

El profesor y la herramienta: orquestaciones instrumentales en el aula de matemáticas rica en tecnología

Paul Drijvers y Michiel Doorman y Peter Boon y
Helen Reed y Koeno Gravemeijer

Publicado en línea: 14 de julio de
2010 # Autor(es) 2010. Este artículo se publica con acceso abierto en Springerlink.com

Resumen La disponibilidad de tecnología en el aula de matemáticas desafía la forma en que los profesores orquestan el aprendizaje de los estudiantes. Utilizando la teoría de la orquestación instrumental como marco interpretativo principal, este estudio investiga qué tipos de orquestaciones desarrollan los profesores cuando utilizan la tecnología y en qué medida están relacionadas con las opiniones de los profesores sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en ella. Los datos consistieron en cintas de vídeo de 38 lecciones impartidas por tres profesores, quienes también proporcionaron información sobre sus puntos de vista a través de cuestionarios y entrevistas. El análisis cualitativo de estos datos condujo a la identificación de tipos de orquestación y perfiles de docentes. Las preferencias de orquestación de los tres profesores demostraron estar relacionadas con sus puntos de vista. Un análisis detallado de un episodio ejemplar sugiere cómo otras perspectivas teóricas podrían complementar la teoría de la orquestación instrumental.

Palabras clave Integración de tecnologías digitales. Práctica docente en el aula. Orquestación instrumental. Tecnología . Applete. Opiniones de los profesores

1. Introducción

A pesar del reconocido potencial de la tecnología para la enseñanza y el aprendizaje, su integración en la educación matemática secundaria va por detrás de las altas expectativas que muchos investigadores y educadores tenían hace algunas décadas (Lagrange, Artigue, Laborde y Trouche, 2003) . El papel del docente ha sido reconocido como un factor tanto crítico como problemático en este proceso integrador (Artigue, Drijvers, Lagrange, Mariotti & Ruthven, 2009; Doerr & Zangor, 2000; Lagrange & Ozdemir Erdogan , 2009 ; Monaghan, 2004; Ruthven y

P. Drijvers (*) : M. Doorman : P. Boon : H. Reed Instituto
Freudenthal para la Educación Científica y Matemática, Universidad de Utrecht, Utrecht, Países
Bajos Correo electrónico:
p.drijvers@uu.nl URL:
www.fi.uu.nl/tooluse/en/

K. Gravemeijer
Escuela de Educación de Eindhoven, Universidad Tecnológica de Eindhoven,
Eindhoven, Países Bajos

Hennessy, 2002). Es fundamental en el sentido de que la forma en que los profesores abordan el uso de la tecnología tiene importantes consecuencias para los efectos de su uso en el aula (Kendal y Stacey, 2002). Es problemático, ya que los docentes que no perciben el uso de la tecnología en su enseñanza como valioso para sus objetivos educativos pueden evitarlo, a menos que así lo exijan explícitamente restricciones institucionales o curriculares. Además, los profesores suelen experimentar dificultades a la hora de adaptar sus técnicas de enseñanza (Sensevy, Schubauer-Leoni, Mercier, Ligozat & Perrot, 2005) a situaciones en las que la tecnología juega un papel (Monaghan, 2004).

¿Qué es lo difícil desde la perspectiva de un docente a la hora de integrar la tecnología en su enseñanza de matemáticas? Robert y Rogalski (2005) señalan que las prácticas docentes son complejas y estables. Sobre la base de esto, Lagrange y Monaghan (2009) sostienen que la disponibilidad de tecnología amplifica la complejidad y, como consecuencia, desafía la estabilidad de las prácticas docentes: las técnicas que se utilizan en entornos "tradicionales" ya no se pueden aplicar de manera rutinaria, de la misma manera cuando la tecnología está disponible. Es necesario desarrollar un nuevo repertorio de técnicas de enseñanza, instrumentadas con las herramientas disponibles. Es probable que estas nuevas técnicas estén relacionadas con las ya existentes, así como con las opiniones subyacentes de los profesores sobre la educación matemática (Pierce y Ball, 2009).

Por lo tanto, para ayudar a los profesores a beneficiarse de la tecnología en la enseñanza diaria de las matemáticas, es importante tener más conocimiento sobre las nuevas técnicas de enseñanza que surgen en el aula rica en tecnología y cómo se relacionan con las opiniones de los profesores sobre la educación matemática y el papel de tecnología en el mismo.

2 Marco teórico y preguntas de investigación

La principal perspectiva teórica que informa nuestra investigación sobre el comportamiento docente en un entorno rico en tecnología es el enfoque instrumental del uso de herramientas y, en particular, la noción de orquestación instrumental.

El enfoque instrumental reconoce la complejidad del uso de la tecnología en la educación matemática (Artigue, 2002). Según este enfoque, el uso de una herramienta tecnológica implica un proceso de génesis instrumental, durante el cual el objeto o artefacto se convierte en instrumento. Este instrumento es una construcción psicológica, que combina el artefacto y los esquemas (en el sentido de Vergnaud, 1996) que el usuario desarrolla para utilizarlo para tipos específicos de tareas. En tales esquemas de instrumentación, el conocimiento técnico sobre el artefacto y el conocimiento específico del dominio (en este caso, el conocimiento matemático) están entrelazados. La génesis instrumental, por tanto, es esencialmente la coemergencia de esquemas y técnicas para utilizar el artefacto.

Muchos estudios se centran en la génesis instrumental de los estudiantes y sus posibles beneficios para el aprendizaje (por ejemplo, ver Kieran y Drijvers, 2006). Sin embargo, se reconoció que la génesis instrumental de los estudiantes necesita ser guiada por el profesor a través de la orquestación (McKenzie, 2001) de situaciones matemáticas (Mariotti, 2002). Por ejemplo, Kendal y colegas (Kendal & Stacey, 2002; Kendal, Stacey, & Pierce, 2004) demostraron que los profesores privilegian ciertas técnicas de uso de herramientas tecnológicas sobre otras y, de esta manera, guían la adquisición del dominio de las herramientas por parte de los estudiantes y su aprendizaje. procesos de aprendizaje. Para describir cómo el profesor puede afinar los instrumentos individuales de los estudiantes y componer conjuntos coherentes de instrumentos dentro del aula, mejorando así la génesis individual y colectiva, Trouche (2004) introdujo la metáfora de la orquestación instrumental.

Una orquestación instrumental se define como la organización y el uso intencional y sistemático por parte del profesor de los diversos artefactos disponibles en un entorno de aprendizaje (en este caso computarizado) en una situación de tarea matemática determinada, con el fin de guiar a los estudiantes.

génesis instrumental (Trouche, 2004). Distinguimos tres elementos dentro de una orquestación instrumental: una configuración didáctica, un modo de explotación y una interpretación didáctica. Estos tres elementos se describen ahora con más detalle.

Una configuración didáctica es una disposición de artefactos en el entorno o, en otras palabras, una configuración del entorno de enseñanza y los artefactos involucrados en él. En la metáfora musical de la orquestación, establecer la configuración didáctica se puede comparar con elegir los instrumentos musicales que se incluirán en la banda y disponerlos en el espacio de manera que los diferentes sonidos den como resultado una música polifónica, que en el aula de matemáticas podría reducirse a un discurso matemático sólido y convergente.

Un modo de explotación es la forma en que el profesor decide explotar una configuración didáctica en beneficio de sus intenciones didácticas. Esto incluye decisiones sobre la forma en que se introduce y trabaja una tarea, sobre los posibles roles de los artefactos a desempeñar y sobre los esquemas y técnicas que desarrollarán y establecerán los estudiantes. Las decisiones sobre el modo de explotación pueden verse como parte del diseño de una trayectoria de aprendizaje hipotética (Simon, 1995). En términos de la metáfora de la orquestación, establecer el modo de explotación se puede comparar con determinar la partición para cada uno de los instrumentos musicales involucrados, teniendo en cuenta las armonías anticipadas que surgirán.

Una actuación didáctica implica las decisiones ad hoc tomadas durante la enseñanza sobre cómo actuar realmente en la configuración didáctica y el modo de explotación elegidos: qué pregunta plantear ahora, cómo hacer justicia a (o dejar de lado) cualquier aporte particular de los estudiantes, cómo abordar con un aspecto inesperado de la tarea matemática o de la herramienta tecnológica, u otros objetivos emergentes.

En la metáfora de la orquestación, la interpretación didáctica se puede comparar con una interpretación musical, en la que la interacción real entre director y músicos revela la viabilidad de las intenciones y el éxito de su realización.

Trouche (2004) introdujo las configuraciones didácticas y los modos de explotación. Como una orquestación instrumental se prepara en parte de antemano y en parte se crea "sobre el terreno" durante la enseñanza, sentimos la necesidad de añadir la interpretación didáctica real como un tercer componente. Establecer la configuración didáctica tiene un fuerte aspecto preparatorio: a menudo, las configuraciones didácticas deben pensarse antes de la lección y no pueden cambiarse fácilmente durante la misma. Los modos de explotación pueden ser más flexibles, mientras que las actuaciones didácticas tienen un fuerte aspecto ad hoc. Como tal, el modelo triple tiene una dimensión temporal.

El modelo también tiene una dimensión global-local. Una orquestación instrumental tiene un componente global, en el sentido de que forma parte del repertorio de técnicas de enseñanza del profesor. También tiene una actualización incidental y local adecuada al contexto didáctico específico y adaptada al grupo destinatario y a las intenciones didácticas.

Incluso si la metáfora de la orquestación instrumental es atractiva, tiene sus limitaciones como toda metáfora. Si pensamos en un profesor como en el director de una orquesta sinfónica formada por músicos altamente cualificados, que entra en la sala de conciertos con una idea clara de cómo hacer que los músicos interpreten a Mahler tal como él mismo lee el tabique centenario, podríamos sentirnos difícil. Sin embargo, si pensamos en la clase como una banda de jazz, formada por músicos novatos y más avanzados, y el profesor es el líder de la banda que preparó una partición global pero está abierto a la improvisación e interpretación por parte de los estudiantes, y a hacer justicia a a diferentes niveles, la metáfora tiene más sentido. Es de esta última manera que sugerimos entenderlo.

A pesar del potencial del modelo de orquestación instrumental para ayudar a comprender las prácticas de los docentes en el aula rica en tecnología, el número de ejemplos elaborados de orquestaciones instrumentales descritos en la literatura de investigación hasta la fecha es limitado (Drijvers & Trouche, 2008; Trouche, 2004). Mientras tanto, nuestro objetivo formulado anteriormente es descubrir que

Nuevas técnicas de enseñanza surgen en el aula rica en tecnología. En términos del marco de orquestación instrumental, un objetivo de este estudio es identificar diferentes tipos de orquestaciones. Por tanto, la primera pregunta de investigación es:

- (1) ¿Qué tipos de orquestación instrumental surgen en un aula rica en tecnología?
¿enseñando?

Como medio para hacer viable el tratamiento de esta pregunta de investigación, nos limitaremos aquí a las orquestaciones en la enseñanza de toda la clase. Por supuesto, también son importantes otras organizaciones del aprendizaje, como el trabajo individual de los estudiantes y el trabajo en parejas o en grupos, pero las abordamos en otro lugar (Drijvers, presentado).

El proceso de un profesor que desarrolla orquestaciones instrumentales está guiado por su conocimiento, experiencia y puntos de vista sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en ella (Pierce y Ball, 2009). Esto incluye los propios conocimientos y habilidades de los profesores respecto a la integración de la tecnología, y sus preocupaciones sobre las limitaciones de tiempo y el control del comportamiento. Gueudet y Trouche (2009) se refieren a estas directrices, a menudo implícitas, que impulsan las elecciones de un profesor como invariantes operativas. Estas invariantes operativas pueden ser muy generales, como "el aprendizaje tiene lugar a través de la interacción", o más específicas del papel de la tecnología, por ejemplo "la tecnología ofrece medios para mejorar la interacción en el aula". Estas invariantes operativas se traducen en tipos de comportamientos docentes invariantes, que son instrumentados por las herramientas disponibles. En este estudio se utilizan las nociones de invariantes operativas y opiniones de los profesores para interpretar la información de los profesores en relación con su comportamiento orquestal observado. El segundo objetivo de este estudio, expresado en la introducción como la investigación de cómo las técnicas de enseñanza se relacionan con los puntos de vista de los profesores sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en ella, se reformula en términos del marco de orquestación instrumental como la siguiente segunda pregunta de investigación:

- (2) ¿Hasta qué punto los repertorios de orquestaciones de los profesores están relacionados con sus puntos de vista expresados sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en ella?

La forma en que respondemos a estas preguntas con la orquestación instrumental como marco puede considerarse como una prueba sobre la idoneidad y el valor de la orquestación instrumental como lente interpretativa para la investigación de la enseñanza con herramientas tecnológicas. Como tal, nuestra 'agenda oculta' es contribuir al desarrollo de este modelo, su evaluación en términos de posibilidades y limitaciones, y su articulación con otros enfoques teóricos.

3 Contexto de la investigación

Las preguntas de investigación se abordan en el contexto de un proyecto de investigación sobre una disposición de aprendizaje rica en tecnología para el concepto de función¹. En este proyecto, se diseñó un arreglo de aprendizaje para estudiantes de octavo grado. El diseño se guió por los principios de la Educación Matemática Realista (Gravemeijer, 1994). El acuerdo, que constaba de ocho lecciones de 50 minutos, tenía como objetivo el desarrollo de un rico concepto de función, mediante el cual las funciones se conceptualizan como asignaciones de entrada-salida, como procesos dinámicos de covariación y como objetos matemáticos con diferentes representaciones (Drijvers, Doorman, Boon, Van Gisbergen y Gravemeijer, 2007; Slavit, 1997). El diseño de los materiales de aprendizaje estuvo guiado por una trayectoria de aprendizaje hipotética, en la que se guió y facilitó el desarrollo conceptual esperado.

¹ Para obtener más información sobre el proyecto, consulte el sitio web del proyecto www.fi.uu.nl/tooluse/en/.

mediante actividades realizadas con una herramienta tecnológica. Una guía docente adjunta contenía sugerencias y formatos de trabajo para técnicas de enseñanza apropiadas e incluía un esquema de planificación.

El principal componente tecnológico del sistema de aprendizaje es un subprograma de Java llamado Algebra Arrows. El subprograma estaba integrado en un entorno de aprendizaje electrónico llamado Entorno de Matemática Digital (DME). El subprograma permite la construcción y el uso de cadenas de operaciones (las llamadas cadenas de flechas) y proporciona opciones para crear tablas, gráficos y fórmulas, así como para desplazarse y rastrear. El DME permite a los estudiantes acceder a su trabajo desde cualquier lugar, y al maestro acceder a este trabajo para monitorear el progreso y rastrear el desarrollo conceptual de los estudiantes. La Figura 1 muestra estas herramientas digitales.

La parte derecha es la ventana Flechas de Álgebra, en la que los estudiantes crean y usan sus representaciones. A la izquierda, el DME proporciona tareas y cuadros en los que los estudiantes escriben sus respuestas. Los círculos numerados en la parte inferior de la pantalla permiten la navegación a través de las tareas; el subrayado actualmente indica la tarea 2.

Además de la orquestación docente, otros focos de este proyecto de investigación son el aprendizaje de los estudiantes (Doorman, Boon, Drijvers, Van Gisbergen, Gravemeijer & Reed, 2009) y las relaciones entre los resultados del aprendizaje y las actitudes y comportamientos de los estudiantes (Reed, Drijvers & Kirschner, 2010).

4 método

La intervención consistió en la implementación del sistema de aprendizaje descrito anteriormente en 29 aulas de octavo grado en una escuela belga y nueve holandesas en tres ciclos de investigación, cada uno de los cuales constaba de una fase de (re)diseño, una fase de experimento de enseñanza

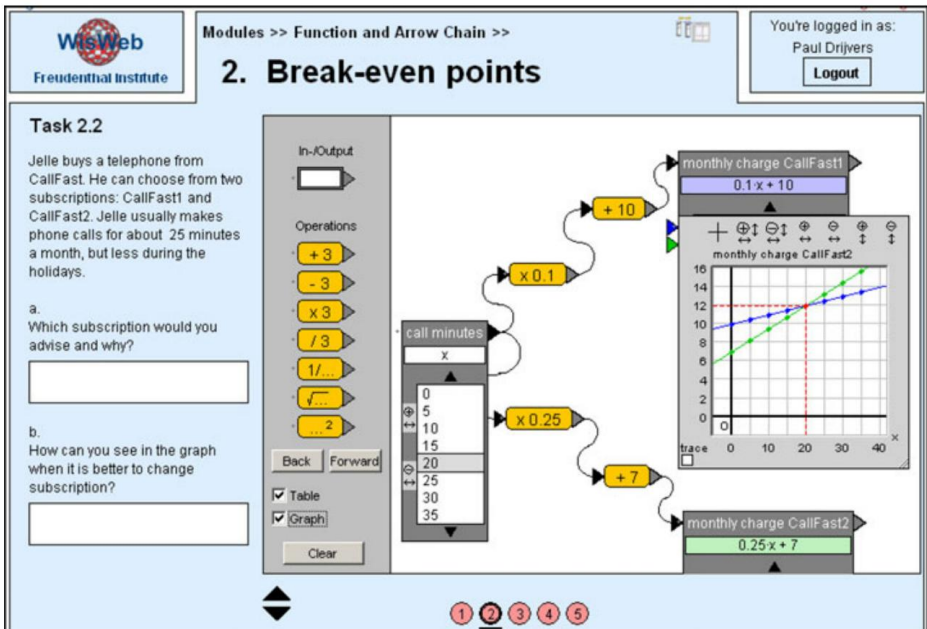


Fig. 1 Subprograma de flechas de álgebra integrado en el entorno de matemáticas digitales

y una fase de análisis de datos (Gravemeijer, 1994). En cuanto al modelo de orquestación, este arreglo de aprendizaje ofrece herramientas y tareas, que forman parte de la configuración didáctica, así como sugerencias en la guía docente sobre los modos de explotación. La libertad de los profesores, por tanto, se refería principalmente a la configuración del ambiente del aula, el modo de explotación y la actuación didáctica. Las orquestaciones resultantes son el resultado tanto del diseño de los investigadores como de las elecciones de los propios profesores.

Para investigar la primera pregunta de investigación relativa a los tipos de orquestación que surgen en la enseñanza en el aula rica en tecnología, se analizaron cintas de vídeo de 38 lecciones impartidas en cinco clases por tres profesoras de matemáticas que se ofrecieron como voluntarias para participar en el proyecto de investigación. Los tres eran profesores experimentados; sin embargo, el uso de la tecnología en este arreglo de aprendizaje específico era nuevo para ellos. Uno de estos profesores enseñó el arreglo en cada uno de los tres ciclos, los demás lo enseñaron una vez cada uno. Los tres profesores fueron elegidos de manera que hubiera cierta variedad en su nivel educativo (título de educación secundaria superior o secundaria inferior, respectivamente) y tipo de escuela (gimnasio o escuela secundaria general).

Por las razones mencionadas anteriormente, el análisis de datos se centró en episodios de toda la clase en los que se utilizó tecnología. La unidad de análisis fue un episodio, que se definió como el tratamiento de toda la clase de una sola tarea de DME. Si este tratamiento contenía diferentes tipos de orquestación, el episodio se dividía en subepisodios, cada uno con un tipo de orquestación único. De esta forma, se identificó un corpus de 83 (sub)episodios. Estos fueron organizados y analizados con la ayuda de un software para análisis de datos cualitativos². El análisis se llevó a cabo de abajo hacia arriba, aunque en parte impulsado por la teoría (por ejemplo, Kendal y Stacey, 2002; Pierce y Ball, 2009; Trouche, 2004). Se identificaron seis tipos de orquestación y el corpus se codificó de acuerdo con esta categorización. Un coinvestigador realizó una segunda codificación de 24 episodios (29%) y condujo a una buena confiabilidad entre evaluadores (κ de Cohen de 0,72).

Para investigar la segunda pregunta de investigación sobre las relaciones entre los tipos de orquestaciones y las opiniones de los profesores sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas y el papel de la tecnología en ellas, se analizó cada una de las orquestaciones de los tres profesores sobre la base de sus comportamientos de enseñanza observados y posibles. Se identificaron invariantes operacionales. Luego, se utilizaron las respuestas de los profesores a un cuestionario en línea para obtener información sobre sus puntos de vista autoinformados. El cuestionario constaba de 40 ítems en una escala de calificación de cinco puntos, con un rango de respuestas que iba desde "muy de acuerdo" hasta "muy en desacuerdo". Los ítems se derivaron de investigaciones previas en esta área y abordaron la influencia de la tecnología en el aprendizaje y las actitudes de los estudiantes, en la organización de la lección y en el papel del docente (Drijvers et al., 2007; Reed et al., 2010). Las opiniones autoinformadas de los profesores y sus orquestaciones observadas se integraron para producir un perfil para cada uno de los tres profesores, que se validó mediante una entrevista semiestructurada posterior a la intervención con el profesor en cuestión. Para explorar más a fondo el valor del marco de orquestación instrumental, se analizaron con más detalle las transcripciones de un número limitado de episodios.

5 resultados

Los resultados presentados a continuación consisten en (1) un inventario global de los tipos de orquestación observados, (2) su distribución de frecuencia entre los tres profesores involucrados, (3) perfiles de tres profesores participantes con respecto a sus orquestaciones y sus puntos de vista sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en el mismo, y (4) un análisis extenso de un episodio ejemplar.

² Utilizamos el software Atlas ti, www.atlasti.com

5.1 Un inventario global de tipos de orquestación

Se identificaron seis tipos de orquestación mediante una combinación de análisis basado en teoría y análisis de datos; estos se denominaron Demostración técnica, Explicar la pantalla, Vincular el tablero de pantalla, Discutir la pantalla, Detectar y mostrar y Sherpa en el trabajo. Cada uno de estos tipos de orquestación se describe brevemente en términos de los dos primeros elementos de la teoría de la orquestación (es decir, configuración didáctica y modo de explotación) y se ilustra con un breve ejemplo. La naturaleza localizada y ad hoc del tercer elemento de una orquestación instrumental –la interpretación didáctica– lo hace inadecuado para su inclusión en este inventario global.

La orquestación de demostración técnica se refiere a la demostración de técnicas de herramientas por parte del profesor. Se reconoce como un aspecto importante de la enseñanza rica en tecnología (Monaghan, 2001, 2004). Una configuración didáctica para esta orquestación incluye acceso al subprograma y al DME, instalaciones para proyectar la pantalla de la computadora y una disposición de aula que permite a los estudiantes seguir la demostración. Como modos de explotación, los profesores pueden demostrar una técnica en una nueva situación o tarea, o utilizar el trabajo de los estudiantes para mostrar nuevas técnicas en anticipación de lo que seguirá. Como ejemplo, los profesores explotaron este tipo de orquestación para demostrar la técnica de hacer una cadena de operaciones con flechas, o para dibujar un gráfico y escalarlo con los botones encima de la ventana del gráfico (ver Fig. 1).

Las orquestaciones de tipo demostrativo también son bien conocidas en entornos de enseñanza no tecnológicos; sin embargo, el tipo de demostración que se ve aquí está instrumentado por las herramientas técnicas y también es específico de las oportunidades y limitaciones de la herramienta.

La orquestación Explicar la pantalla consiste en una explicación para toda la clase por parte del profesor, guiado por lo que sucede en la pantalla de la computadora. La explicación va más allá de las técnicas e involucra contenidos matemáticos. Las configuraciones didácticas pueden ser similares a las de demostración técnica. Como modos de explotación, los profesores pueden tomar el trabajo de los estudiantes como punto de partida para la explicación, o comenzar con su propia solución a una tarea. Como ejemplo, un maestro usó la cadena de flechas inversa de la cadena cuadrada para explicar que las raíces cuadradas son siempre números no negativos. Las orquestaciones explicativas, por supuesto, también se utilizan en entornos de enseñanza no tecnológicos, donde podrían denominarse Explica el tablero. Sin embargo, los fenómenos que se encuentran en el entorno tecnológico suelen ser diferentes de los que se enfrentan en la pizarra tradicional.

En la orquestación Enlace-pantalla-tablero, el docente enfatiza la relación entre lo que sucede en el entorno tecnológico y cómo esto se representa en las matemáticas convencionales de papel, libro y pizarra. Además del acceso al DME y las instalaciones de proyección, una configuración didáctica incluye una pizarra y un entorno de aula de manera que tanto la pantalla como el tablero sean visibles. De manera similar a los tipos de orquestación mencionados anteriormente, los modos de explotación de los profesores pueden tomar el trabajo de los estudiantes como punto de partida o comenzar con una tarea o situación problemática que ellos mismos se propusieron. Por ejemplo, los profesores copiaron cadenas de flechas de la pantalla al pizarrón, a menudo en formas matemáticas abreviadas y más convencionales. Este tipo de orquestación es específico de la tecnología utilizada. Dado que se sabe que la transferencia al papel y el lápiz es una cuestión problemática (Billington, 2009; Bretscher, 2009; Kieran & Drijvers, 2006), este tipo de orquestación fue uno de nuestros focos a priori.

La orquestación Discutir la pantalla se refiere a una discusión con toda la clase sobre lo que sucede en la pantalla de la computadora. El objetivo es potenciar la génesis instrumental colectiva. Una configuración didáctica incluye acceso al DME e instalaciones de proyección, preferiblemente acceso al trabajo de los estudiantes y un entorno de aula favorable para la discusión. Como modos de explotación, el trabajo del estudiante, una tarea o un problema o enfoque planteado por el profesor pueden servir como punto de partida para las reacciones de los estudiantes. Como ejemplo, un profesor utilizó una pantalla similar a la de la figura 1 para analizar diferentes formas de encontrar un punto de equilibrio. Por supuesto, discutir los resultados sobre

El pizarrón es una estrategia de enseñanza común. La ventaja de la discusión en un entorno tecnológico es que las sugerencias para diferentes representaciones y técnicas, a medida que surgen en la discusión, pueden probarse fácilmente, con una retroalimentación rápida y dinámica sobre los resultados obtenidos.

En la orquestación Spot-and-show, el razonamiento de los estudiantes pasa a primer plano mediante la identificación de trabajos interesantes de DME durante la preparación de la lección y su uso deliberado en una discusión en el aula. Además de las funciones mencionadas anteriormente, una configuración didáctica incluye acceso al DME durante la preparación de la lección. Como modos de explotación, los profesores pueden hacer que los estudiantes cuyo trabajo se muestra expliquen su razonamiento y pidan reacciones a otros estudiantes, o que ellos mismos brinden retroalimentación sobre el trabajo de los estudiantes. En el episodio que se detalla a continuación se ofrece un ejemplo de Spot-and-show. En ese episodio, el profesor detecta una respuesta inapropiada en la solución de un estudiante mientras prepara la lección y la discute con toda la clase durante la lección. Como esta orquestación depende de las facilidades que se ofrecen al profesor para navegar por el trabajo del estudiante DME, es específica de la tecnología y está instrumentada por el DME.

En la orquestación Sherpa en el trabajo, el llamado estudiante sherpa utiliza la tecnología para presentar su trabajo o para llevar a cabo acciones solicitadas por el maestro. Las configuraciones didácticas son similares al tipo de orquestación Discutir en pantalla. El entorno del aula debe ser tal que el estudiante sherpa pueda tener el control del uso de la tecnología, y todos los estudiantes puedan seguir fácilmente las acciones tanto del estudiante sherpa como del profesor. Como modos de explotación, los profesores pueden tener trabajos presentados o explicados por el estudiante-sherpa, o pueden plantear preguntas al estudiante-sherpa y pedirle que realice acciones específicas en el entorno tecnológico. Como ejemplo, un maestro hizo que los estudiantes usaran la computadora y el proyector de datos para mostrar una familia de gráficos, explicar su razonamiento y cambiar la pantalla según lo solicitado por el maestro. Este tipo de orquestación se describe en la literatura (Trouche, 2004) y, por lo tanto, se derivó a priori de la teoría en lugar de surgir de los datos.

Una reflexión sobre este conjunto de seis tipos de orquestación identificados condujo a la distinción de una dimensión profesor-alumno. En Demostración técnica, Explicación de la pantalla y Enlace de pantalla, el profesor domina la comunicación. La participación de los estudiantes está restringida y el maestro guía las interacciones en un patrón de Iniciación-Respuesta-Evaluación. Estas orquestaciones pueden considerarse centradas en el profesor.

En las orquestaciones Discutir la pantalla, Spot-and-show y Sherpa en el trabajo, los estudiantes tienen la oportunidad de reaccionar y hacer más aportaciones. Aunque el profesor gestiona la orquestación, hay más interacción y los estudiantes tienen más voz que en los tres primeros tipos de orquestación. Por lo tanto, pueden verse como orquestaciones centradas en los estudiantes.

Otra observación sobre este inventario es que las orquestaciones no están aisladas, sino que forman parte de secuencias orquestales, y desempeñan roles particulares en dicha secuencia. Por ejemplo, a menudo se observó que la demostración técnica precede y prepara una fase de trabajo individual de los estudiantes, para mejorar la eficiencia de esta última fase. Las orquestaciones Spot-and-show y, en menor medida, las orquestaciones Sherpa en el trabajo y Discute-the-screen, a menudo explotan el trabajo previo de los estudiantes, individualmente o en parejas.

En resumen, se identificaron seis tipos de orquestación, que difieren en su enfoque en el profesor o el estudiante como impulsores de la orquestación y en el grado de especificidad tecnológica: algunos pueden verse como variantes tecnológicas de prácticas docentes habituales con las que la mayoría de los profesores están familiarizados, mientras que otros son más específicos al uso de la tecnología o al uso de las herramientas utilizadas en este estudio en particular.

5.2 Distribución de frecuencia de tipos de orquestaciones entre tres profesores

La Tabla 1 muestra las frecuencias de los tipos de orquestación para cada uno de los tres profesores y, para el profesor A, para cada una de las tres veces que impartió la serie de lecciones. La demostración técnica es la más

Tabla 1 Frecuencias de tipos de orquestación por docentes

| Tipo de orquestación | Maestro A ciclo 1 | Maestro A ciclo 2 | Maestro A ciclo 3 | Profesor B ciclo 2 | Profesor C ciclo 3 | Total |
|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|
| Demostración técnica | 5 | 3 | 5 | 2 | 7 | 22 |
| Explicar la pantalla | 0 | 0 | 1 | 0 | 7 | 8 |
| Enlace-pantalla-tablero | 3 | 0 | 3 | 6 | 0 | 12 |
| discutir-la-pantalla | 4 | 4 | 2 | 3 | 1 | 14 |
| Spot-and-show | 0 | 1 | 2 | 12 | 2 | 17 |
| sherpa en el trabajo | 2 | 7 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| Total | 14 | 15 | 14 | 23 | 17 | 83 |

tipo de orquestación más utilizado. En las entrevistas posteriores a la intervención, los tres profesores dijeron Sintieron la necesidad de familiarizar a los estudiantes con técnicas básicas de herramientas, para evitar problemas técnicos. Obstáculos que dificultan las actividades matemáticas posteriores: se necesitan algunos conocimientos técnicos básicos. necesario y las demostraciones pueden ser un medio eficaz para proporcionarlo. Esto también evitó al maestro. tener que hacer demasiadas "soluciones de problemas tecnológicos" (Monaghan, 2004, p. 346) o actuar como "asistente técnico" (Lagrange & Caliskan-Dedeoglu, 2009) durante el trabajo en parejas. En el En la entrevista, el Profesor C explicó la importancia de la demostración técnica de la siguiente manera:

Quiero evitar que los estudiantes encuentren dificultades técnicas mientras están en el trabajo.
con el ordenador... y tengo que esperar mi ayuda, cuando a menudo se trata de un problema menor.

La orquestación Spot-and-show también ocurre con frecuencia, pero está distribuida de manera desigual en el tres profesores. Aunque los tres indicaron en la entrevista posterior a la intervención que Aprecié la posibilidad de explorar el trabajo de los estudiantes de DME mientras preparaba el siguiente. lección, este tipo de orquestación fue explotado principalmente por el profesor B, quien dijo:

El DME es práctico para ver lo que hacen los estudiantes; puede usarlo para perfeccionar su lección.

La guía docente, que los profesores recibieron antes del inicio de la secuencia didáctica, contenía sugerencias para estrategias de enseñanza que, en retrospectiva, coinciden con algunas de las tipos de orquestación identificados. Una comparación de las orquestaciones sugeridas en el profesor. guía con las frecuencias observadas en la Tabla 1 revela que Link-screen-board y La discusión sobre la pantalla no fue sugerida en la guía del maestro, pero aun así fue bastante frecuentemente observado. Sherpa en el trabajo, por el contrario, fue sugerido varias veces en el guía del maestro, pero no fue popular entre dos de los tres maestros. Esto demuestra que los profesores Se sintió libre de adaptar las sugerencias de la guía para profesores y tomar sus propias decisiones. independientemente de ello. Volveremos a esto en la sección de discusión que concluye. este papel.

5.3 Perfiles docentes de orquestaciones y visiones sobre educación matemática y tecnología

La Tabla 1 revela una serie de diferencias entre los tres profesores. Para explicarlos, los relacionamos con las respuestas de los profesores al cuestionario y las entrevistas postintervención.

5.3.1 Profesor A

La Tabla 1 muestra que el profesor A tiene frecuencias generales ligeramente más bajas que los profesores B y C. Esto corresponde a la observación de que ella necesita tiempo para que sus orquestaciones se desarrollen,

y no cambia entre orquestaciones tan rápido como los otros profesores. Aparte de la demostración técnica, que se analizó anteriormente, el profesor A tiene frecuencias relativamente altas para las orquestaciones de Discutir la pantalla y Sherpa en el trabajo. Estos son tipos de orquestación centrada en el estudiante, que la profesora A utilizó para evocar la interacción entre los estudiantes y ella misma. La invariante operativa subyacente es que a los estudiantes se les debe dar voz y que la enseñanza debe permitirles aprender a través de la interacción. En sus discusiones en clase se pueden rastrear elementos como la generación, comparación, evaluación y filtrado de ideas (Sherin, 2002).

Las opiniones de la profesora A sobre la educación matemática y el papel de la tecnología, tal como las expresó en el cuestionario y en la entrevista posterior a la intervención, subrayan la importancia de la interacción en el aula. Ella ve la tecnología como un medio para estimular esto:

...para que puedas tener discusiones con los estudiantes usando las imágenes que viste en el pantalla, ... eso lo hace más animado.

Su comportamiento de orquestación observado puede estar relacionado con estos puntos de vista. Por ejemplo, su acuerdo con la afirmación del cuestionario "Como profesor, uno tiene que decirles claramente a los estudiantes qué deben hacer con las TIC" coincide con su uso de orquestaciones de demostración técnica. También estuvo de acuerdo con las afirmaciones "El uso de las TIC ofrece al profesor más posibilidades de desarrollar las ideas de los estudiantes durante los debates con toda la clase" y "El uso de las TIC crea imágenes y experiencias compartidas que se pueden discutir con los estudiantes", lo que explica su preferencia por las orquestaciones centradas en los estudiantes, en las que la discusión y la interacción desempeñan papeles importantes.

En la entrevista posterior a la intervención, el profesor A mencionó las limitaciones de tiempo como la principal razón para no utilizar Sherpa en el trabajo en el tercer ciclo. Las limitaciones técnicas (por ejemplo, conexiones lentas a Internet durante el primer ciclo o entornos inadecuados en el aula de informática) también impulsaron su elección de orquestaciones, así como cuestiones prácticas como las características del aula en la que se desarrolla la lección: ¿cómo están las mesas? organizados, cómo están configuradas las computadoras, si hay acceso a Internet disponible, etc.

En definitiva, el perfil del profesor A es el de un profesor que prioriza las orquestaciones centradas en el alumno. Esto se relaciona con su visión del aprendizaje como un proceso interactivo en el que los estudiantes deben tener voz. La tecnología es un medio para lograrlo y ofrece nuevas posibilidades para enseñar matemáticas de forma interactiva.

5.3.2 Profesor B

La Tabla 1 muestra que el profesor B tiene frecuencias relativamente altas para Link-screen-board, y particularmente para Spot-and-show. La demostración técnica no se utiliza con frecuencia, posiblemente debido al hecho de que su clase estaba formada por estudiantes de alto rendimiento que están acostumbrados a trabajar de forma independiente y, por lo tanto, es posible que no necesiten tanta instrucción técnica. El Link-screen-board se utiliza para establecer vínculos entre las matemáticas tal como se representan en el entorno tecnológico y las representaciones y técnicas matemáticas convencionales. La orquestación Spot-and-show se utiliza principalmente para discutir respuestas inapropiadas de los estudiantes o soluciones originales y esclarecedoras.

Las opiniones del profesor B sobre la educación matemática y el papel de la tecnología, tal como se expresan en el cuestionario y en la entrevista posterior a la intervención, subrayan la importancia de establecer vínculos entre el trabajo DME y las matemáticas con lápiz y papel. Ella ve el uso de la tecnología como un medio eficaz para lograr sus objetivos de enseñanza de matemáticas, al tiempo que reconoce que el conocimiento así obtenido también debe transferirse al papel, y

entorno de lápiz. Además, cree que discutir errores y enfoques originales es fructífero para el aprendizaje, y que ambos son más visibles en un entorno tecnológico.

Su comportamiento de orquestación observado puede estar relacionado con estos puntos de vista. Su fuerte acuerdo con la afirmación "En comparación con el lápiz y el papel, las TIC hacen que el trabajo de los estudiantes sea más visible para mí" coincide con su uso frecuente de las instalaciones del DME para explorar el trabajo de los estudiantes mientras prepara las orquestaciones de Spot-and-show. También estuvo totalmente de acuerdo con la afirmación "Las TIC pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar la comprensión", lo que explica su interés en el uso de las TIC.

En la entrevista postintervención, la profesora B explicó que utiliza la pantalla Link orquestación del tablero para

... tomar distancia del entorno específico de las TIC; de lo contrario, la experiencia queda demasiado ligada a las TIC.

En cuanto a Spot-and-show, la profesora B explicó que muchos estudiantes de su clase estaban ansiosos por que se mostrara su trabajo, lo que era un incentivo adicional para que ella lo utilizara. No utilizó los otros tipos de orquestación centrada en los estudiantes, ya que los consideraba que consumían demasiado tiempo y también pensaba que podrían provocar cierta pérdida de control.

En definitiva, el perfil del profesor B es el de un profesor que considera primordial el contenido matemático de la lección y utiliza la tecnología como medio para enseñarlo. Esto da como resultado la atención a los vínculos entre el trabajo DME y las matemáticas de lápiz y papel o de pizarra. Le gusta tener el control de la situación, lo que la llevó a elegir principalmente tipos de orquestación centradas en el profesor. Aunque su uso frecuente de Spot-and-show refleja la importancia que le da a discutir ideas erróneas y enfoques originales con los estudiantes, por lo general dirige con bastante fuerza las orquestaciones de Spot-and-show. Este aspecto del perfil del Profesor B se ilustra en el extracto ampliado que se presenta en la siguiente sección, que tuvo lugar en la clase del Profesor B.

5.3.3 Profesor C

La Tabla 1 muestra que el profesor C tiene frecuencias relativamente altas para Demostración técnica y Explicación de la pantalla, que se consideran tipos de orquestación centrada en el profesor. La orquestación de demostración técnica se utiliza para mostrar a los estudiantes lo que es posible con la herramienta y cómo usarla. La orquestación Explicar la pantalla se utiliza en algunos casos para proporcionar a los estudiantes una buena posición inicial para nuevas tareas y, en algunos casos, para explicar cómo se podrían haber resuelto las tareas. Las invariantes operativas subyacentes parecen incluir el deseo de evitar obstáculos técnicos durante el trabajo de los estudiantes con la computadora y la creencia de que las tareas deben explicarse claramente a los estudiantes para fomentar actividades de aprendizaje más eficientes.

En la entrevista posterior a la intervención, la maestra C se describió a sí misma como una "maestra típica para estudiantes de capacidad media" que cree firmemente que dichos estudiantes se benefician de demostraciones y explicaciones claras en un enfoque estructurado y gradual. La tecnología es un medio adecuado y útil para proporcionar este tipo de andamios. Al mismo tiempo, era consciente de que los estudiantes pueden encontrar dificultades al utilizar la tecnología y deseaba prevenirlas en la medida de lo posible. Además, quería tener el control de lo que sucede en el aula y creía que más orquestaciones centradas en el profesor respaldarían esto.

Su comportamiento de orquestación observado puede estar relacionado con estos puntos de vista. Estuvo totalmente de acuerdo con la afirmación "Como profesor, uno tiene que decirles claramente a los estudiantes lo que deben

ver con las TIC', lo que coincide con su prioridad de las orquestaciones de demostración técnica. El profesor C se mostró neutral en las afirmaciones "El uso de las TIC proporciona al profesor más posibilidades de desarrollar las ideas de los estudiantes durante los debates con toda la clase" y "El uso de las TIC crea imágenes y experiencias compartidas que se pueden discutir con los estudiantes". Esto podría explicar su preferencia por las orquestaciones centradas en el profesor. Su preferencia por un enfoque gradual se reflejó en su fuerte acuerdo con la afirmación "Los estudiantes se vuelven más sistemáticos en su enfoque a través del trabajo con las TIC". Explicó que centró las orquestaciones de demostración técnica en los obstáculos que ella misma experimentó al usar el DME, y que las limitaciones de tiempo la hicieron evitar orquestaciones como Sherpa-at-work.

En definitiva, el perfil del profesor C muestra una preocupación por las dificultades que pueden encontrar los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas, especialmente cuando utilizan la tecnología, y el convencimiento de que explicaciones e instrucciones claras son medios adecuados para afrontarlas. Esto guía su elección de orquestaciones centradas en el profesor. Quiere que la tecnología respalde un enfoque de resolución de problemas gradual. Además, las limitaciones de tiempo y el control son factores importantes para ella a la hora de tomar decisiones orquestales.

A partir de los perfiles aquí descritos, concluimos que los tres profesores difieren en sus preferencias por los tipos de orquestación y que sus preferencias pueden estar relacionadas con sus puntos de vista sobre la educación matemática y el papel de la tecnología en ella. De hecho, sus puntos de vista sobre la educación matemática y las oportunidades que ofrece la tecnología pueden verse como su discurso teórico que justifica sus elecciones orquestales y guía sus invariantes operativas. Se demostró que estas elecciones se basaban parcialmente en limitaciones de tiempo y preocupaciones sobre el control, lo que concuerda con los hallazgos de otros estudios (Pierce y Ball, 2009). Finalmente, es interesante observar que los perfiles de los docentes A y C reportados aquí son similares a perfiles de dos estudios de caso (de los docentes P1 y N, respectivamente) descritos por Ruthven, Hennessy y Deaney (2008).

5.4 Análisis ampliado de un episodio

Hasta ahora se han descrito las orquestaciones a nivel global con el fin de elaborar un inventario de tipos de orquestaciones. Sin embargo, quedaron sin abordar cuestiones más detalladas, como la interacción profesor-alumno durante estas orquestaciones. Para investigar más a fondo el poder explicativo de la noción de orquestación instrumental y de su tercer elemento de interpretación didáctica en particular, se analizaron más extensamente varios episodios; Aquí se presenta un episodio ejemplar. Como la orquestación de Spot and show está altamente instrumentada por la tecnología y ofrece un interesante potencial de interacción, elegimos un episodio de Spot and show, impartido por el profesor B.

Durante las dos primeras lecciones del plan de aprendizaje, se presentó a los estudiantes la noción de cadenas de flechas después de un trabajo en grupo sobre diversas situaciones problemáticas que involucraban dependencia y covariación (ver Doorman et al., 2009). En la tercera y cuarta lección, los estudiantes trabajaron en parejas con cadenas de flechas en el DME. En la tarea 8, una de las tareas de la cuarta lección, los diseñadores llenaron la ventana del subprograma con el inicio de un cuadrado y una cadena de raíces cuadradas y una ventana de gráfico vacía (ver Fig. 2).

Mientras preparaba la quinta lección, la maestra B se topó con el trabajo de Florence (un seudónimo) y su compañera de clase (ver Fig. 3). Estos dos estudiantes utilizaron una técnica de Tabla-Gráfico para resolver esta tarea: agregaron tablas y gráficos en la ventana del subprograma. Como las tablas proporcionan valores de entrada enteros y los estudiantes no agregaron una variable de entrada en el cuadro de entrada, los gráficos que aparecen son gráficos de puntos. Luego los estudiantes hicieron clic en diferentes

valores de entrada en la tabla y observó los efectos en los dos puntos correspondientes en la gráfico. Esta técnica fue utilizada con más frecuencia por estos estudiantes como un medio para investigar la función. En este caso, esto les llevó a pensar que es 'especial' que dos puntos reflejen Los valores de función para el mismo valor de entrada están alineados verticalmente. Su razonamiento, por tanto, dice: 'para el cuadrado son todos números enteros, y para la raíz cuadrada son enteros números y fracciones. ¿Y el cuadrado de un número siempre está justo encima de la raíz?'. El El signo de interrogación al final indica que los estudiantes no estaban seguros de sus hallazgos. El profesor B decidió tratar esta tarea, y esta respuesta inapropiada en particular, en su conjunto. discusión en clase. El siguiente cuadro de texto contiene la transcripción literal de este episodio.

Utilizando un proyector de datos, el DME con la lista de parejas de estudiantes se proyecta en la pared encima de la pizarra.

El maestro T navega dentro de esta lista hasta Tim y Kay y abre su solución de la tarea 8.

T: Aquí dice [señala en la pantalla la pregunta c usando el mouse]: ¿qué notas? Oh sí, yo
En realidad querían ver uno bastante diferente, porque tenían ...

T navega rápidamente hasta Florence (F) y el trabajo de su compañera de clase. En su trabajo, los estudiantes comprobaron la Opción de mesa. Esto llevó a 'gráficos de puntos' en la pantalla (consulte la figura 2, pantalla izquierda). La respuesta a la pregunta c, que los estudiantes habían escrito, dice:

"para el cuadrado son todos números enteros, y para la raíz cuadrada son números enteros y fracciones.

Y el cuadrado de un número siempre está justo encima de la raíz.

T: Mire, lo que dice esto [señala la respuesta de los estudiantes a la pregunta c en la pantalla con el ratón y lo sigue mientras lee]. Para el cuadrado son todos números enteros, vale, y para el raíz cuadrada no son números enteros, también estamos de acuerdo con eso, y el cuadrado de un número es siempre justo encima de la raíz cuadrada.

F: ¿Estuvo bien eso?

T: No estoy diciendo.

St1* : Sí, yo también tuve eso.

T: Lo que dicen entonces es que cada vez que hay... si tengo algo aquí, hay algo encima, y si tengo algo ahí, también hay algo encima. [señala con el ratón en pares de puntos alineados verticalmente en el gráfico] ¿Por qué estas cosas están justo encima de cada una? ¿otro?

F: Bueno, porque... la raíz cuadrada es simplemente... no, el cuadrado es solo, um, el doble de la raíz, o algo así.

St2: No.

T: ¿Kay?

Kay: Esto se debe a que la línea de debajo tiene un número, del cual se toma la raíz cuadrada y el cuadrado, por lo que de todos modos está en la misma línea.

T: ¿Cómo se llaman entonces esos números que están en la recta horizontal?

St3: Los números de entrada.

T: Los números de entrada.

T: Ehm, Florence, ¿seguiste lo que dijo Kay?

F: No, pero yo [...]. Se trataba de números y de raíces cuadradas y de...

Puntos: [reír]

Calte: ¡Se trataba de números!

T: Kay dijo: estos son los números de entrada, aquí en la línea horizontal. [mueve el mouse sobre el eje horizontal] Y para un número de entrada obtienes un número de salida. Y eso está justo encima. Entonces si toma el mismo número de entrada para dos funciones... [indica las dos cadenas de flechas con el ratón]

F: Oh sí.

T: ... entonces también obtienes... luego obtienes puntos encima [señala un par de puntos alineados verticalmente en el grafico]. Entonces eso no tiene nada que ver con las funciones. Sólo tiene que ver con de qué número con el que va a calcular el valor de salida. Ahora, si para ambos calcula cuál es el valor de salida para 10 [indica 10 en el eje horizontal], ambos obtienen un punto por encima de 10 [indica dos puntos por encima de $x=10$]. ¿Entiendes eso?

F: Ah, sí, no lo sabía.

T regresa a la lista de parejas de estudiantes.

*St1, St2, .. representa uno de los estudiantes

Al analizar este episodio desde una perspectiva de orquestación instrumental, se reconoció que una orquestación Spot-and-show: 'Spot' porque el profesor, mientras preparaba la lección, vio la respuesta inapropiada en el trabajo DME de los estudiantes, y 'mostrar' refiriéndose al trabajo del maestro decisión de mostrar los resultados de estos estudiantes como punto de partida para una discusión con toda la clase. El

Fig.2 Tarea informática 8

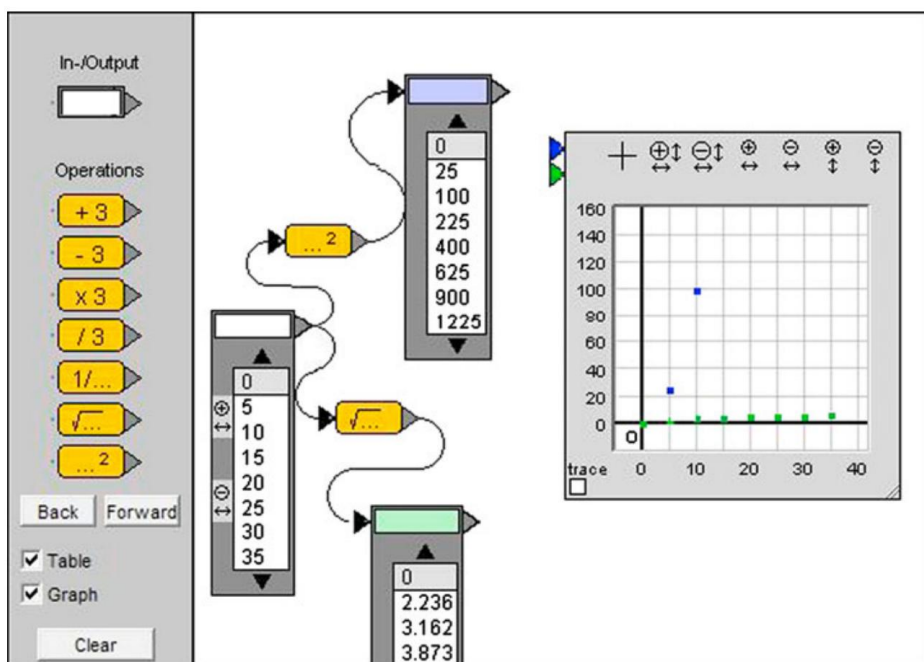


Fig. 3 Pantalla del subprograma de Florence presentada durante una discusión con toda la clase

La frase de la profesora "Oh, sí, en realidad quería ver una bastante diferente" y su navegación directa a la obra de Florence revelan su intención deliberada de actuar como lo hace.

La configuración didáctica para la fase preparatoria consiste en la opción del DME de que los profesores puedan observar el trabajo de los estudiantes en cualquier momento. Como resultado, la maestra nota la respuesta inapropiada y decide abordarla en su lección. Al parecer, al profesor le gusta utilizar la tecnología para "apoyar el aprendizaje mediante el análisis de discrepancias matemáticas".

(Ruthven, Hennessy y Deaney, 2008, pág. 312). El seguimiento del trabajo de los estudiantes se realiza mediante instalaciones DME que no están disponibles para los estudiantes. Como el maestro considera que el laboratorio de computación no es apropiado para la enseñanza con toda la clase, la lección se lleva a cabo en un salón de clases normal con una PC con acceso DME, conectada a un proyector de datos. La configuración incluye colocar la computadora con el proyector de datos en el centro del salón de clases. Esta elección está impulsada por las limitaciones de uno de los artefactos: si el proyector estuviera en el frente, la proyección sería demasiado pequeña para que los estudiantes la leyeran. La pantalla se proyecta en la pared encima del pizarrón, lo que permite a la profesora escribir en el pizarrón, algo que hace habitualmente, aunque no en el episodio que se presenta aquí. Tanto esta forma de preparar las lecciones como la ambientación en el aula se observan frecuentemente en las lecciones de este profesor.

El modo de explotación de esta configuración incluye la elección del profesor de operar él mismo el PC. Esto, en combinación con el hecho de que la computadora está en el centro del aula, da como resultado que la maestra esté parada en el centro del aula, con los estudiantes a su alrededor, todos enfocados en la proyección en la pared. Este modo de explotación permite la discusión en el aula y la participación de los estudiantes.

La actuación didáctica comienza cuando la profesora muestra el trabajo de los estudiantes que había seleccionado para mostrar y lee su razonamiento, mientras agrega algunos comentarios menores ("Mira aquí,..."). Luego reformula la respuesta y le pide una explicación a Florencia.

(‘Lo que ellos dicen...’). Cuando la explicación resulta inapropiada, invita a otro estudiante, Kay, a dar su explicación y comprueba si Florence la entiende.

Cuando este no es el caso, la maestra reformula la explicación de Kay y una vez más habla con Florence, quien ahora dice que entiende, aunque en realidad no da evidencia de ello. A lo largo de la actuación didáctica, la profesora utiliza el ratón para relacionar sus expresiones orales con los fenómenos en pantalla.

La actuación didáctica se analiza ahora con más detalle. El punto de partida del episodio es la noción de Florence relacionada con los artefactos: un gráfico de puntos en la ventana del subprograma del DME le sugiere una característica "especial" de puntos alineados verticalmente. Esto está relacionado con la técnica de la herramienta de crear una tabla de valores de funciones y un gráfico correspondiente. Parece faltar una comprensión de los conceptos y significados matemáticos subyacentes.

El significado matemático que busca el profesor es que las coordenadas de un punto de la gráfica de una función reflejan los valores de las variables independientes y dependientes, representadas convencionalmente en los ejes horizontal y vertical, respectivamente. Como consecuencia, diferentes funciones con el mismo valor de entrada darán como resultado puntos alineados verticalmente en el gráfico.

¿Qué hace el docente para orientar el proceso de aprendizaje hacia este significado? En primer lugar, lee la respuesta escrita de los estudiantes y aprueba las partes que no son cruciales para la comprensión objetivo. Sin embargo, no comenta la parte final de la respuesta y luego dice "No lo digo" cuando se le pregunta si es correcta.

Como siguiente paso, reformula la respuesta de los estudiantes y la ilustra con movimientos del mouse en la ventana del subprograma, para que todos los estudiantes comprendan la conjetura hecha por Florence. Entonces el profesor plantea la pregunta pertinente: "¿Por qué estas cosas están una encima de la otra?" Esto provoca una vaga reacción por parte de Florencia. El profesor invita a Kay a explicar su razonamiento, lo que indica que su interpretación de la representación en el artefacto está vinculada a su comprensión del significado del gráfico como representación de una idea/concepto matemático. Posteriormente, el profesor evoca una precisión del significado matemático pretendido preguntando por el tipo de números que se representan en el eje horizontal. Esto crea conciencia sobre el vínculo entre la cadena de flechas y el gráfico. Como paso final, el profesor comprueba si Florence comprende la explicación de Kay. Como esto no parece ser así, la profesora repite y amplía el razonamiento de Kay con sus propias palabras, apoyando nuevamente su explicación con movimientos del ratón en la pantalla. Una vez más lo comprueba con Florence, quien ahora dice que lo entiende. Como resultado, Florence y su compañera de clase eliminan la observación sobre los puntos alineados verticalmente después de esta discusión en clase y la reemplazan por una observación sobre el comportamiento creciente de la función cuadrado: "para el cuadrado siempre son números enteros, y para la raíz cuadrada son números enteros y fracciones. Los cuadrados se hacen más altos con pasos mucho más grandes".

Este análisis revela algunas estrategias importantes que aplica esta docente en su desempeño didáctico. En primer lugar, evoca el significado matemático de varias maneras, concretamente planteando preguntas abiertas, invitando a los estudiantes a explicar su razonamiento y dando sus propias explicaciones. En segundo lugar, utiliza técnicas de revoicación y así "orquesta múltiples voces" (Forman y Ansell, 2002), mientras que en algunos casos también mejora las formulaciones de los estudiantes y privilegia aportaciones específicas. En tercer lugar, da significado matemático a técnicas de herramientas y representaciones matemáticas utilizando el ratón para resaltar partes de la pantalla durante sus explicaciones. Por último, comprueba periódicamente la comprensión de los estudiantes. Este enfoque es típico del profesor B y es coherente con el perfil presentado anteriormente. Utilizó la orquestación Spot-and-show con bastante frecuencia, percibiéndola como un medio para mejorar la participación y el debate de los estudiantes, lo que cree que contribuye al desarrollo de

el significado matemático que ella encuentra tan importante. Evocar significado matemático en discusiones en el aula basadas en los resultados de los estudiantes parece ser una de sus invariantes operativas.

Pero ¿qué pasa con el vínculo entre orquestación instrumental y génesis instrumental? Como el episodio sólo muestra el resultado del uso del artefacto por parte de los estudiantes, no vemos rastros directos de la génesis instrumental de los estudiantes. Sostenemos, sin embargo, que la idea de Florence de que dos puntos alineados verticalmente son especiales es parte de su esquema de utilizar la técnica Table-Graph para producir gráficos de puntos. Aunque su conocimiento vinculado a esta técnica –el teorema en acción, como se le llama en la teoría de la instrumentación– es inadecuado, el episodio indica que la profesora puede explotar las experiencias de los estudiantes –en este caso, las de Florence y Kay en particular–. —con el fin de atribuir significado matemático a la técnica utilizada. El profesor privilegia el valor epistémico de la técnica Table-Graph por encima de su valor pragmático (Artigue, 2002). En su interpretación didáctica de la orquestación Spot-and show que puso en acción, resalta el significado matemático del concepto de función tal como emerge de la técnica. De esto se trata exactamente la génesis instrumental. En este sentido, la lente de la orquestación instrumental tiene mucho que ofrecer en este análisis. Sin embargo, nuestro análisis también revela la importancia de la interacción entre las representaciones en el entorno tecnológico y el significado matemático. Esto sugiere que el análisis podría beneficiarse de nociones de la teoría de la mediación semiótica, que enfatiza el potencial de mediación de los artefactos entre el alumno y el conocimiento matemático (Bartolini Bussi y Mariotti, 2008). Análisis como los de Maracci y Mariotti (2009) muestran que el marco de mediación semiótica puede complementar las teorías sobre instrumentación y orquestación (Drijvers, Kieran & Mariotti, 2010).

6 Conclusiones y discusión

6.1 Conclusiones

La primera pregunta de investigación de este estudio se refiere a los diferentes tipos de orquestaciones instrumentales que surgen en la enseñanza en el aula rica en tecnología. El análisis reveló seis tipos de orquestación, que se diferencian en su especificidad tecnológica. Discutir la pantalla y Explicar la pantalla pueden verse como variantes tecnológicas de prácticas docentes habituales con las que la mayoría de los profesores están familiarizados. Más específicos para el uso de la tecnología son Technical-demo, Sherpa-at-work y Link-screen-board. Específica para herramientas tecnológicas que brindan al docente un seguimiento en línea del trabajo digital de los estudiantes es la orquestación Spot-and show. Se puede concluir que el repertorio de orquestaciones es diverso, que difieren respecto de si el foco está en el docente o en el alumno, y que las orquestaciones tienen diferentes grados de especificidad tecnológica. Las limitaciones tecnológicas y de tiempo, así como las cuestiones de control, pueden influir en la elección y explotación de las orquestaciones. Además, se notó una discrepancia entre las orquestaciones sugeridas en la guía docente y las orquestaciones que realmente se observaron.

La segunda pregunta de investigación se refiere a las relaciones entre estos tipos de orquestaciones y los puntos de vista expresados por los profesores sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas y el papel de la tecnología en ellos. La comparación de las orquestaciones observadas con los datos de cuestionarios y entrevistas revela vínculos considerables entre las preferencias de los tres profesores por las orquestaciones y sus puntos de vista sobre lo que es importante lograr durante la enseñanza y cómo la tecnología puede apoyar esto. Concluimos que las elecciones de orquestaciones de estos tres profesores están relacionadas con sus puntos de vista expresados.

6.2 Discusión

Las conclusiones anteriores pueden informar a los profesores de matemáticas y a los formadores de docentes que participan en el desarrollo profesional sobre el tema de la integración de herramientas tecnológicas en la enseñanza. Con respecto a estas conclusiones, tres cuestiones merecen mayor discusión: el inventario de los seis tipos de orquestación, incluyendo su generalización y las expectativas de los investigadores, la relación entre las elecciones orquestales y las opiniones expresadas por los profesores, y el poder explicativo del marco de orquestación instrumental, incluyendo sus limitaciones y su articulación con otros enfoques teóricos.

Con respecto al inventario de los seis tipos de orquestación, es interesante ver que las orquestaciones identificadas pueden, hasta cierto punto, estar relacionadas con técnicas de enseñanza "tradicionales". Esto sugiere una evolución de las técnicas de enseñanza más que una revolución.

Además, las expectativas de los investigadores sobre las oportunidades orquestales que brindan las herramientas digitales, tal como fueron esbozadas en la guía para docentes, fueron hasta cierto punto ignoradas por los docentes. Ellos mismos eligen sus orquestaciones, lo que llevó a discrepancias entre las expectativas previas de los investigadores y los hallazgos reales de las observaciones, discrepancias que también informaron Lagrange y Caliskan-Dedeoglu (2009). Los datos sugieren que los profesores toman sus decisiones de acuerdo con sus hábitos habituales y sus puntos de vista sobre la enseñanza de las matemáticas, lo que respalda la observación de que las prácticas de los profesores son estables, hecha por Robert y Rogalski (2005) y mencionada en la introducción.

Para el caso del software de hojas de cálculo, Lagrange y Ozdemir Erdogan (2009) informan sobre las diferencias entre los profesores que enfatizan el valor epistemológico de las técnicas de herramientas y los estudiantes que ven principalmente el valor pragmático. Se observaron luchas similares en este estudio, donde los profesores se sintieron obligados a utilizar orquestaciones de demostración técnica con relativa frecuencia, mientras que su principal preocupación era el significado matemático.

El método para identificar los tipos de orquestación tiene sus limitaciones, que afectan la generalización de los resultados. En primer lugar, a veces era difícil distinguir los tipos de orquestación. Incluso si la confiabilidad entre evaluadores de las codificaciones era buena, no siempre fue fácil decidir, por ejemplo, si una orquestación de Spot-and-show se convertía gradualmente en Discutir la pantalla o Explicar la pantalla. En segundo lugar, es posible que otros tipos de orquestaciones hayan surgido en una disposición de aprendizaje diferente o mientras se observaba a otros profesores. Las observaciones tuvieron lugar durante una intervención específica, consistente en un sistema de aprendizaje complejo e innovador con el que los tres profesores no estaban familiarizados. Esta falta de familiaridad, junto con los problemas iniciales, pueden haber influido en sus elecciones de orquestación. Además, el cronograma para la organización del aprendizaje fue ajustado, lo que también puede haber afectado el desempeño didáctico y las decisiones involucradas. Y, finalmente, las características específicas de la herramienta pueden haber invitado (o inhibido) tipos específicos de orquestación. Por ejemplo, las orquestaciones Spot-and-show dependen claramente de la oportunidad que tiene el profesor de acceder al trabajo de los estudiantes mientras prepara la lección.

A pesar de estas limitaciones, conjeturamos que los tipos de orquestación identificados también existen, tal vez en formas adaptadas, fuera del alcance de este estudio. Por lo tanto, valdría la pena investigar si las variantes de los tipos de orquestación identificados pueden reconocerse en otros entornos, como el trabajo en grupo o las interacciones individuales entre estudiantes y profesores (Drijvers, presentado), y en acuerdos de aprendizaje con otros tipos de herramientas tecnológicas.

En cuanto a la relación entre las elecciones orquestales y las opiniones expresadas por los profesores, que fue el segundo foco de la investigación, los datos sugieren que las opiniones de los profesores sobre la educación matemática y las oportunidades que ofrece la tecnología pueden verse como su discurso teórico que justifica sus elecciones orquestales y guía sus decisiones. invariantes operacionales. Es interesante observar que las opiniones de los profesores identificadas en este estudio corresponden a los hallazgos

reportado en otra parte. Ya mencionamos las similitudes entre los perfiles de los docentes A y C y los de dos docentes descritos por Ruthven, Hennessy & Deaney (2008).

Lagrange y Caliskan-Dedeoglu (2009) también mencionan la relación entre las expectativas de los profesores hacia la tecnología y sus ideas generales sobre la enseñanza y el aprendizaje.

Sin embargo, como limitación del estudio sobre las relaciones entre las elecciones orquestales y las opiniones expresadas, señalamos que los datos del estudio presentado aquí son demasiado limitados para justificar afirmaciones sobre las invariantes operativas de los profesores en otras clases y otros tipos de herramientas tecnológicas. . Además, la noción de invariantes operacionales en sí misma podría beneficiarse de una mayor elaboración y concreción.

Como punto final de discusión, también quisimos investigar qué ofrece el marco de la orquestación instrumental al análisis de la enseñanza en el aula rica en tecnología. Si interpretamos la metáfora de la orquestación en términos de una banda de jazz con su líder, como sugerimos antes, experimentamos este marco como una lente productiva a través de la cual ver el comportamiento docente. En general, parece hacer justicia a las sutilezas en la preparación y ejecución de las técnicas de enseñanza. Las dos primeras dimensiones del modelo nos ayudaron a identificar patrones globales en las conductas de los docentes, mientras que la tercera dimensión del modelo (el desempeño didáctico) resultó ser más fructífera en el análisis detallado de un episodio de enseñanza. Sin embargo, en una nota más crítica, uno puede preguntarse si se podrían haber obtenido resultados similares en nuestro estudio sin el vocabulario algo difícil del marco teórico. Además, como ocurre con toda metáfora, la metáfora musical tiene sólo una aplicación limitada en entornos educativos. Además, percibimos el peligro de ceñirnos demasiado a aspectos superficiales de la enseñanza al describir configuraciones didácticas y modos de explotación. Es por eso que la extensión con desempeño didáctico como tercer componente fue útil y permitió un análisis didáctico más profundo y específico del dominio.

Además, cabe señalar que, al diseñar orquestaciones, el profesor también participa en un proceso de génesis instrumental para llevar a cabo la tarea docente prevista (Bueno-Ravel y Gueudet, 2007). Sin embargo, los datos disponibles aquí no nos permiten ir más allá del desarrollo de un inventario de última generación de tipos de orquestación para observar este proceso de génesis instrumental a lo largo del tiempo.

A nivel global de análisis, vale la pena considerar la integración del modelo orquestacional con otros enfoques teóricos. Como primer enfoque, Ruthven y sus colegas (Ruthven, 2007, 2009; Ruthven, Deaney y Hennessy, 2009) diseñaron un modelo centrado en características estructurantes clave que dan forma a la integración de la tecnología en la práctica en el aula. Las aplicaciones de este modelo (por ejemplo, ver Lagrange y Caliskan-Dedeoglu, 2009) muestran que puede complementar y suplementar el modelo de orquestación instrumental y, por lo tanto, puede contribuir a un mayor desarrollo teórico. Un segundo enfoque adicional es el modelo de cuatro parámetros de Saxe (1991) , que se centra en objetivos emergentes bajo la influencia de estructuras de actividad, interacciones sociales, entendimientos previos, convenciones y artefactos. Incluso si fue diseñado para propósitos completamente diferentes, varios estudios aplicaron con éxito este modelo para enmarcar las actividades de los profesores en lecciones de matemáticas basadas en tecnología (Lagrange & Monaghan, 2009; Lagrange & Ozdemir Erdogan, 2009; Monaghan, 2004). En nuestro propio trabajo, lo utilizamos como complemento a la instrumentación y la orquestación, para capturar el significado cambiante que los estudiantes atribuyen a las técnicas existentes (Doorman et al., 2009). En tercer lugar, la noción recientemente desarrollada de recursos y documentos docentes (Gueudet y Trouche, 2009) coincide bien con las nociones sobre génesis instrumental y orquestación y puede valer la pena explorarla más a fondo. En cuarto y último lugar, en un nivel de análisis más detallado (por ejemplo, en el ejemplar episodio de Spot-and-show), la interacción entre técnicas de herramientas y significado matemático se volvió más destacada. Quedó claro que el

El análisis podría beneficiarse de la perspectiva de la mediación semiótica (Bartolini Bussi y Mariotti, 2008) como lente teórica adicional. La articulación, integración y confrontación de estos diferentes modelos es un desafío para la investigación en este dominio y merece mayor investigación.

Agradecimiento Agradecemos a los profesores y estudiantes de los sitios experimentales por su colaboración, a Sijef van Gisbergen por su trabajo como segundo codificador y a la Organización Holandesa para la Investigación Científica (NWO) por apoyar el estudio de investigación (proyecto n.º 411-04-123).

Acceso abierto Este artículo se distribuye bajo los términos de la Licencia no comercial de atribución Creative Commons que permite cualquier uso, distribución y reproducción no comercial en cualquier medio, siempre que se cite a los autores y la fuente originales.

Referencias

- Artigue, M. (2002). Aprender matemáticas en un entorno CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y conceptual. *Revista internacional de computadoras para el aprendizaje matemático*, 7, 245–274.
- Artigue, M., Drijvers, P., Lagrange, Jb, Mariotti, MA y Ruthven, K. (2009). Technologies numériques dans l'enseignement des mathématiques, où en est-on dans les recherches et dans leur intégration? [La tecnología en la educación matemática: ¿qué tal la investigación y su integración?] En C. Ouvrier-Bufferet & M.-J. Perrin-Glorian (Eds.), *Approches plurielles en didactique des mathématiques; Aprendizaje de las matemáticas primarias y superiores: ¿qué de nuevo? Múltiples aproximaciones a la didáctica de las matemáticas; aprender matemáticas desde el nivel primario hasta el terciario: ¿qué hay de nuevo?* (págs. 185-207). París: Universidad Paris Diderot París 7.
- Bartolini Bussi, MG y Mariotti, MA (2008). Mediación semiótica en el aula de matemáticas: artefactos y signos desde una perspectiva vygotskiana. En L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh y D. Tirosh (Eds.), *Manual de investigación internacional en educación matemática* (2ª ed., págs. 746–805). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Billington, M. (2009). Estableciendo praxeologías didácticas: profesores que utilizan herramientas digitales en las aulas de matemáticas de secundaria superior. Documento presentado en el WG9, conferencia Cerme6, 28 de enero-1 de febrero de 2009, Lyon, Francia.
- Bretscher, N. (2009). Software de geometría dinámica: el papel del profesor para facilitar la génesis instrumental. Documento presentado en el WG9, conferencia Cerme6, 28 de enero-1 de febrero de 2009, Lyon, Francia.
- Bueno-Ravel, L. y Gueudet, G. (2007). Recursos en línea en matemáticas: ¿génesis de uso por parte de los docentes? en d. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Actas del V Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática CERME5* (págs. 1369-1378). Chipre: Lárnaca.
- Doerr, HM y Zangor, R. (2000). Creando significado para y con la calculadora gráfica. *Educativo Estudios de Matemáticas*, 41, 143-163.
- Doorman, M., Boon, P., Drijvers, P., Van Gisbergen, S., Gravemeijer, K. y Reed, H. (2009). Uso de herramientas y pensamiento funcional: un ejemplo de cambio de forma-función. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou y H. Sakonidis (Eds.), *Actas de la 33ª Conferencia del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática* (Vol. 2, págs. 449–456). Salónica, Grecia: PME.
- Drijvers, P. y Trouche, L. (2008). De artefactos a instrumentos: un marco teórico detrás de la metáfora de la orquesta. En GW Blume y MK Heid (Eds.), *Investigación sobre tecnología y enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Casos y perspectivas, Vol. 2, págs. 363–392). Charlotte: era de la información.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Van Gisbergen, S. y Gravemeijer, K. (2007). Uso de herramientas en un arreglo de aprendizaje rico en tecnología para el concepto de función. En D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Actas del V Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática CERME5* (págs. 1389-1398). Chipre: Lárnaca.
- Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, MA (2010). Integración de la tecnología en la educación matemática: perspectivas teóricas. En C. Hoyles y J.-B. Lagrange (Eds.), *Educación matemática y tecnología: repensar el terreno* (págs. 89-132). Nueva York: Springer.
- Forman, EA y Ansell, E. (2002). Orquestando las múltiples voces e inscripciones de un aula de matemáticas. *Revista de Ciencias del Aprendizaje*, 11(2–3), 251–274.
- Gravemeijer, K. (1994). *Desarrollar una educación matemática realista*. Utrecht: Prensa CD-β.

- Gueudet, G. y Trouche, L. (2009). ¿Hacia nuevos sistemas de documentación para profesores de matemáticas? *Estudios educativos en matemáticas*, 71 (3), 199–218.
- Kendal, M. y Stacey, K. (2002). Docentes en transición: avanzando hacia aulas respaldadas por CAS. *ZDM, La Revista Internacional sobre Educación Matemática*, 34(5), 196–203.
- Kendal, M., Stacey, K. y Pierce, R. (2004). La influencia de un entorno de álgebra informática en la práctica docente. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *El desafío didáctico de las calculadoras simbólicas: convertir un dispositivo computacional en un instrumento matemático* (págs. 83-112). Dordrecht: Editores académicos de Kluwer.
- Kieran, C. y Drijvers, P. (2006). La coemergencia de técnicas de máquina, técnicas de papel y lápiz y reflexión teórica: un estudio del uso de CAS en álgebra de la escuela secundaria. *Revista internacional de computadoras para el aprendizaje matemático*, 11, 205–263.
- Lagrange, JB y Caliskan-Dedeoglu, N. (2009). Usos de la tecnología en las condiciones ordinarias: le cas de la géométrie dynamique au collège. [El uso de la tecnología en condiciones ordinarias: el caso de la geometría dinámica en la educación secundaria inferior.] *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 29(2), 189–226.
- Lagrange, J.-B. y Monaghan, J. (2009). Sobre la adopción de un modelo para interpretar el uso de la tecnología por parte de los profesores en las lecciones de matemáticas. Documento presentado en el WG7, conferencia Cerme6, 28 de enero-1 de febrero de 2009, Lyon, Francia.
- Lagrange, J.-B. y Ozdemir Erdogan, E. (2009). Objetivos emergentes de los profesores en lecciones basadas en hojas de cálculo: análisis de la complejidad de la integración tecnológica. *Estudios educativos en matemáticas*, 71 (1), 65–84.
- Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C. y Trouche, L. (2003). Educación tecnológica y matemática: un estudio multidimensional de la evolución de la investigación y la innovación. En AJ Bishop, MA Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y FKS Leung (Eds.), *Segundo manual internacional de educación matemática* (Vol. 1, págs. 237–269). Dordrecht: Kluwer.
- Maracci, M. y Mariotti, M.-A. (2009). El uso de las herramientas TIC por parte del profesor en el aula tras un enfoque de mediación semiótica. Documento presentado en el WG9, conferencia Cerme6, 28 de enero-1 de febrero de 2009, Lyon, Francia.
- Mariotti, MA (2002). Influencia de los avances tecnológicos en el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes. En LD English (Ed.), *Manual de investigación internacional en educación matemática* (págs. 757–786). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- McKenzie, J. (2001). Cómo los profesores aprenden mejor la tecnología. *Revista de tecnología educativa*, 10 (6). Disponible en: <http://www.fno.org/mar01/howlearn.html>. Consultado el 20 de octubre de 2009.
- Monaghan, J. (2001). Interacciones de los profesores en el aula en lecciones de matemáticas basadas en TIC. En M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Actas de la 25ª Conferencia del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática* (Vol. 3, págs. 383–390). Utrecht: Instituto Freudenthal.
- Monaghan, J. (2004). Actividades del profesorado en clases de matemáticas basadas en tecnología. *Revista Internacional de Computadoras para el aprendizaje de las matemáticas*, 9, 327–357.
- Pierce, R. y Ball, L. (2009). Percepciones que pueden afectar la intención de los profesores de utilizar la tecnología en las clases de matemáticas de secundaria. *Estudios educativos en matemáticas*, 71 (3), 299–317.
- Reed, HC, Drijvers, P. y Kirschnher, PA (2010). Efectos de las actitudes y comportamientos sobre el aprendizaje. *matemáticas con herramientas informáticas. Computadoras y educación*, 55 (1), 1–15.
- Robert, A. y Rogalski, J. (2005). Un análisis transversal de la actividad del profesor de matemáticas. Un ejemplo en una clase de francés de décimo grado. *Estudios educativos en matemáticas*, 59, 269–298.
- Ruthven, K. (2007). Profesores, tecnologías y estructuras de la escolarización. En D. Pitta-Pantazi & G. Philipou (Eds.), *Actas del V Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática CERME5* (págs. 52–67). Chipre: Lárnaca.
- Ruthven, K. (2009). Una lección de investigación con geometría dinámica: un estudio de caso de las características estructurantes clave de la integración de la tecnología en la práctica en el aula. Documento presentado en el WG9, conferencia Cerme6, 28 de enero-1 de febrero de 2009, Lyon, Francia.
- Ruthven, K. y Hennessy, S. (2002). Un modelo profesional del uso de herramientas y recursos informáticos para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Estudios educativos en matemáticas*, 49 (1), 47–88.
- Ruthven, K., Deaney, R. y Hennessy, S. (2009). Uso de software de gráficos para enseñar formas algebraicas: un estudio de la práctica respaldada por tecnología en matemáticas de la escuela secundaria. *Estudios educativos en matemáticas*, 71 (3), 279–297.
- Ruthven, K., Hennessy, S. y Deaney, R. (2008). Construcciones de geometría dinámica: un estudio de la flexibilidad interpretativa del software educativo en la práctica en el aula. *Computadoras y educación*, 51, 297–317.
- Sajonia, GB (1991). *Cultura y desarrollo cognitivo: estudios sobre comprensión matemática*. Hillsdale: Asociados de Laurence Erlbaum.
- Sensevy, G., Schubauer-Leoni, ML, Mercier, A., Ligozat, F. y Perrot, G. (2005). Un intento de modelar la acción del docente en la clase de matemáticas. *Estudios educativos en matemáticas*, 59(1–3), 153–181.
- Sherin, MG (2002). Un acto de equilibrio: desarrollo de una comunidad discursiva en un aula de matemáticas. *Revista de formación de profesores de matemáticas*, 5(3), 205–233.

- Simón, MA (1995). Reconstruir la pedagogía matemática desde una perspectiva constructivista. *Revista de investigación en educación matemática*, 26, 114-145.
- Slavit, D. (1997). Una ruta alternativa hacia la cosificación de la función. *Estudios Educativos en Matemáticas*, 33, 259–281.
- Trouche, L. (2004). Gestión de la complejidad de las interacciones entre humanos y máquinas en entornos de aprendizaje computarizados: guiar el proceso de comando de los estudiantes a través de orquestaciones instrumentales. *Revista internacional de computadoras para el aprendizaje matemático*, 9, 281–307.
- Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. [En la base del aprendizaje, la conceptualización.] En R. Noirfalise & M.-J. Perrin (Eds.), *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques* [Actas de la escuela de verano sobre didáctica de las matemáticas] (págs. 174-185). Clermont-Ferrand: IREM.