NO SOLO PUEDE FALLAR LA VISUALIZACIÓN…

¡TAMBIÉN LA INTUICIÓN NECESITA REVISIÓN!

Adriana Rabino

¿Cuál es el valor de a^0? ¿Y el de 0! (factorial)? ¿Qué nos dice la intuición?

Es muy probable que se sigan procedimientos como estos:

$2^4 = 2 . 2 . 2 . 2 = 16$

$2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$

$2^2 = 2 . 2 = 4$

$2^1 = 2$

Como en todos los productos hay tantos 2 como indica el exponente, entonces:

2^0 = ningún 2, nada. Por lo tanto $2^0 = 0$

Análogamente:

5! = 1 . 2 . 3 . 4 . 5 = 120

4! = 1 . 2 . 3 . 4 = 24

3! = 1 . 2 . 3 = 6

2! = 1 . 2 = 2

1! = 1

0! = nada, entonces 0! = 0

Es muy difícil convencer a los estudiantes de que $a^0 = 1$ o que 0! = 1 con argumentos intuitivos. La realidad es que, en un sistema axiomático, existen entes primitivos y definiciones que se aceptan como tal, sin argumentación o demostración alguna. Es este el caso: se define que $a^0 = 1$ y que 0! = 1. Como con esto se evitan contradicciones dentro del sistema, se aceptan así y no se discute. Hay formas de verificar esta "no contradicción". Por ejemplo:

$2^5/2^5 = 2^{5-5} = 2^0$

A su vez, $2^5/2^5 = 32/32 = 1$. Por lo tanto, debe ser $2^0 = 1$ (se puede generalizar este procedimiento).

En otros casos se generalizan resultados cuya explicación intuitiva se cree que es válida en contextos diferentes. Por ejemplo, si x representa la medida de un ángulo en radianes y θ representa esta medida en radianes, es frecuente que se caiga en el error de considerar que el límite de sen x/x y el de sin θ / θ, cuando el ángulo tiende a cero, son iguales a 1. A fin de cuentas se trata de los mismos ángulos… Veamos que esto no es así.

$$¿\lim_{\theta \to 0} \frac{sen\ \theta}{\theta}\ ?$$

Como sabemos θ = (180°/π) x, por lo que $\lim_{\theta \to 0} \frac{sen\theta}{\theta} = \lim_{x \to 0} \frac{sen\ x}{\left(\frac{180}{\pi}\right)x} = \frac{\pi}{180} \lim_{x \to 0} \frac{sen\ x}{x} = \frac{\pi}{180}$