en un contexto real), los mismo para el* ***dominio*** *e* ***imagen*** *de una situación.*

**26. CRECIMIENTO LOGÍSTICO**

Producción libre.

***Tópicos relevantes:*** *Función* ***logística*** *(es bastante compleja su expresión algebraica, es decir, intervienen varios parámetros, se usa para representar en general los crecimientos de población.*

**27. ¿Por la cocina cómo andamos?**

Si el desinfectante tiene un 99,9% de efectividad, quiere decir que el 0,1% de bacterias queda vivo. Eso significa: 0,1% de 2 000 000 = 2 000

Representando en tablas de valores (usando como unidad de tiempo los minutos o períodos de 20 minutos):

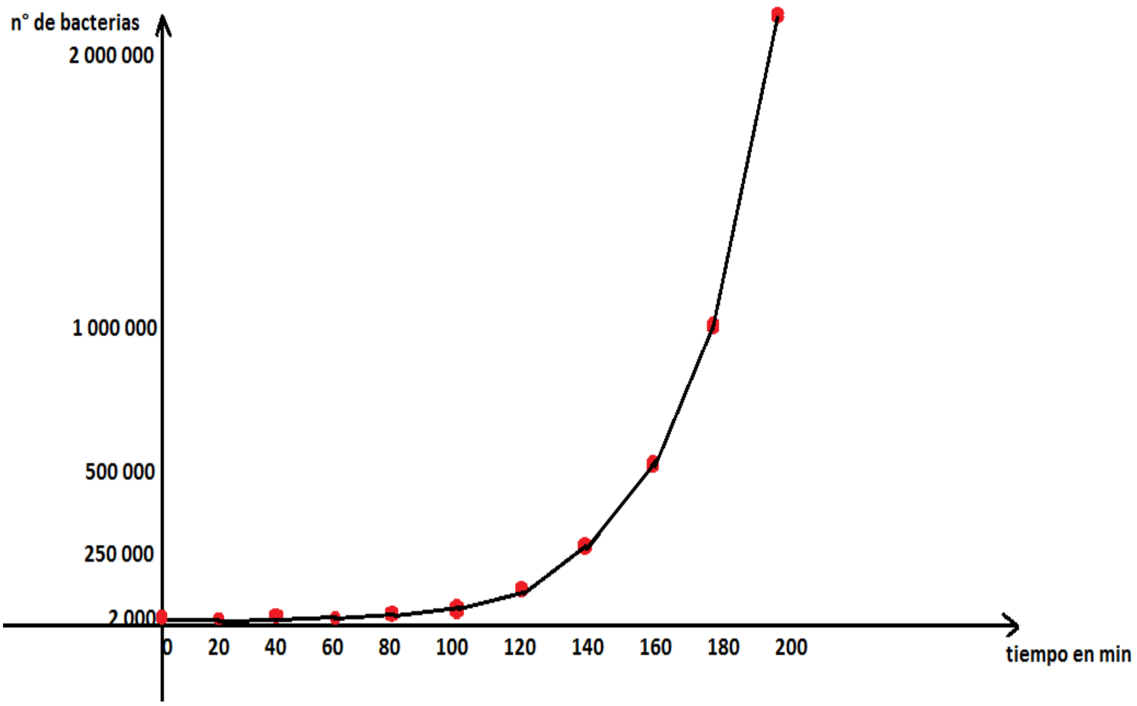
| tiempo (min) | bacterias |
|---|---|
| 0 | 2 000 |
| 20 | 4 000 |
| 40 | 8 000 |
| 60 | 16 000 |
| 80 | 32 000 |
| 100 | 64 000 |
| 120 | 128 000 |
| 140 | 256 000 |
| 160 | 512 000 |
| 180 | 1 024 000 |
| 200 | 2 048 000 |

x 2
x 2
.
.
.
.

entre estos dos datos hay 2 000 000 bacterias, o sea que entre 180 min y 200 min (más cerca de 200) = 3,3 horas

| tiempo (períodos de 20 min) | bacterias | |
|---|---|---|
| 0 | 2 000 | 2 000 |
| 1 | 4 000 | 2 000 x 2 |
| 2 | 8 000 | 2 000 x 2 x 2= 2 000 x $2^2$ |
| 3 | 16 000 | 2 000 x 2 x 2 x 2= 2 000 x $2^3$ |
| 4 | 32 000 | 2 000 x 2 x 2 x 2 x 2..... |
| 5 | 64 000 | . |
| 6 | 128 000 | . |
| 7 | 256 000 | . |
| 8 | 512 000 | . |
| 9 | 1 024 000 | |
| 10 | 2 048 000 | |

También se puede resolver el problema con un gráfico cartesiano:




Todas estas formas de organizar la información para lograr una respuesta al problema (diagrama de árbol, tabla de valores, fórmula, gráfico cartesiano) son **modelos de** (principio de la Educación Matemática Realista), y se denominan así porque permiten solución esta situación en particular. }

El problema nos conduce a la fórmula B= 2 000 . $2^t$, donde B es el número de bacterias y t es el número de períodos de 20 minutos.

Ante la pregunta "¿se puede dar una respuesta al problema que no sea aproximada?", la respuesta es sí, pero todavía los estudiantes no tienen las herramientas para hacerlo (estamos hablando de aplicar logaritmos para resolver una ecuación exponencial).

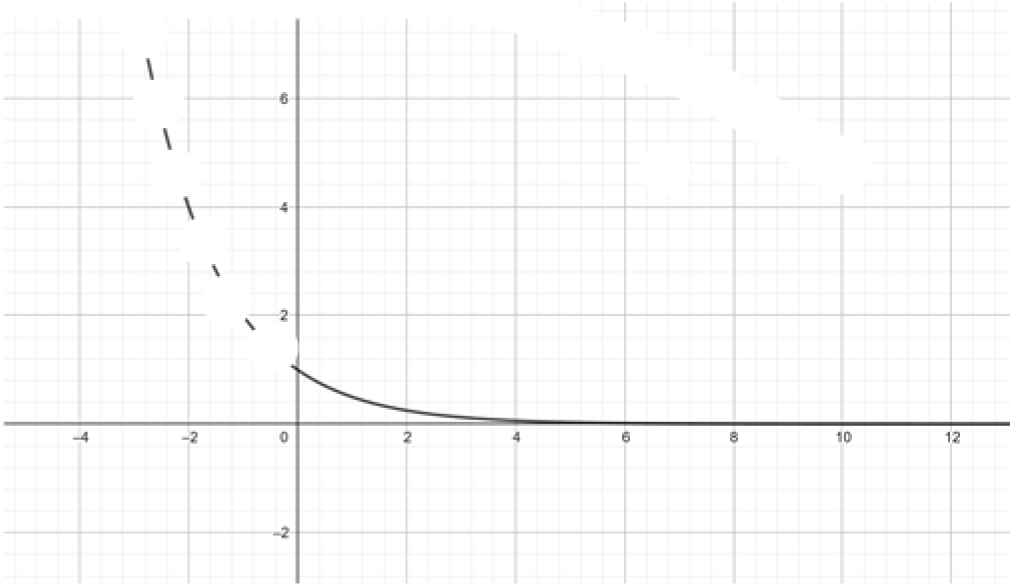
***Tópico relevante:*** *Este problema se puede trabajar para llegar a la solución de una situación* ***exponencial*** *a través de distintas representaciones, como también para*

</>

*introducir el concepto de **función exponencial**, presentando el mismo a los estudiantes (sin explicaciones previas) y que traten de resolverlo de la manera que puedan).*

**28. MUÉSTRAME TU CARBONO Y TE DIRÉ DE CUÁNDO ERES**

a.



Esta función es continua.

b. El dom: [0,+∞) ; Im: [1, 0). Las variables son el tiempo desde que el ser vivo murió, en adelante y la cantidad de $C_{14}$ que tenía el ser vivo al momento de morir en adelante.

Las unidades están dadas en períodos de tiempo de vida media (por ejemplo, en este caso, cada unidad corresponde a 5730 años).

c. $1/128 = 1/2^7$, esto quiere decir que pasaron 7 períodos de 5730 años, o sea 40 110 años.

d. Si pasaron 51570 años, quiere decir que pasaron 51570:5730 = 9 períodos. La cantidad de $C_{14}$ se redujo en $2^9 = 512$ veces.

e. Pasaron 2 períodos, se redujo una cuarta parte, o sea el 25%. Quedan 62,5g.

f. Si se comienza con una cantidad mayor, pasado el mismo período quedará mayor cantidad. Lo que se reduce es el mismo porcentaje.

***Tópicos relevantes:** Este problema del carbono 14 fue adaptado de un artículo de la revista Muy Interesante, que hablaba de los fósiles. A los que no conocíamos del tema parecía algo mágico poder determinar la edad de un fósil ¿Será un reactivo que le ponen? ¿Será una máquina que lo determina?*

*Al leer el artículo (que explicaba de una manera relativamente elemental como funcionaba el misterioso isótopo), sale de una manera casi directa que se trata de una **función exponencial de base ½** (se reduce siempre a la mitad cada período de tiempo fijo, vida media).*

*Este actividad fue puesta en el aula tal cual como está escrita en el artículo (las preguntas son agregadas). Luego de unos años apareció este problema en varios libros de texto….*

<//>

**EVALUACIÓN**

Sugerimos proponer una o dos situaciones para trabajar en grupo de 2 o 3. Se complementa el desarrollo escrito con una exposición oral defendiendo la producción.

**CUADRO RESUMEN DE LOS CONTENIDOS TRATADOS EN ESTA SECUENCIA**

| FUNCIONES TRABAJADAS | CONCEPTOS DEL ANALISIS FUNCIONAL | TIPOS DE REPRESENTACIÓN |
|---|---|---|
| **ESCALONADA**<br>**PARTE ENTERA**<br>**LINEAL**<br>**CUADRÁTICA**<br>**EXPONENCIAL**<br>**PERIÓDICAS**<br>**EXPERIMENTAL**<br>**LOGÍSTICA** | **CONTINUIDAD**<br>**DISCRETITUD**<br>**ESCALA**<br>**DOMINIO**<br>**IMAGEN**<br>**MÁXIMO**<br>**MÍNIMO**<br>**CRECIMIENTO**<br>**ASÍNTOTAS**<br>**INTERVALOS**<br>**PERIODICIDAD**<br>**AMPLITUD**<br>**FRECUENCIA** | **GRÁFICOS**<br>**TEXTO**<br>**TABLAS**<br>**FÓRMULAS** |

**Fuentes**

Los problemas fueron adaptados de las siguientes fuentes:


- Artículos varios de la Revista *Muy Interesante.*
- Carnelli, Novembre y Vilariño: *Función de Gala.* Ed. El Hacedor.
- Enciclopedia Británica: Colección de Preálgebra de *Las Matemáticas en contexto.* EE.UU: 1999. *Tracking graphs* (Recorriendo las gráficas).
- Enciclopedia Británica: Colección de Preálgebra de *Las Matemáticas en contexto.* EE.UU: 1999. *Ups and Downs* (Altas y Bajas).
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures* Dordrecht.
- Guzmán, Miguel de y otros (1987): *Matemáticas Bachillerato.* Ed. Anaya.
- Hewet Wiskunde (1984): *Funciones en dos variables.* Educaboek. Culemborg, The Netherlands.
- Isobaras - Mapas de Climas de Argentina: Isotermas e Isohietas. Disponible en https://historiaybiografias.com/mapa_climas/
- Rabino, A. Cuello, P. (2017): *Matemática Realista en la Educación Secundaria.* Ed. Novedades Educativas.
- Van Reeuwijk, M. y M. Wijers, (1997), Students’ construction of formulas in context, *Mathematics Teaching in the Middle School.* Vol. 2(4): 230-236.