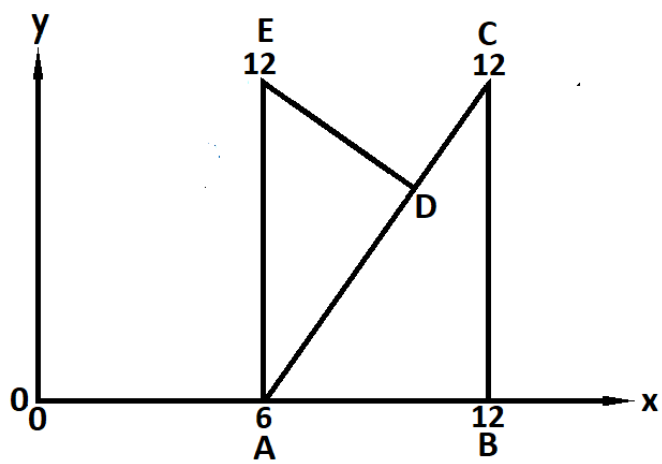
DOS MIRADAS: LA GEOMETRÍA SINTÉTICA Y LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Oscar Bressan

La Geometría Sintética tiene en Euclides (s. IV a.C.) su figura central basándose en el estudio de las figuras, sus relaciones y el uso del teorema de Pitágoras. La Geometría Analítica nace con los trabajos de René Descartes (1596-1650) y Pierre Fermat (1607-1665) mediante la definición de un sistema de coordenadas y el uso del álgebra para demostrar propiedades geométricas.

Estas dos geometrías no son excluyentes y veremos como probar una propiedad geométrica simple desde ambas.

Tenemos dos segmentos verticales (AE y BC) de 12 unidades de longitud, un segmento AC que los une y un segmento ED que es perpendicular AC. Queremos saber cuánto mide el segmento ED.



RESOLUCIÓN POR GEOMETRÍA SINTÉTICA

Observamos que los triángulos ABC y ADE son rectángulos y que el ángulo BCA es igual al ángulo EAD (por alternos internos entre paralelas), en consecuencia son triángulos semejantes. Esto implica que la longitud de cada lado de un triángulo es proporcional al similar del otro triángulo:

AE/AC = DE/AB = AD/BC

AC = $(AB^2 + BC^2)^{(1/2)} = (6^2 + 12^2)^{(1/2)} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

AE/AC = $12 / (6\sqrt{5}) = 2 / \sqrt{5}$

` DE / AB = DE / 6 = $2 / \sqrt{5}$

$\boxed{DE = AB \times 2 / \sqrt{5} = 12 / \sqrt{5}}$

RESOLUCIÓN POR GEOMETRÍA ANALÍTICA

El segmento AC pertenece a una recta cuya pendiente es 12/6 = 2 y que pasa por el punto A cuyas coordenadas son x = 6, y = 0 y por el punto C con coordenadas x=12 e y = 12.

$y = ax + b \Rightarrow 0 = 2.6 + b \Rightarrow b = -12$

La ecuación de esa recta es:

$$y = 2x - 12$$

(Vemos que para x = 6 obtenemos y = 0 y para x = 12 obtenemos y = 12).

El segmento ED pertenece a la recta:

` $$y = -(1/2)\,x + 15$$

(Vemos que la pendiente es la inversa de la primera recta con el signo cambiado, que es la relación de las pendientes de dos rectas perpendiculares y que pasa por el punto E con x = 6 y con y = 12, o sea 12 =-1/2 .6 + b => b = 15)

El punto D es la intersección de las dos rectas, que ocurre cuando

$$2x - 12 = -(1/2)\,x + 15 \quad \rightarrow x = 54/5$$

y para este valor de x tenemos que $\rightarrow y = 48/5$

La longitud de DE es la distancia entre el punto D [54/5; 48/5] y E [6; 12], o sea:

$$\boxed{DE = [(54/5 - 6)^2 + (48/5 - 12)^2]\,^\wedge(1/2) = 12/\sqrt{5}}$$

Como no podía ser de otro modo el resultado es el mismo, pero el procedimiento de cálculo es muy diferente.

Se reitera que los procedimientos no son excluyentes.